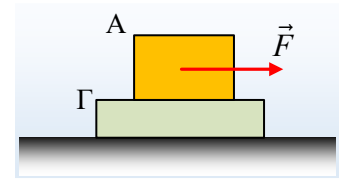


Για να δούμε, ποιο σώμα θα κινηθεί;

Το σώμα Α μάζας $m_1=2\text{kg}$, είναι τοποθετημένο πάνω στο σώμα Γ, μάζας $m_2=1\text{kg}$ και το σύστημα ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων είναι $\mu=0,5$. Σε μια στιγμή ασκούμε στο Α σώμα μια οριζόντια δύναμη μέτρου $F=6\text{N}$, όπως στο σχήμα.



- i) Να εξετάσετε αν το σώμα Α θα γλιστρήσει πάνω στο Γ.
- ii) Αν το επίπεδο είναι λείο, να υπολογιστεί η επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα Α.
- iii) Να υπολογιστεί ο ελάχιστος συντελεστής τριβής ($\mu_s=\mu_{ολ}=\mu_{\min}$) μεταξύ του Γ σώματος και του επιπέδου, για να εξασφαλιστεί ότι δεν θα υπάρξει κίνηση του συστήματος.
- iv) Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Γ και του επιπέδου έχει τιμή $\mu_1=0,1$, να υπολογιστούν οι επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν τα δυο σώματα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής θεωρείται ίση και με την τριβή ολίσθησης.

Απάντηση:

- i) Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Α, όπως στο σχήμα. Η δύναμη τριβής T_1 μπορεί να είναι στατική τριβή, όταν το Α δεν γλιστράει πάνω στο Γ σώμα, μπορεί να είναι και τριβή ολίσθησης αν το ένα σώμα κινείται ως προς το κάτω σώμα. Από την ισορροπία στην κατακόρυφη διεύθυνση παίρνουμε:

$$\Sigma F_y=0 \rightarrow N_1=w_1=m_1g=2 \cdot 10\text{N}=20\text{N}$$

Αλλά τότε η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής, η οποία μπορεί να εμφανιστεί (η οριακή τριβή) έχει μέτρο:

$$T_{s,op}=\mu N_1=0,5 \cdot 20\text{N}=10\text{N}$$

Η ασκούμενη δύναμη F έχει μικρότερο μέτρο από την παραπάνω τιμή της οριακής τριβής, συνεπώς δεν πρόκειται να υπάρξει ολίσθηση του σώματος Α πάνω στο Γ.

Προσοχή: Η ασκούμενη τριβή T_1 είναι στατική, αλλά δεν γνωρίζουμε το μέτρο της αφού δεν ξέρουμε αν το Α σώμα θα επιταχυνθεί ή όχι. Βρήκαμε ότι δεν θα γλιστρήσει (ολισθήσει), δεν βρήκαμε ότι ισορροπεί!

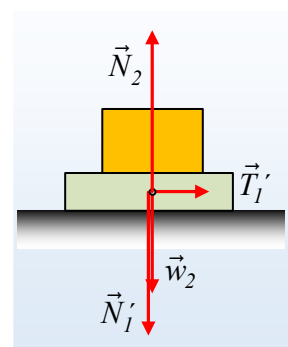
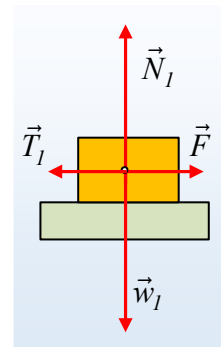
- ii) Ας σχεδιάσουμε τώρα τις δυνάμεις που ασκούνται μόνο στο σώμα Γ (στο Α έχουν ήδη σχεδιαστεί παραπάνω), όπου N_1' η αντίδραση της N_1 και T_1' η αντίδραση της στατικής τριβής T_1 . Από την ισορροπία του σώματος Γ στην κατακόρυφη διεύθυνση παίρνουμε:

$$\Sigma F_y=0 \rightarrow N_2=w_2+N_1'=m_2g+N_1=1 \cdot 10\text{N}+20\text{N}=30\text{N}.$$

Εφαρμόζουμε για κάθε σώμα χωριστά τον θεμελιώδη νόμο της δυναμικής:

$$\Sigma F_{1x}=m_1 \cdot a \rightarrow F-T_1=m_1 \cdot a \quad (1)$$

$$\Sigma F_{2x}=m_2 \cdot a \rightarrow T_1'=m_2 \cdot a \quad (2)$$



Όπου, αφού δεν υπάρχει ολίσθηση μεταξύ των δύο σωμάτων, κινούνται μαζί με την ίδια επιτάχυνση a . Με πρόσθεση των εξισώσεων (1) και (2) κατά μέλη, θα έχουμε:

$$F - T_1 + T_1' = m_1 a + m_2 a \rightarrow F = (m_1 + m_2) a \rightarrow$$

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{6 \text{ N}}{(2 + 1) \text{ kg}} = 2 \text{ m / s}^2.$$

iii) Αν το επίπεδο δεν είναι λείο θα ασκηθεί δύναμη τριβής T_2 στο σώμα Γ, από το επίπεδο, όπως στο σχήμα. Αφού δεν θα κινηθεί το σύστημα, κάθε σώμα ισορροπεί, οπότε για το Α σώμα θα έχουμε:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow T_1 = T_{1,s} = F = 6 \text{ N}$$

Ενώ αντίστοιχα για το σώμα Γ, θα έχουμε:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow T_2 = T_1' = T_1 = 6 \text{ N}$$

Αλλά η τριβή αυτή θα είναι στατική με μέτρο μικρότερο ή οριακά ίσο με την οριακή τριβή (και την τριβή ολίσθησης...), δηλαδή θα ισχύει:

$$T_2 \leq T_{2,op} \rightarrow T_2 \leq \mu_1 N_2 \xrightarrow{T_2 = T_{2,ol}} \mu_{1,min} = \frac{T_2}{N_2} \rightarrow$$

$$\mu_{1,min} = \frac{T_2}{N_2} = \frac{6 \text{ N}}{30 \text{ N}} = 0,2$$

iv) Με βάση το προηγούμενο αποτέλεσμα ($\mu_{1,min} = 0,2$) δεν θα έχουμε τώρα ισορροπία, αλλά η τριβή T_2 θα είναι πια μια τριβή ολίσθησης, μέτρου:

$$T_2 = T_{2,ol} = \mu_1 \cdot N_2 = 0,1 \cdot 30 \text{ N} = 3 \text{ N}$$

Αλλά τότε, εφαρμόζοντας ξανά για κάθε σώμα τον θεμελιώδη νόμο, λαμβάνοντας υπόψη ότι:

- δεν ξέρουμε την στατική τριβή T_1 ,
- αφού δεν θα έχουμε ολίσθηση μεταξύ των σωμάτων, θα κινηθούν ξανά μαζί με κοινή επιτάχυνση a_1

θα πάρουμε:

$$\Sigma F_{1x} = m_1 \cdot a_1 \rightarrow F - T_1 = m_1 \cdot a_1 \quad (1\alpha)$$

$$\Sigma F_{2x} = m_2 \cdot a \rightarrow T_1' - T_2 = m_2 \cdot a_1 \quad (2\alpha)$$

Με πρόσθεση των εξισώσεων (1α) και (2α) κατά μέλη, θα έχουμε:

$$F - T_1 + T_1' - T_2 = m_1 a_1 + m_2 a_1 \rightarrow F - T_2 = (m_1 + m_2) a_1 \rightarrow$$

$$a_1 = \frac{F - T_2}{m_1 + m_2} = \frac{6 \text{ N} - 3 \text{ N}}{(2 + 1) \text{ kg}} = 1 \text{ m / s}^2.$$

