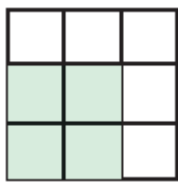


2.1Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ

- ① Το κλάσμα $\frac{\kappa}{\nu}$ εκφράζει τα κ μέρη από τα ν ίσα μέρη στα οποία έχει χωριστεί μία ποσότητα.



=



Αριθμητής

Παρονομαστής

- ② Το $\frac{1}{\nu}$ ονομάζεται **κλασματική μονάδα**

③ $\frac{\alpha}{1} = \dots\dots\dots$, $\frac{0}{\alpha} = \dots\dots\dots$ $\frac{\alpha}{\alpha} = \dots\dots\dots$

④ $\frac{\kappa}{\nu} = \kappa \cdot \frac{1}{\nu}$. Άρα $\frac{5}{4} = 5 \cdot \frac{1}{4}$ $\frac{3}{8} =$

- ⑤ Κάθε κλάσμα παριστάνει και το πηλίκο της διαίρεσης του αριθμητή διά του παρονομαστή. Γενικά ισχύει $\frac{\kappa}{\nu} = \kappa : \nu$ όπου κ, ν φυσικοί αριθμοί και $\nu \neq 0$

Έτσι $3:4 = \frac{3}{4}$. $5:8 =$, $\frac{12}{113} =$

- ⑥ Εάν ένα κλάσμα έχει αριθμητή μεγαλύτερο από τον παρονομαστή τότε είναι μεγαλύτερο της μονάδας

Έτσι $\frac{8}{5} > 1$, $\frac{3}{4} \dots\dots 1$, $\frac{8}{8} \dots\dots 1$

- ⑦ Α) Ποιο μέρος της εβδομάδας είναι οι 4 ημέρες; $\dots\dots\dots$
 Β) Ποιο μέρος τους χρόνου είναι οι 3 μήνες; $\dots\dots\dots$

- ⑧ Το $\frac{1}{8}$ ενός πουκάμισου στοιχίζει 5 € . Πόσο στοιχίζει όλο το πουκάμισο;

Όλο το πουκάμισο θα στοιχίζει τα $\frac{8}{8}$ και αφού $\frac{8}{8} = 8 \cdot \frac{1}{8}$ άρα όλο το πουκάμισο θα στοιχίζει $\dots \cdot \dots\dots = \dots\dots \text{€}$

- ⑨ Τα $\frac{3}{5}$ των παιδιών μιας τάξης παίζουν ποδόσφαιρο. Τα παιδιά αυτά είναι 18 . Πόσα παιδιά έχει όλη η τάξη;

Βρίσκουμε πρώτα πόσα παιδιά αποτελούν το $\frac{1}{5}$ της τάξης $\dots\dots\dots$

Βρίσκουμε πόσα παιδιά είναι όλα , δηλαδή τα $\frac{5}{5}$ $\dots\dots\dots$

- ⑩ Σε ένα τσουβάλι ελιές το $\frac{1}{30}$ ζυγίζει το κουκούτσι . Αν ένα τσουβάλι ζυγίζει 60 κιλά πόσο ζυγίζει το κουκούτσι;

Τα $\frac{30}{30}$ ζυγίζουν 60 κιλά , άρα το $\frac{1}{30}$ θα ζυγίζει $\dots\dots\dots = \dots\dots$ κιλά

- ⑪ Τα $\frac{2}{7}$ ενός πριόντος στοιχίζει 18 € . Πόσο στοιχίζουν τα $\frac{8}{9}$ του κιλού;

Το $\frac{1}{7}$ θα στοιχίζει : $\dots\dots\dots$

Τα $\frac{7}{7}$ θα στοιχίζουν $\dots\dots\dots$

Τα $\frac{9}{9}$ θα στοιχίζουν $\dots\dots\dots$

Το $\frac{1}{9}$ θα στοιχίζει $\dots\dots\dots$

Τα $\frac{8}{9}$ θα στοιχίζουν $\dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ
 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 11
 ΣΕΛΙΔΑ 36 -37



2.2 ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ



① Δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ λέγονται **ισοδύναμα ή ίσα** όταν εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους ή ίσων μεγεθών. Επειδή ακριβώς εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους είναι και ίσα και γράφουμε $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$

② Αν δυο κλάσματα είναι ίσα τότε τα χιαστί γινόμενα είναι ίσα $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ τότε $2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$

③ Να εξετάσετε εάν τα κλάσματα $\frac{4}{5}$ και $\frac{8}{10}$ είναι ισοδύναμα

④ Να εξετάσετε εάν τα κλάσματα $\frac{3}{4}$ και $\frac{5}{6}$ είναι ισοδύναμα

⑤ **Για να προκύψει ισοδύναμο κλάσμα πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε και τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό**

Να συμπληρώσετε τις ισότητες ώστε να προκύψουν ισοδύναμα κλάσματα

$$\frac{1}{7} = \frac{\quad}{14} \quad \frac{1}{7} = \frac{\quad}{35} \quad \frac{1}{7} = \frac{\quad}{63} \quad \frac{5}{6} = \frac{\quad}{12} \quad \frac{5}{6} = \frac{\quad}{24}$$

⑥ Να απλοποιήσετε τα κλάσματα :

$$\frac{4}{8} = \frac{9}{12} = \frac{25}{35} = \frac{42}{49} = \frac{18}{72} = \frac{72}{8}$$

⑦ Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{15}{9}$ σε ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή το 3 : $\frac{15}{9} =$

⑧ Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{3}{4}$ σε ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή το 20 : $\frac{3}{4} =$

⑨ **Το κλάσμα εκείνο που δεν μπορεί να απλοποιηθεί (δεν υπάρχει άλλος κοινός διαιρέτης αριθμητή και παρονομαστή εκτός από τη μονάδα) λέγεται ανάγωγο**

⑩ Ποιο από τα κλάσματα $\frac{2}{8}, \frac{13}{18}, \frac{15}{14}, \frac{28}{52}$ είναι ανάγωγα;

⑪ Όταν δύο ή περισσότερα κλάσματα έχουν τον ίδιο παρονομαστή λέγονται ομώνυμα και όταν έχουν διαφορετικούς παρονομαστές ονομάζονται ετερόνυμα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

ΣΕΛΙΔΑ 40

⑫ Να γίνουν ομώνυμα τα κλάσματα $\frac{3}{5}, \frac{4}{9}$

Είναι $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{9}$
 ΕΚΠ(5,9) = : 5 = : 9 =



2.3 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

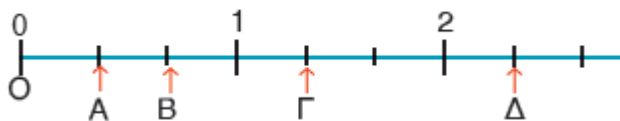
- Από δύο ομώνυμα κλάσματα, εκείνο που έχει τον μεγαλύτερο αριθμητή είναι μεγαλύτερο ($\frac{2}{3} > \frac{1}{3}$).
- Για να συγκρίνουμε ετερόνυμα κλάσματα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και συγκρίνουμε τους αριθμητές τους.
- Από δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μικρότερο παρονομαστή.
($\frac{6}{10} < \frac{6}{8}$)

- ① Να συγκρίνετε τα κλάσματα
- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| α) $\frac{4}{9}, \frac{7}{9}$ | β) $\frac{3}{10}, \frac{3}{11}$ |
| γ) $\frac{2}{17}, \frac{3}{17}$ | δ) $\frac{9}{13}, \frac{9}{14}$ |
| | ε) $\frac{9}{7}, 9$ |

- ② Να συγκρίνετε τα κλάσματα $\frac{2}{3}, \frac{7}{10}$
- Πρώτα τα μετατρέπω σε ομώνυμα : ΕΚΠ (3,10) = 30 και άρα τα κλάσματα γίνονται
 $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$, $\frac{7}{10} = \frac{21}{30}$ Όμως $\frac{20}{30} < \frac{21}{30}$ άρα $\frac{2}{3} < \frac{7}{10}$

- ③ Να συγκρίνετε τα κλάσματα $\frac{8}{9}, \frac{10}{12}$
- Πρώτα τα μετατρέπω σε ομώνυμα : ΕΚΠ (9,12) = 36 και άρα τα κλάσματα γίνονται
 $\frac{8}{9} = \frac{32}{36}$, $\frac{10}{12} = \frac{30}{36}$ Άρα

- ④ Ποιοι είναι οι αριθμοί που δείχνονται στην παρακάτω ευθεία των αριθμών



- ⑤ Να βρείτε μεταξύ ποιων φυσικών αριθμών βρίσκονται τα κλάσματα που δίνονται παρακάτω:
- | | |
|---|---|
| $\frac{1}{3}$: $\langle \frac{1}{3} \langle$ | $\frac{7}{2}$: $\langle \frac{7}{2} \langle$ |
| $\frac{4}{3}$: $\langle \frac{4}{3} \langle$ | |

- ⑥
- Να βρείτε το Ε.Κ.Π. των αριθμών 3, 6, 11
 - Να κάνετε τα κλάσματα της α' στήλης του παρακάτω πίνακα ισοδύναμα με κλάσματα που να έχουν τον ίδιο αριθμητή και να τα γράψετε στη β' στήλη του.

ΚΛΑΣΜΑΤΑ	ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΟΜΩΝΥΜΑ
$\frac{2}{3}$	
$\frac{5}{6}$	
$\frac{10}{11}$	

γ) Βάλτε σε διάταξη από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τα κλάσματα της α' στήλης του παραπάνω πίνακα.

7) Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά με ένα κατάλληλο κλάσμα:

$$\frac{1}{5} < \dots < \frac{4}{5} \quad \frac{7}{8} < \dots < \frac{9}{8} \quad \frac{1}{5} < \dots < \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{7} < \dots < \frac{3}{5} \quad \frac{2}{3} < \dots < 1$$

1. α) Να βρείτε το Ε.Κ.Π. των αριθμών 2, 4, 5, 10

β) Να κάνετε ομώνυμα τα κλάσματα της α' στήλης του παρακάτω πίνακα συμπληρώνοντας τη δεύτερη στήλη αυτού.

ΚΛΑΣΜΑΤΑ	ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ - ΟΜΩΝΥΜΑ
$\frac{1}{2}$	
$\frac{3}{4}$	
$\frac{4}{5}$	
$\frac{9}{10}$	

γ) Βάλτε σε διάταξη από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τα κλάσματα της α' στήλης

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
ΣΕΛΙΔΑ 43



2.4 ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Προσθέτουμε δύο ή περισσότερα ομώνυμα κλάσματα προσθέτοντας τους αριθμητές τους, αφήνοντας τον ίδιο παρονομαστή.

$$\frac{a}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{a+\beta}{\gamma}$$

Αφαιρούμε δύο ομώνυμα κλάσματα αφαιρώντας τους αριθμητές τους, αφήνοντας τον ίδιο παρονομαστή.

$$\frac{a}{\gamma} - \frac{\beta}{\gamma} = \frac{a-\beta}{\gamma}$$

Αφαιρούμε δύο ετερόνυμα κλάσματα αφού τα μετατρέψουμε πρώτα σε ομώνυμα.

Προσθέτουμε ετερόνυμα κλάσματα αφού πρώτα τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα.

Μικτός αριθμός ονομάζεται το άθροισμα ενός ακεραίου με ένα κλάσμα μικρότερο της μονάδας και

συμβολίζεται $\alpha \frac{\beta}{\gamma}$. Παραδείγματα μεικτών αριθμών: $1 + \frac{4}{5} = 1 \frac{4}{5}$, $3 + \frac{2}{3} = 3 \frac{2}{3}$

① $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$

② $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}$

③ Να υπολογίσετε το άθροισμα $\frac{2}{3} + \frac{7}{3} =$

④ Να υπολογίσετε το άθροισμα $3 + \frac{1}{5} =$

⑤ Να υπολογίσετε το άθροισμα $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + 2 =$

⑥ Να υπολογίσετε το άθροισμα $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$

⑦ Να υπολογίσετε τη διαφορά $\frac{4}{3} - \frac{1}{4} =$

⑧ Να μετατραπεί ο μικτός αριθμός $2 \frac{3}{4}$ σε κλάσμα

⑨ Να μετατραπεί το κλάσμα $\frac{13}{4}$ σε μικτό κλάσμα

Κάνουμε την Ευκλείδεια διαίρεση του Αριθμητή με τον παρονομαστή $13 = 4 \cdot 3 + 1$ και είναι

$$\frac{13}{4} = 3 \frac{1}{4}$$

⑩. Να μετατραπεί το κλάσμα $\frac{28}{9}$ σε μικτό κλάσμα

Κάνουμε την Ευκλείδεια διαίρεση του Αριθμητή με τον παρονομαστή _____ και είναι

$$\frac{28}{49} = -$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9

ΣΕΛΙΔΑ 46-47



2.5 ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Το γινόμενο δύο κλασμάτων είναι το κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών.

$$\frac{a}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{a \cdot \gamma}{\beta \cdot \delta}$$

Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού επί ένα κλάσμα είναι το κλάσμα με αριθμητή το γινόμενο του αριθμητή επί τον φυσικό αριθμό και με τον ίδιο παρονομαστή.

$$\lambda \cdot \frac{a}{\beta} = \frac{\lambda \cdot a}{\beta}$$

ΓΙΑ ΝΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΣΟΥΜΕ ΔΥΟ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΝΑΓΚΗ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΟΜΩΝΥΜΑ!!!

$$\textcircled{1} \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{10}{12} = \frac{10:2}{12:2} = \frac{5}{6}$$

$$\textcircled{2} \quad \text{Να βρεθεί το γινόμενο: } \frac{2}{7} \cdot \frac{70}{4} \cdot \frac{9}{5}$$

1^{ος} τρόπος

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{70}{4} \cdot \frac{9}{5} = \frac{2 \cdot 70 \cdot 9}{7 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 630}{7 \cdot 20} = \frac{1.260}{140} = 9$$

2^{ος} τρόπος

$$\frac{1 \cancel{2}}{7} \cdot \frac{7 \cancel{0}}{4_2} \cdot \frac{9}{5} = \frac{1}{1 \cancel{7}} \cdot \frac{10 \cancel{7} 0}{2} \cdot \frac{9}{5} = \frac{1}{1} \cdot \frac{10}{2} \cdot \frac{9}{5} = 1 \cdot 5 \cdot \frac{9}{5} = 9$$

3) Να βρείτε τα γινόμενα

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{5}{3} =$$

$$3 \cdot \frac{4}{7} =$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{8} =$$

4) Να βρείτε τα γινόμενα

$$2 \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{3} =$$

$$3 \frac{1}{5} \cdot 2 \frac{4}{7} =$$

Δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα όταν έχουν γινόμενο 1.

Επειδή $\frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\delta}{\gamma} = 1$ τα κλάσματα $\frac{\gamma}{\delta}$ και $\frac{\delta}{\gamma}$ είναι αντίστροφα.

5)

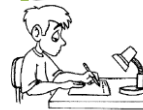
Τα κλάσματα $\frac{5}{8}$ και $\frac{8}{5}$ είναι αντίστροφα αφού $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5} = \frac{40}{40} = 1$

Τα κλάσματα $\frac{1}{2}$ και 2 είναι αντίστροφα

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9

ΣΕΛΙΔΑ 48-49



6. Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα

ΚΛΑΣΜΑ	$\frac{13}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{1}{7}$	9	$3\frac{1}{7}$	1
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΚΛΑΣΜΑ						

7. Να βρείτε τα $\frac{2}{5}$ των 20 κιλών

Για να βρούμε το κλάσμα $\frac{\kappa}{\nu}$ μιας ποσότητας α κάνω τον πολλαπλασιασμό $\alpha \cdot \frac{\kappa}{\nu}$

$$\text{Άρα τα } \frac{2}{5} \text{ των 20 κιλών είναι } 20 \cdot \frac{2}{5} = \frac{20}{1} \cdot \frac{2}{5} = \frac{40}{5} = 8 \text{ κιλά}$$

8. Ένα σχολείο έχει 160 μαθητές. Τα $\frac{5}{8}$ είναι αγόρια. Πόσα είναι τα αγόρια;

Θυμόμαστε την προτεραιότητα των πράξεων
ΠΑΡΕΝΘΕΣΕΙΣ
ΠΟΛΛ/ΜΟΙ - ΔΙΑΡΕΣΕΙΣ
ΠΡΟΣΘΕΣΕΙΣ - ΑΦΑΙΡΕΣΕΙΣ

9. Να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right)$

$$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right) =$$

10. Να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{17}{4} - \frac{1}{8}\right) + \frac{3}{8}$

2.6 ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τον διαιρέτο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

$$\frac{a}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{a}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma}$$

Μετατροπή σύνθετου σε απλό

Ένα κλάσμα, του οποίου ένας τουλάχιστον όρος του είναι κλάσμα, ονομάζεται σύνθετο κλάσμα.

$$\frac{\frac{a}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}} = \frac{a \cdot \delta}{\beta \cdot \gamma}$$

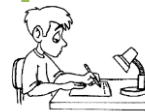
$$\frac{\frac{7}{3}}{\frac{5}{4}} = \frac{7 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{28}{15}$$

① Να γίνει η διαίρεση $\frac{5}{6} : \frac{4}{3}$ Είναι $\frac{5}{6} : \frac{4}{3} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

② Να γίνουν απλά τα σύνθετα κλάσματα : (α) $\frac{5}{3} \frac{2}{7}$ (β) $\frac{5}{7} \frac{5}{4}$ (γ) $\frac{7}{3} \frac{5}{3}$

(α) $\frac{5}{3} \frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{14}{15}$ (β) $\frac{5}{7} \frac{5}{4} = \frac{5}{1} \frac{4}{7} = \frac{20}{7}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ
1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9
ΣΕΛΙΔΑ 51



(γ) $\frac{7}{3} \frac{5}{3} = \frac{5}{7} \frac{1}{3} = \frac{5}{21}$

③ Να γίνει η διαίρεση $\frac{4}{7} : \frac{5}{8} =$

④ Να γίνει η διαίρεση $\frac{14}{17} : 2 =$

⑤ Να γίνει η διαίρεση $5 : \frac{5}{8} =$

⑥ Να μετατρέψετε τα σύνθετα κλάσματα σε απλά:

(α) $\frac{4}{5} \frac{5}{7} =$ (β) $\frac{12}{5} \frac{5}{2} =$ (γ) $\frac{12}{4} \frac{3}{3} =$

⑦ $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$