

## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup>

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>:

Ας υποθέσουμε ότι  $x_1, x_2, \dots, x_k$  είναι οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$ , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ ,  $n_i$  η απόλυτη συχνότητα που αντιστοιχεί στην τιμή  $x_i$ , και  $f_i$  η σχετική συχνότητα,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

- α. Τι ονομάζεται συχνότητα, που αντιστοιχεί στην τιμή  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ;
- β. Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα της τιμής  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ;
- γ. Τι ονομάζεται αθροιστική συχνότητα, που αντιστοιχεί στην τιμή  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ;
- δ. Τι ονομάζεται σχετική αθροιστική συχνότητα της τιμής  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ;
- ε. Τι ονομάζεται διάμεσος  $n$  παρατηρήσεων, που έχουν μπει σε αύξουσα σειρά.

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>:

Να γράψετε δίπλα σε κάθε μία, από τις παρακάτω εκφράσεις, το γράμμα ( $\Sigma$ ) αν είναι σωστή ή το γράμμα ( $\Lambda$ ) αν είναι λάθος:

- α. Το εύρος είναι μέτρο θέσης. ....
- β. Η διακύμανση εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.
- γ. Η τυπική απόκλιση εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις. ....
- δ. Δύο κορυφές έχει η κατανομή που έχει δύο διαμέσους. ....
- ε. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για τη γραφική παράσταση των ποσοτικών μεταβλητών. ....
- στ. Η επικρατούσα τιμή ομαδοποιημένης κατανομής είναι διάστημα. ....
- ζ. Η διάμεσος περιττού αριθμού παρατηρήσεων, που έχουν μπει σε αύξουσα σειρά, είναι το κέντρο κλάσης της κλάσης που ανήκει η μεσαία παρατήρηση. ....
- η. Οι παρατηρήσεις ομαδοποιημένων κατανομών είναι διαστήματα. ....
- θ. Οι τιμές της μεταβλητής ομαδοποιημένων κατανομών είναι διαστήματα. ....
- ι. Τα μέτρα θέσης έχουν όλα τις ίδιες μονάδες. ....
- ια. Τα μέτρα διασποράς έχουν όλα τις ίδιες μονάδες. ....
- ιβ. Ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) είναι καθαρός αριθμός. ....
- ιγ. Η επικρατούσα κλάση ομαδοποιημένης κατανομής είναι διάστημα. ....
- ιδ. Η μέση τιμή εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.
- ιε. Δύο κορυφές έχει η κατανομή που έχει δύο επικρατούσες τιμές. ....
- ιστ. Όταν το πλήθος ενός δείγματος είναι άρτιος αριθμός, τότε η κατανομή έχει δύο διαμέσους.
- ιζ. Όταν το μέγεθος ενός δείγματος είναι άρτιος αριθμός, τότε έχουμε μία μεσαία παρατήρηση.
- ιη. Ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις. ....
- ιθ. Στις ποιοτικές μεταβλητές δεν υπάρχει μέση τιμή. ....
- ικ. Στις ποιοτικές μεταβλητές δεν υπάρχει εύρος μεταβολής. ....

**ΑΣΚΗΣΗ 1:** Η κατανομή των τιμών ενός προϊόντος σε 10 διαφορετικά καταστήματα δίνεται στον παρακάτω πίνακα σε Ευρώ:

$X_i$	$v_i$	$f_i$	$x_i v_i$	$v_i (X_i - \bar{x})^2$
12		0.1	$\lambda$	
13			52	
14			$\lambda+4$	
17		0.1	17	
18		0.2	36	
<b>αθροίσματα</b>	<b><math>v = 10</math></b>	<b>1</b>	<b>145</b>	

Να συμπληρωθεί ο πίνακας και να βρείτε:

- Τη μέση τιμή.
- Τη διάμεσο .
- Την τυπική απόκλιση.
- Τον συντελεστή μεταβλητότητας (CV) , είναι οι παραπάνω τιμές ομοιογενείς;

**ΑΣΚΗΣΗ 2:** Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων των υψών 25 μαθητών σε cm.

$x_i$	Συχνότητα ( $v_i$ )	Κέντρο κλάσης ( $K_i$ )	$K_i v_i$	Σχετική Συχνότητα ( $f_i$ )	Σχετική Συχνότητα% ( $f_i\%$ )	Αθροιστική Συχνότητα
[155,165)	5					
[165,175)	3					
[175,185)	6					
[185,195)	4					
[195,205)	7					
<b>Αθροίσματα</b>						

- Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
- Να βρείτε τη μέση τιμή. ....
- Να κάνετε το ιστόγραμμα της κατανομής συχνοτήτων και αθροιστικών συχνοτήτων.
- Να βρείτε πόσοι μαθητές έχουν ύψος τουλάχιστον 1,85 m αιτιολογήστε την απάντησή.
- Να βρείτε πόσοι μαθητές έχουν ύψος μικρότερο από 1,75 m.
- Να βρείτε την επικρατούσα κλάση .
- Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.
- Να βρείτε την διάμεσο.

**ΑΣΚΗΣΗ 3:** Η κατανομή των βαθμών ενός μαθητή στον παρακάτω πίνακα είναι ελλιπής.

$X_i$	$v_i$	$f_i$	$x_i v_i$	$v_i (X_i - \bar{x})^2$
12				
13		0,4		
14		0,2		
17		0.1		
18				
<b>αθροίσματα</b>	<b><math>v = 10</math></b>	<b>1</b>		

. Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα αν γνωρίζετε ότι η μέση τιμή είναι 14,5.

**ΑΣΚΗΣΗ 4:** Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων των υψών 25 μαθητών σε cm.

$x_i$	Συχνότητα ( $v_i$ )	Κέντρο κλάσης ( $K_i$ )	$K_i v_i$	Σχετική Συχνότητα ( $f_i$ )	Σχετική Συχνότητα% ( $f_i\%$ )	Αθροιστική Συχνότητα
[155,165)	8					
[165,175)	4					
[175,185)	6					
[185,195)	2					
[195,205)	5					
<b>Αθροίσματα</b>						

- α. Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
- β. Να βρείτε τη μέση τιμή. ....
- γ. Να κάνετε το ιστόγραμμα της κατανομής συχνοτήτων και αθροιστικών συχνοτήτων.
- δ. Να βρείτε πόσοι μαθητές έχουν ύψος τουλάχιστον 1,83 m αιτιολογήστε την απάντησή.
- ε. Να βρείτε πόσοι μαθητές έχουν ύψος λιγότερο από 1,72 m.
- στ. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή και τη διάμεσο.

**ΑΣΚΗΣΗ 5:** Ένα προϊόν πωλείται σε 10 διαφορετικά καταστήματα στις παρακάτω τιμές, σε Ευρώ:

13, 9, 16, 13, 13, 16, 18, 14, 14, 16.

$x_i$	$v_i$	$f_i$	$x_i v_i$	$v_i (x_i - \bar{x})^2$
<b>αθροίσματα</b>	<b><math>v =</math></b>			

- Να υπολογίσετε α) Τη μέση τιμή.
- β) Τη διάμεσο
- γ) Την τυπική απόκλιση.
- δ) Είναι οι παραπάνω τιμές ομοιογενείς;
- ε) Να εξετάσετε αν και πόσο θα μεταβληθούν, η μέση τιμή, η διάμεσος, η τυπική απόκλιση και η ομοιογένεια, όταν όλα τα καταστήματα αυξήσουν τις τιμές κατά 10 %.

**ΑΣΚΗΣΗ 6:** Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων.

$x_i$	Συχνότητα ( $v_i$ )	Κέντρο κλάσης ( $K_i$ )	$K_i v_i$	Σχετική Συχνότητα ( $f_i$ )	Σχετική Συχνότητα% ( $f_i\%$ )	Αθροιστική Συχνότητα
[155,165)	5					
[165,175)	3					
[175,185)	6					
[185,195)	4					
[195,205)	7					

Αθροίσματα						
------------	--	--	--	--	--	--

- Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
- Να βρείτε τη μέση τιμή.
- Να κάνετε το ιστόγραμμα της κατανομής συχνοτήτων

**ΑΣΚΗΣΗ 7:** Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων

$x_i$	Συχνότητα ( $v_i$ )	$v_i x_i$	Σχετική Συχνότητα ( $f_i$ )	Σχετική Συχνότητα % ( $f_i \%$ )
1	10			
2	15			
3	8			
4	7			
5	10			
Αθροίσματα				

- Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
- Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.
- Να βρείτε τη διάμεσο.
- Να βρείτε τη μέση τιμή.

**ΑΣΚΗΣΗ 8:** Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων.

$x_i$	Συχνότητα ( $v_i$ )	Κέντρο κλάσης ( $K_i$ )	$K_i v_i$	Σχετική Συχνότητα ( $f_i$ )	Αθροιστική Συχνότητα	Σχετική Αθροιστική Συχνότητα %
[155,165)	5					
[165,175)	3					
[175,185)	6					
[185,195)	5					
[195,205)	6					
Αθροίσματα						

- Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.
- Να βρείτε τη μέση τιμή.
- Να κάνετε το ιστόγραμμα της κατανομής αθροιστικών συχνοτήτων.
- Να βρείτε την επικρατούσα κλάση και το εύρος μεταβολής.
- Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.
- Να βρείτε την διάμεσο.

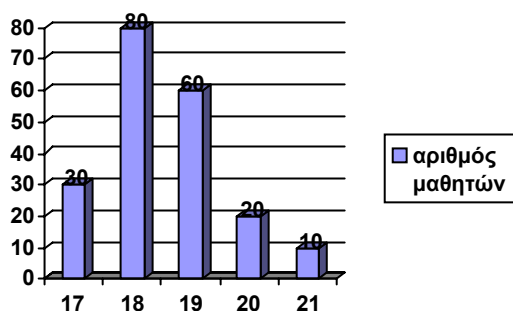
**ΑΣΚΗΣΗ 9:** Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζεται η χρηματική παροχή από τους γονείς, σε Ευρώ, δείγματος έξι μαθητών της πρώτης τάξης (ομάδα Α) και έξι μαθητών της δεύτερης τάξης (ομάδα Β) ενός Γυμνασίου.

Ομάδα Α	Ομάδα Β
1	7

8	14
9	6
5	4
3	12
4	5

- Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των παρατηρήσεων κάθε ομάδας.
- Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες.
- Αν σε κάθε παρατήρηση της ομάδας Α γίνει αύξηση 20% και οι παρατηρήσεις της ομάδας Β αυξηθούν κατά 5 Ευρώ η κάθε μία, πώς διαμορφώνονται οι νέες μέσες τιμές των δύο ομάδων;
- Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες με τα νέα δεδομένα.

### ΑΣΚΗΣΗ 10:



Αν οι συχνότητες ηλικιών των μαθητών της Γ τάξης ΤΕΕ, ενός δείγματος 200 μαθητών, δίνονται στο διπλανό ραβδόγραμμα να βρείτε :

- Τη μέση ηλικία των μαθητών.
- Είναι το δείγμα ομοιογενές ως προς την ηλικία;

ΑΣΚΗΣΗ 11: Ο μέσος μισθός των εργαζόμενων σε μια επιχείρηση είναι 1000 ευρώ. Απαιτούν αυξήσεις και το αφεντικό τους προτείνει να επιλέξουν ανάμεσα σε δύο δυνατότητες :

- Αύξηση 100 ευρώ για κάθε εργαζόμενο.
  - Αύξηση σε κάθε εργαζόμενο 10% του μισθού του.
- Ι). Πόσος θα γίνει ο μέσος μισθός σε κάθε μια από τις δύο περιπτώσεις;  
 ii). Σε ποια από τις δύο περιπτώσεις θα αλλάξει προς το καλύτερο η ομοιογένεια του συνόλου των εργαζόμενων ως προς τις αποδοχές τους;

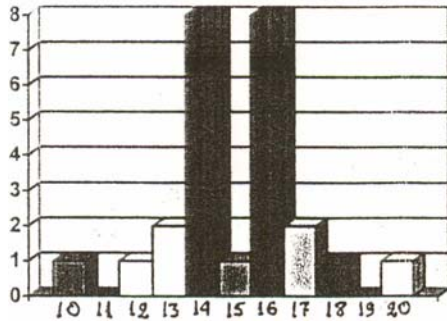
ΑΣΚΗΣΗ 12: Α) Ένας μαθητής ΤΕΕ έχει μέση βαθμολογία τετραμήνου στα 4 μαθήματα γενικής παιδείας 14 και στα 6 μαθήματα ειδικότητας 16. Ποιος είναι ο συνολικός μέσος όρος της βαθμολογίας του στο τετράμηνο;

Β) Στο επόμενο τετράμηνο η μέση βαθμολογία στα μαθήματα γενικής παιδείας παραμένει ίδια ενώ ο γενικός μέσος όρος του γίνεται 15.8. Ποια είναι η μέση βαθμολογία του στα μαθήματα ειδικότητας σε αυτό το τετράμηνο;

ΑΣΚΗΣΗ 13: Αν σε ένα ελληνικό σχολείο η μέση βαθμολογία των μαθητών είναι 14 (με άριστα το 20) και η τυπική απόκλιση 2 μονάδες και σε ένα Αγγλικό σχολείο η μέση βαθμολογία είναι 70 (με άριστα το 100). Πόση είναι η τυπική απόκλιση στο αγγλικό σχολείο αν τα δύο σχολεία είναι εξίσου ομοιογενή ως προς τη βαθμολογία των μαθητών τους;

ΑΣΚΗΣΗ 14: Δίνεται το παρακάτω διάγραμμα συχνοτήτων της βαθμολογίας των μαθητών ενός

τμήματος στα Μαθηματικά:



Βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση.

Μπορούμε να θεωρήσουμε ομοιογενές το τμήμα ως προς την επίδοσή του στα Μαθηματικά;

ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣΘΕΜΑ 1ο

A. Ας υποθέσουμε ότι  $x_1, x_2, \dots, x_k$  είναι οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$ , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ .

α. Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα  $v_i$ , που αντιστοιχεί στην τιμή  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ;

Μονάδες 3

β. Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ;

Μονάδες 3

γ. Να αποδείξετε ότι:

i)  $0 \leq f_i \leq 1$  για  $i = 1, 2, \dots, k$

ii)  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$ .

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Ένα προϊόν πωλείται σε 10 διαφορετικά καταστήματα στις παρακάτω τιμές, σε Ευρώ:

13, 10, 13, 13, 13, 16, 18, 14, 14, 18.

$x_i$	$v_i$	$f_i$	$x_i v_i$	$v_i (x_i - \bar{x})^2$
αθροίσματα	$v =$			

α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την τυπική απόκλιση.

β. Να υπολογίσετε το εύρος, την τυπική απόκλιση και τον συντελεστή μεταβολής.

Μονάδες 6

γ. Αν οι τιμές του προϊόντος σε όλα τα καταστήματα υποστούν έκπτωση 10%, να εξετάσετε αν θα μεταβληθεί ο συντελεστής μεταβολής.

Μονάδες 13

### ΘΕΜΑ 3ο

A. α. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων.

β. Να δώσετε τον ορισμό της επικρατούσας τιμής ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων.

γ. Να δώσετε τον ορισμό της μέσης τιμής ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων.

B. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.*

α. Το εύρος είναι μέτρο θέσης.

β. Η διακύμανση εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

γ. Η μέση τιμή εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

δ. Δύο κορυφές έχει η κατανομή που έχει δύο επικρατούσες τιμές.

ε. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για τη γραφική παράσταση των ποσοτικών μεταβλητών.

στ. Όταν το πλήθος ενός δείγματος είναι άρτιος αριθμός, τότε η κατανομή έχει δύο διαμέσους.

- ζ. Όταν το μέγεθος ενός δείγματος είναι άρτιος αριθμός ,τότε έχουμε μία μεσαία παρατήρηση.
- η. Ο συντελεστής μεταβολής εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.
- θ. Όταν το μέγεθος ενός δείγματος είναι άρτιος αριθμός ,τότε έχουμε δύο διαμέσους.

Μονάδες 5

#### ΘΕΜΑ 4ο

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζεται η χρηματική παροχή από τους γονείς, σε Ευρώ, δείγματος έξι μαθητών της πρώτης τάξης (ομάδα Α) και έξι μαθητών της δεύτερης τάξης (ομάδα Β) ενός Γυμνασίου.

Ομάδα Α	Ομάδα Β
1	7
8	14
9	6
5	4
3	12
4	5

- α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των παρατηρήσεων κάθε ομάδας.

Μονάδες 6

- β. Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες.

Μονάδες 5

- γ. Αν σε κάθε παρατήρηση της ομάδας Α γίνει αύξηση 20% και οι παρατηρήσεις της ομάδας Β αυξηθούν κατά 5 Ευρώ η κάθε μία, πώς διαμορφώνονται οι νέες μέσες τιμές των δύο ομάδων;

Μονάδες 8

δ. Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες με τα νέα δεδομένα.

Μονάδες 6

### ΘΕΜΑ 5ο

B) Ας υποθέσουμε ότι  $x_1, x_2, \dots, x_k$  είναι οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$ , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $v$  (όπου  $k \leq v$ ),  $v_i$  είναι η συχνότητα και  $f_i$  είναι σχετική συχνότητα της τιμής  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ .

Για καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της και ακριβώς δίπλα την ένδειξη ( $\Sigma$ ), αν η πρόταση είναι σωστή, ή ( $\Lambda$ ), αν αυτή είναι λανθασμένη.

α) Το άθροισμα όλων των σχετικών συχνοτήτων των τιμών της μεταβλητής  $X$  είναι ίσο με 100.

β) Η μέση τιμή  $\bar{x}$  ορίζεται από τη σχέση: 
$$\bar{x} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^k x_i v_i$$

γ) Για τη σχετική συχνότητα  $f_i$  ισχύει ότι  $f_i > 1$ , για κάθε  $i = 1, 2, \dots, k$ .

δ) Ο συντελεστής μεταβολής  $CV$  ορίζεται (για  $\bar{x} \neq 0$ ) από το λόγο:

$$CV = \frac{\text{τυπική απόκλιση}}{\text{μέση τιμή}} .$$

ε) Η διακύμανση (ή διασπορά) της μεταβλητής  $X$  ορίζεται από τη σχέση:

$$s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 v_i .$$

Μονάδες 15

### ΘΕΜΑ 6ο

Ένα δείγμα εργαζομένων μιας εταιρείας εξετάστηκε ως προς το χρόνο (σε ώρες) υπερωριακής απασχόλησης κατά τη διάρκεια ενός μηνός και προέκυψε ο παρακάτω πίνακας.

Ώρες υπερωριακής απασχόλησης Κλάσεις [ - )	Αθροιστική συχνότητα $N_i$
0 – 2	5
2 – 4	15
4 – 6	20
6 – 8	35
8 – 10	40

Να βρείτε:

α) το μέγεθος του δείγματος,

*Μονάδες 5*

β) τις συχνότητες και τις σχετικές συχνότητες των κλάσεων και

*Μονάδες 10*

γ) τη μέση τιμή

*Μονάδες 10*

### ΘΕΜΑ 7ο

Οι χρόνοι σε ώρες (παρατηρήσεις) που έξι από τους επίγειους σταθμούς δεν είχαν επαφή με τον Ελληνοκυπριακό δορυφόρο είναι:

$$t_1 = 0, \quad t_2 = 0, \quad t_3 = 1, \quad t_4 = 2, \quad t_5 = 4, \quad t_6 = 5 .$$

α) Να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και τη διάμεσο  $\delta$  των παρατηρήσεων.

*Μονάδες 6*

β) Αν  $f(x) = (t_1 - x)^2 + (t_2 - x)^2 + (t_3 - x)^2 + (t_4 - x)^2 + (t_5 - x)^2 + (t_6 - x)^2$ ,

τότε:

i) να αποδείξετε ότι  $f'(\bar{x}) = 0$

*Μονάδες 6*

ii) να αποδείξετε ότι  $f(\bar{x}) = 6s^2$ , όπου  $s^2$  είναι η διακύμανση των παρατηρήσεων και

Μονάδες 5

iii) να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $A(\bar{x}, f(\bar{x}))$ .

Μονάδες 8

### ΘΕΜΑ 8ο

Μια μεταβλητή παίρνει τις τιμές : 5, 3,  $3\omega$ , 3,  $2\omega$ , 3,  $3\omega$ ,  $\omega$  με  $\omega > 0$

α) Αν η μέση τιμή τους είναι  $\bar{X} = 4$ , να αποδείξετε ότι  $\omega = 2$ .

Μονάδες 7

β) Για  $\omega = 2$  να βρείτε :

i) Το εύρος των τιμών.

Μονάδες 5

ii) Την επικρατούσα τιμή.

Μονάδες 5

iii) Τη διακύμανση.

iiii) Την τυπική απόκλιση.

Μονάδες 8

v) Τον συντελεστή μεταβολής CV

### ΘΕΜΑ 9ο

Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων

$x_i$	Συχνότητα ( $v_i$ )	$v_i x_i$	Σχετική Συχνότητα ( $f_i$ )	Σχετική Συχνότητα % ( $f_i\%$ )
1	10			

2	15			
3	8			
4	7			
5	10			
Αθροίσματα				

- α. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.  
Μονάδες 19
- β. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.
- γ. Να βρείτε τη διάμεσο.
- δ. Να βρείτε τη μέση τιμή.
- ε. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της κατανομής συχνοτήτων.  
Μονάδες 6

### ΘΕΜΑ 10ο

Οι βαθμοί των 11 μαθητών μιας τάξης ενός Γ.Ε.Ε. σε ένα μάθημα είναι:

12, 12, 9, 15, 12, 16, 17, 7, 19, 18, 17.

Για τα δεδομένα αυτά:

- α. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων.  
Μονάδες 5
- β. Να βρείτε τη μέση τιμή.  
Μονάδες 5
- γ. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.  
Μονάδες 5
- δ. Να βρείτε τη διάμεσο.  
Μονάδες 5
- ε. Να βρείτε τη διακύμανση.  
Μονάδες 5
- ε. Να βρείτε την τυπική απόκλιση.
- ε. Να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής CV.

### ΘΕΜΑ 11ο

Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων

$x_i$	Συχνότητα ( $v_i$ )	Κέντρο κλάσης ( $K_i$ )	$K_i v_i$	Σχετική Συχνότητα ( $f_i$ )	Σχετική Συχνότητα % ( $f_i\%$ )
[155,165)	5				
[165,175)	8				
[175,185)	6				
[185,195)	4				
[195,205)	2				
Αθροίσματα					

- α. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.  
Μονάδες 15
- β. Να βρείτε τη μέση τιμή.
- γ. Να κάνετε το ιστόγραμμα της κατανομής συχνοτήτων.  
Μονάδες 6
- δ. Να κάνετε το πολύγωνο συχνοτήτων.  
Μονάδες 4
- ε. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της κατανομής συχνοτήτων.

### ΘΕΜΑ 12ο

Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων των υψών 25 μαθητών, ενός τμήματος ΤΕΕ, σε εκατοστά.

$x_i$	Συχνότητα ( $v_i$ )	Σχετική Συχνότητα ( $f_i$ )	Σχετική Συχνότητα% ( $f_i\%$ )	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα%
[155,165)	5					
[165,175)	8					
[175,185)	6					
[185,195)	4					
[195,205)	2					
Αθροίσματα						

- α. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.  
Μονάδες 15
- β. Να βρείτε την επικρατούσα κλάση.

- γ. Να βρείτε πόσοι μαθητές έχουν ύψος τουλάχιστον 1,85 m και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας .
- δ. Να κάνετε το ιστόγραμμα της κατανομής συχνοτήτων. Μονάδες 6
- ε. Να κάνετε το πολύγωνο συχνοτήτων. Μονάδες 4
- στ. Να κάνετε το ιστόγραμμα της κατανομής αθροιστικών συχνοτήτων.
- ζ. Να κάνετε το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.
- η. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.
- θ. Να βρείτε την διάμεσο.
- ι. Να βρείτε πόσοι μαθητές έχουν ύψος τουλάχιστον 1,82 m και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας .

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ****ΑΣΚΗΣΗ 1:**

Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων

$X_i$	Συχνότητα ( $v_i$ )	$v_i X_i$	Σχετική συχνότητα ( $f_i$ )	Σχετική συχνότητα% ( $f_i\%$ )
1	12			
2	15			
3	8			
4	5			
5	10			
αθροίσματα				

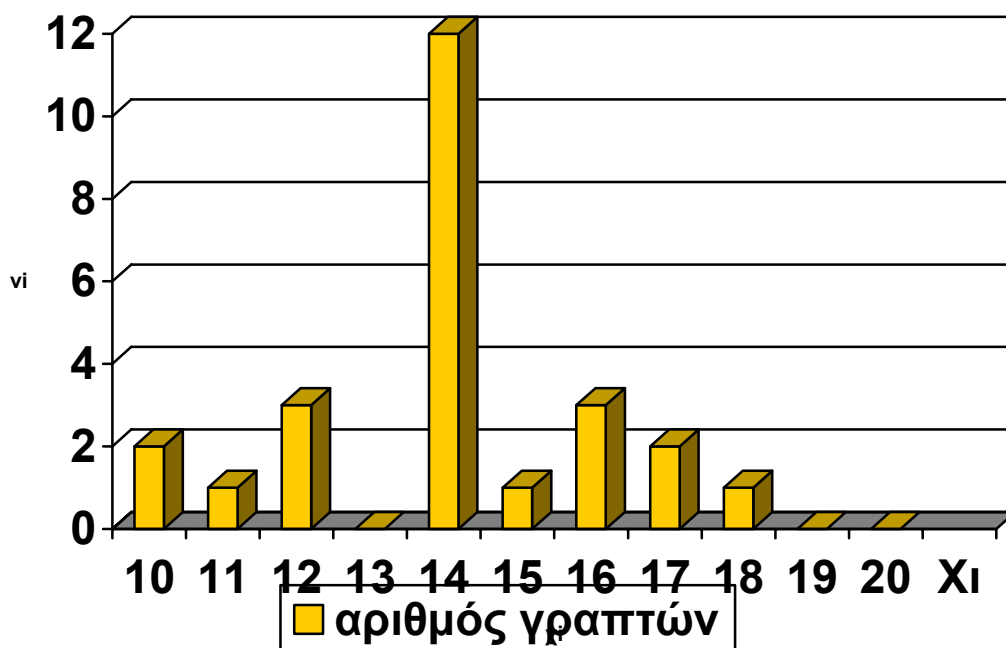
α) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.

β) Να βρείτε τη μεση τιμή  $\bar{x}$ .

**ΑΣΚΗΣΗ 2:**

Δίνεται το ραβδόγραμμα συχνοτήτων των βαθμών στα μαθηματικά μιας τάξης κατά το πρώτο τετράμηνο.

Ραβδόγραμμα συχνοτήτων



α) Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

$X_i$	$v_i$	$v_i X_i$	$f_i\%$	$N_i$	$F_i$	$F_i\%$	$v_i (X_i - \bar{X})^2$
<b>αθροίσματα</b>							

β) Βρείτε τη μέση τιμή, την επικρατούσα τιμή, τη διάμεσο, τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση.

γ) Αν στο δεύτερο τετράμηνο ο βαθμός κάθε μαθητή ανέβει 2 μονάδες να βρείτε: Τις νέες μέση τιμή, επικρατούσα τιμή, διάμεσο, διακύμανση και τυπική απόκλιση.

δ) Είναι ομοιογενής ως προς τα μαθηματικά και στα δύο τετράμηνα;

ε) Σε ποιο από τα δύο τετράμηνα η τάξη είναι περισσότερο ομοιογενής ;

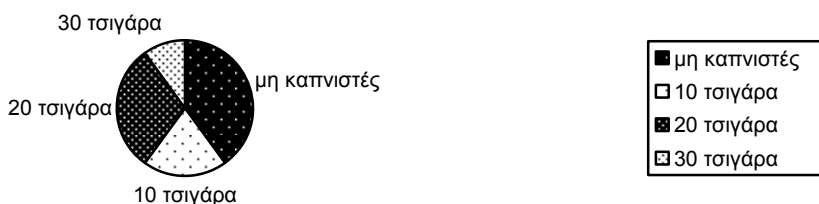
**ΑΣΚΗΣΗ 3:**

α) Αν η κάθε παρατήρηση αυξηθεί κατά ένα αριθμό  $a$  ( $a > 0$ ) να βρείτε πως μεταβάλλεται η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση και η ομοιογένεια της κατανομής.

β) Αν η κάθε παρατήρηση πολλαπλασιασθεί κατά ένα αριθμό  $a$  ( $a > 0$ ) να βρείτε πως μεταβάλλεται η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση και η ομοιογένεια της κατανομής.

**ΑΣΚΗΣΗ 4:**

Αν έρευνα σε μια τάξη για τον αριθμό τσιγάρων που καπνίζουν οι μαθητές δίνεται από το παρακάτω κυκλικό διάγραμμα

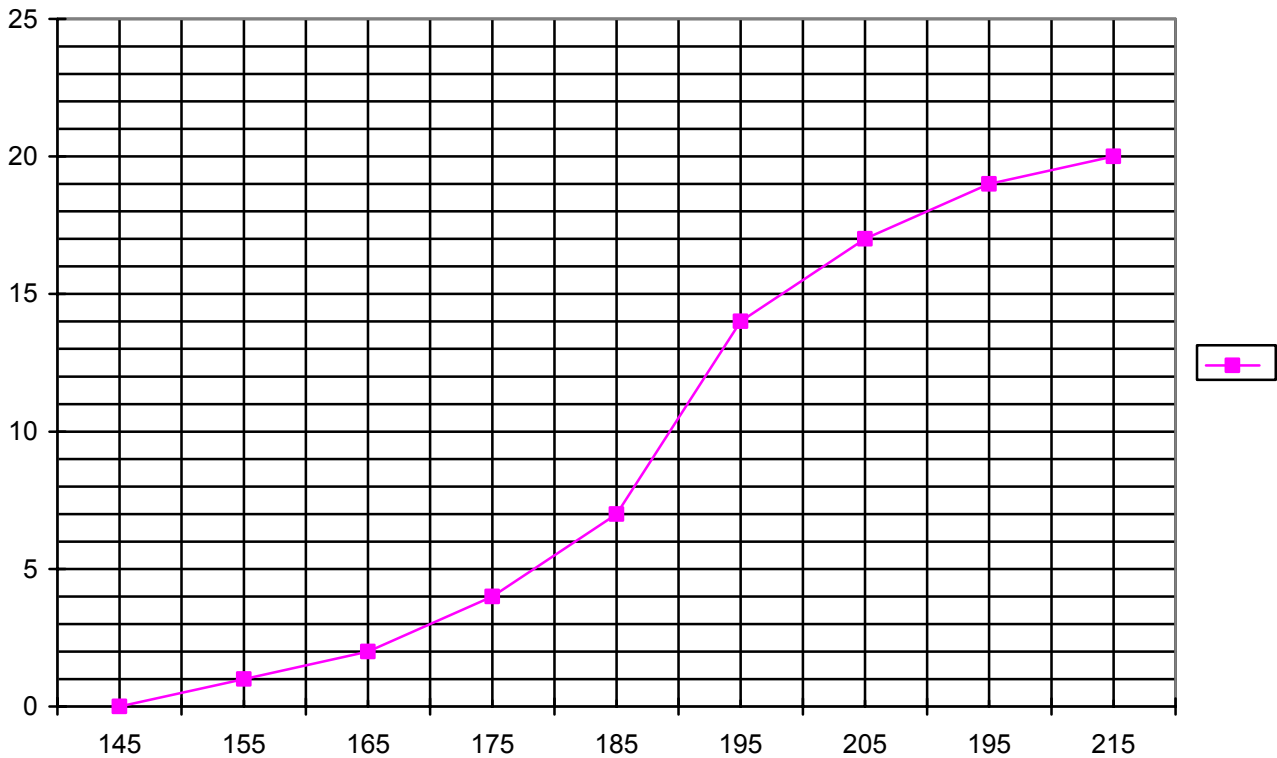


α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$\chi_i$	0	10	20	30
$f_i\%$				

β) Αν οι μη καπνιστές είναι 8 μαθητές να βρείτε τη μέση τιμή των τσιγάρων που καπνίζουν ανά ημέρα οι καπνιστές μαθητές.

**ΑΣΚΗΣΗ 5:** Δίνεται το παρακάτω πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.



α) Να κατασκευάσετε το πολύγωνο συχνοτήτων.

β) Να βρείτε τη μέση τιμή, την επικρατούσα τιμή, τη διάμεσο, τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση.

**ΑΣΚΗΣΗ 6:** α) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας που δίνει τη βαθμολογία των μαθητών μιας τάξης στα μαθηματικά, αν γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή είναι  $\bar{X}=15$ .

$X_i$	10	12	15	18	20	αθροισμα
$v_i$	1		4		1	$n=10$

α) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας που δίνει το ύψος των μαθητών μιας τάξης σε cm, αν γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή είναι  $\bar{X}=172$  cm.

$X_i$	[155-165)	[165-175)	[175-185)	[185-195)	[195-205)	άθροισμα
$v_i$	7	10		2		25

**ΑΣΚΗΣΗ 7:** Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας που δίνει τη βαθμολογία των μαθητών μιας τάξης στα μαθηματικά, αν γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή είναι  $\bar{X}=15$  και η τυπική απόκλιση είναι  $s=3$ .

$X_i$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	σύνολο μαθητών
$v_i$	1	0	1	1		0	0		0	1	1	

**ΑΣΚΗΣΗ 8:**

Να συμπληρωθούν οι παρακάτω πίνακες που δίνουν τη βαθμολογία των μαθητών τριών τμημάτων στα μαθηματικά, να βρεθούν οι μέσες τιμές τους, οι τυπικές αποκλίσεις τους και να συγκριθούν ως προς την ομοιογένεια.

$X_i$	$v_i$	$v_i X_i$	$fi\%$	$N_i$	$F_i$	$F_i\%$	$v_i (X_i - \bar{X})^2$
10	2		8				
11	3						
12	1						
13	1						
14			20				
16	3						
17	1						
18	3						
19	2						
20	2						
αθροίσματα							

$X_i$	$v_i$	$v_i X_i$	$fi\%$	$N_i$	$F_i$	$F_i\%$	$v_i (X_i - \bar{X})^2$
10	3						
11	1						
12	2						
13	0						
14		10					
16	3						
17	4						
18	3						
19	1						
20	1						
αθροίσματα	25						

$X_i$	$v_i$	$v_i X_i$	$f_i\%$	$N_i$	$F_i$	$F_i\%$	$v_i (X_i - \bar{X})^2$
10	4						
11	0						
12	2						
13	0						
14						36	
16	4						
17	1						
18	3		12				
19	1						
20	2						
αθροίσματα							

### ΑΣΚΗΣΗ 9:

α) Το μέσο βάρος 30 μαθητών ενός τμήματος είναι 62 kg . Ποιο θα είναι το νέο μέσο βάρος:

i) Αν έρθει ένας ακόμη μαθητής 65 kg.

ii) Αν φύγει μία μαθήτρια 56 kg.

ii) Αν συμβούν και τα δύο παραπάνω .

### ΑΣΚΗΣΗ 10:

Η μέση τιμή 50 παρατηρήσεων είναι 20, αν από αυτές οι 10 μειωθούν κατά 3 και 16 αυξηθούν κατά 5, να βρείτε τη νέα μέση τιμή .

### ΑΣΚΗΣΗ 11:

α) Αν 8 από τους 20 εργαζομένους ενός εργοστασίου έχουν μέσο μισθό 1175 ευρώ και οι υπόλοιποι 1720 ευρώ, να βρείτε τη μέση τιμή όλων.

β) Αν 8 από τους 20 εργαζομένους ενός εργοστασίου έχουν μέσο μισθό 1000 ευρώ και οι υπόλοιποι 1160 ευρώ, να βρείτε τον αριθμό των εργαζομένων , αν γνωρίζετε ότι η μέση τιμή όλων είναι 1096 ευρώ.

### ΑΣΚΗΣΗ 12

Το μέσο ύψος 90 κατοίκων ενός νησιού είναι 172 cm . Αν την καλοκαιρινή περίοδο φθάσουν στο νησί 60 τουρίστες με μέσο ύψος 182 cm ,να βρείτε ποια θα είναι η νέα μέση τιμή των υψών όλων μαζί.

### ΑΣΚΗΣΗ 13:

Σε ένα εργοστάσιο με 200 εργαζόμενους η μέση τιμή των αμοιβών είναι 1000 ευρώ και το 45% των εργαζομένων παίρνει λιγότερο από το μέσο μισθό , αν ο δικός τους μέσος μισθός είναι 800 ευρώ να βρείτε πόσο θα γίνει η μέση τιμή των μισθών όλων των εργαζομένων αν ο ελάχιστος μισθός γίνει 1000 ευρώ.

## ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

### 1<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ :

Ο μέσος μισθός των εργαζόμενων σε μια επιχείρηση είναι 1000 ευρώ. Απαιτούν αυξήσεις και το αφεντικό τους προτείνει να επιλέξουν ανάμεσα σε δύο δυνατότητες :

A) Αύξηση 100 ευρώ για κάθε εργαζόμενο.

B) Αύξηση σε κάθε εργαζόμενο 10% του μισθού του.

i). Πόσος θα γίνει ο μέσος μισθός σε κάθε μια από τους' δύο περιπτώσεις:

ii). Σε ποια από τους δύο περιπτώσεις θα αλλάξει τους το καλύτερο η ομοιογένεια του συνόλου των εργαζόμενων ως τους τους αποδοχές τους:

### 2<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ:

A) Ένας μαθητής ΤΕΕ έχει μέση βαθμολογία τετραμήνου στα 4 μαθήματα γενικής παιδείας 14 και στα 6 μαθήματα ειδικότητας 16. Ποιος είναι ο συνολικός μέσος όρος της βαθμολογίας του στο τετράμηνο:

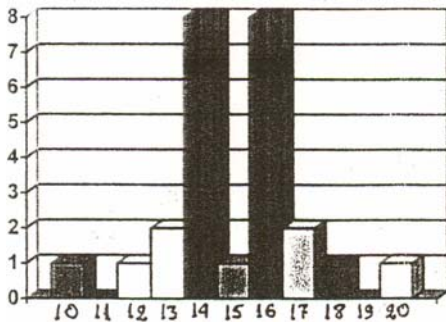
B) Στο επόμενο τετράμηνο η μέση βαθμολογία στα μαθήματα γενικής παιδείας παραμένει ίδια ενώ ο γενικός μέσος όρος του γίνεται 15.8. Ποια είναι η μέση βαθμολογία του στα μαθήματα ειδικότητας σε αυτό το τετράμηνο;

### 3<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ:

Αν σε ένα ελληνικό σχολείο η μέση βαθμολογία των μαθητών είναι 14 (με άριστα το 20) και η τυπική απόκλιση 2 μονάδες και σε ένα Αγγλικό σχολείο η μέση βαθμολογία είναι 70 (με άριστα το 100). Πόση είναι η τυπική απόκλιση στο αγγλικό σχολείο αν τα δύο σχολεία είναι εξίσου ομοιογενή ως τους τη βαθμολογία των μαθητών τους;

### 4<sup>ο</sup> ΘΕΜΑ:

Δίνεται το παρακάτω διάγραμμα συχνοτήτων της βαθμολογίας των μαθητών ενός τμήματος στα Μαθηματικά:



Βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση.

Μπορούμε να θεωρήσουμε ομοιογενές το τμήμα ως προς την επίδοσή του στα Μαθηματικά;