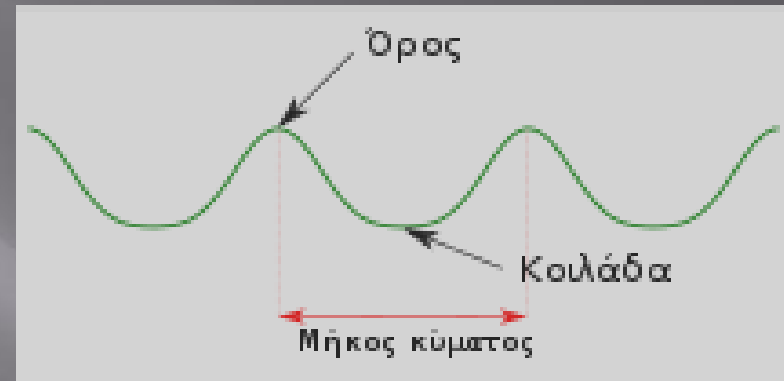


ΕΙΣΑΓΩΓΗ...



Κύμα ...

Στην εικόνα έχουμε το γραμμικό αρμονικό κύμα.

- Με το κύμα μεταφέρεται ενέργεια από μια περιοχή σε μια άλλη, χωρίς μεταφορά ύλης.
- Τα κύματα χαρακτηρίζονται από το μήκος κύματος λ , τη συχνότητα f , την ταχύτητα διάδοσης $u = \lambda f$, ...
- ... Δεν υπάρχει κύμα σημειακό ούτε στιγμιαίο. Τα κύματα απαιτούν χώρο και χρόνο, είτε είναι γραμμικά, είτε επιφανειακά, είτε κύματα χώρου.

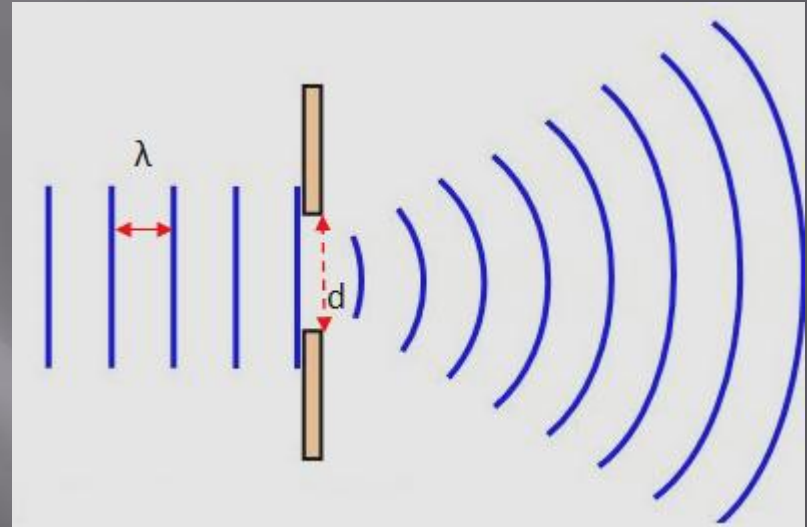
ΕΙΣΑΓΩΓΗ...



Το φαινόμενο της **συμβολής** κυμάτων

Στην εικόνα δυο κυματικές διαταραχές **συνυπάρχουν** σε μια περιοχή του χώρου (εδώ σε επιφάνεια υγρού) και το τελικό προϊόν της συνύπαρξης αποφασίζεται και από τα δυο κύματα, όπως ορίζει η **αρχή της επαλληλίας** $Y_{\text{ολικό}} = Y_1 + Y_2 \dots$

ΕΙΣΑΓΩΓΗ...



Το φαινόμενο της **περίθλασης** κυμάτων

Στην εικόνα επίπεδο κύμα με μήκος κύματος λ , συναντά άνοιγμα πλάτους d ($d \approx \lambda$).

Σε αυτή τη περίπτωση η μικρή περιοχή d , γίνεται πηγή **σφαιρικού** πλέον κύματος (όχι πλήρους). Το μήκος κύματος δεν αλλάζει.

Αν $d \gg \lambda$, το φαινόμενο δεν παρατηρείται...

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

Ονομάζεται και **αρχή της απροσδιοριστίας** του *Heisenberg*

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Η παραπάνω μαθηματική σχέση, περιγράφει την αρχή της αβεβαιότητας.

Δx = Στον χώρο της κβαντικής φυσικής, έχει μη μηδενική τιμή και φέρει το όνομα **αβεβαιότητα θέσης**. Θέλει να εκφράσει πού περίπου –σε ποια περιοχή άξονα x - βρίσκεται το κβαντικό αντικείμενο, μιας και δεν είναι δυνατόν να οριστεί με ακρίβεια η θέση του, όχι διότι δεν έχουμε καλά μαθηματικά εργαλεία, αλλά γιατί αυτό είναι σύμφυτο με τον κβαντικό χαρακτήρα του αντικειμένου...

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

ΔP = Είναι η αβεβαιότητα της ορμής του κβαντικού αντικειμένου και αν η μάζα του θεωρηθεί σταθερή, τότε ομιλούμε για αβεβαιότητα στη ταχύτητα.

Τι μας λέει η αρχή ;

Απάντηση I : Δεν είναι δυνατόν να γνωρίζουμε με ακρίβεια ούτε τη θέση, ούτε την ορμή (ταχύτητα) ενός σωματιδίου στον μικρόκοσμο.

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

Ας δούμε τώρα γιατί η αρχή της αβεβαιότητας είναι συνέπεια της αρχής του κυματοσωματιδιακού δυισμού!



Η σωματιδιακή φύση θέλει το σωματίδιο να είναι εντοπισμένο σε κάποιο σημείο του χώρου, αλλά η κυματική του συμπεριφορά απαιτεί να υπάρχει σε μια ευρύτερη περιοχή, αφού δεν υπάρχει σημειακό κύμα!

Πώς συμβιβάζεται αυτή η αντίθεση ;

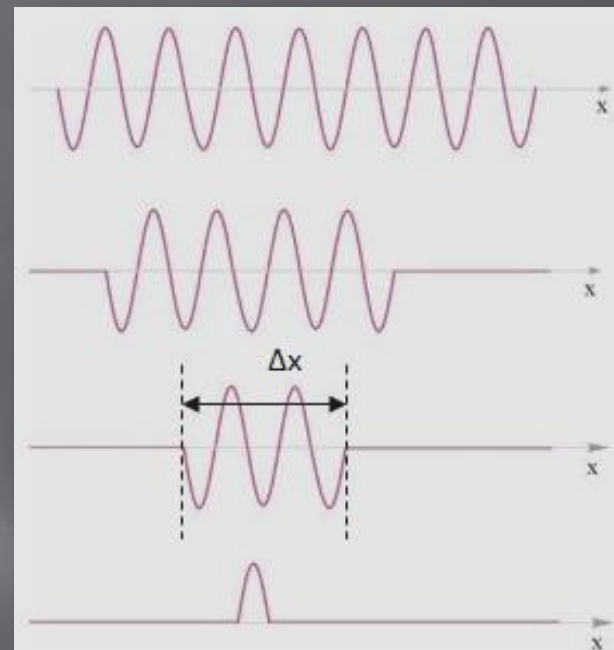
Η λύση δόθηκε με τα **κυματοπακέτα**. Με αυτά εκφράζεται ο κυματικός χαρακτήρα του σωματίου. Αυτά –όπως θα δούμε- είναι προϊόντα σύνθεσης πολλών απλών αρμονικών κυμάτων που συμβάλλουν με κατάλληλο τρόπο (μήκη κύματος, πλάτη, φάσεις, κατεύθυνση), ώστε τα κύματα να αποσβένονται (να αλληλοαναιρούνται) σε περιοχές του άξονα $x'x$ εκτός από μια περιοχή εύρους Δx .

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

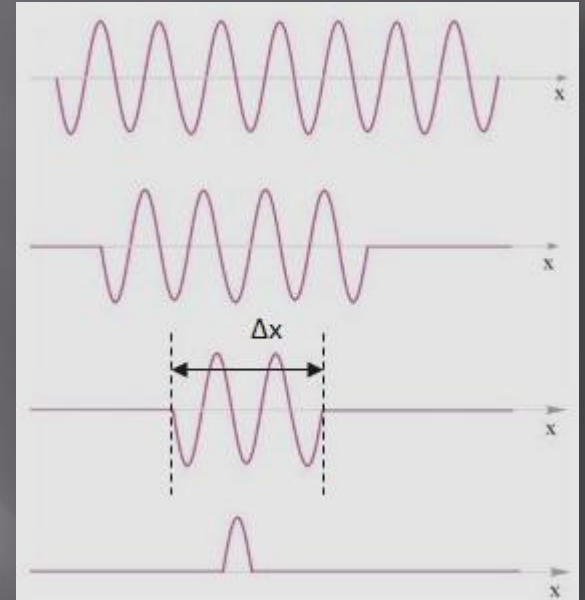
Στο σχήμα δείχνεται η δημιουργία κυματοπακέτων με διαρκώς μειούμενη αβεβαιότητα ως προς τη θέση του σωματιδίου, όπως αυτή καταγράφεται από τη διάσταση του κυματοπακέτου. Όμως! Όταν μειώνεται η διάσταση Δx , αυξάνεται ο αριθμός των διαφορετικών μηκών κύματος που συντίθενται.

Ωστε:

Όσο πιο πολλά αρμονικά κύματα με διαφορετικά μήκη κύματος συνθέτουμε, τόσο πιο περιορισμένο κυματοπακέτο μπορούμε να δημιουργήσουμε. Πολλά διαφορετικά λ , σημαίνει αβεβαιότητα στο μήκος κύματος...



ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ



...Όμως $\lambda = h/p$, οπότε αβεβαιότητα στο μήκος κύματος, σημαίνει αβεβαιότητα στην ορμή του.

Να πώς ο κυματοσωματιδιακός δυισμός προκαλεί αβεβαιότητα στη θέση και στη ορμή για ένα κβαντικό αντικείμενο και μάλιστα να είναι αυτές μη μηδενικές και αλληλοεξαρτώμενες.

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

$$\Delta x \cdot \Delta P \cong \hbar$$

Ας δούμε τι λέει η αρχή της αβεβαιότητας, στο όριο της ανισότητας.

Απάντηση II : Λέει ότι οι δυο αβεβαιότητες Δx και ΔP είναι αντιστρόφως ανάλογες. Δηλαδή όσο προσπαθείς να καθορίσεις πιο καλά τη θέση του κβαντικού αντικειμένου, μεγαλώνεις την ασάφεια σε ότι αφορά την ταχύτητα του και αντιστρόφως.

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

Άσκηση

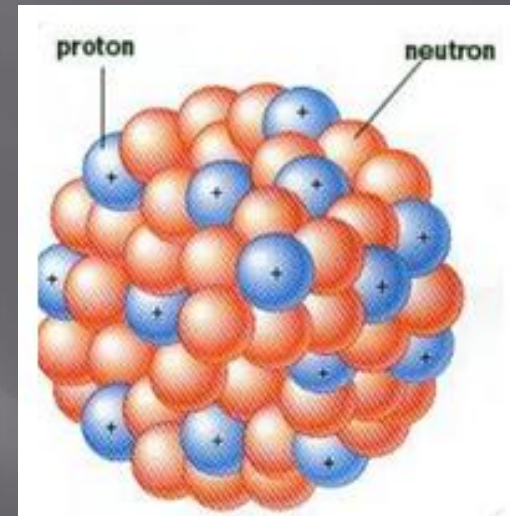
Σύμφωνα με την αρχή της αβεβαιότητας — υπό την μορφή της προσεγγιστικής ισότητας $\Delta x \cdot \Delta p \simeq \hbar$ — ποια θα είναι η απροσδιοριστία στην ταχύτητα ενός ηλεκτρονίου του οποίου η θέση είναι γνωστή με περιθώριο σφάλματος $\Delta x \simeq 0,1 \text{ nm}$.

$$\Delta x \cdot \Delta P \cong \hbar \rightarrow \Delta x \cdot m_e \Delta v \cong \frac{h}{2\pi} \rightarrow$$

$$\Delta v = \frac{h}{\Delta x m_e 2\pi} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{2\pi \cdot 10^{-10} \cdot 10^{-30}} \cong 10^6 \text{ m/sec}$$

Τεράστια η αβεβαιότητα. Το e- κινείται με ιλιγγιώδη ταχύτητα στη περιοχή όπου είναι φυλακισμένο.

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ



Όσο μικρότερη γίνεται η «φυλακή» (Δx) ενός κβαντικού αντικειμένου, τόσο «ζωηρότερο» κινητικά (K) γίνεται αυτό.

Να γιατί ο μικρός πυρήνας **οφείλει** να είναι ένας ενεργειακός γίγαντας!

Χάρη σε αυτόν τον νάνο-γίγαντα, τα άστρα μπορούν να εκπέμπουν άφθονη ενέργεια μερικά δισ χρόνια. Με άλλα λόγια, η αρχή της αβεβαιότητας δικαιολογεί γιατί ο ήλιος μπορεί να συντηρεί τη ζωή στον πλανήτη μας...

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

Άσκηση

Μια μπάλα τένις 60 gr κινείται με ταχύτητα 60 m/sec με απροσδιοριστία 1% στη τιμή της ταχύτητας. Ποια η απροσδιοριστία στη θέση της;

$$\Delta x \cdot \Delta P \cong \hbar \rightarrow \Delta x \cdot m_e \Delta v \cong \frac{h}{2\pi} \rightarrow$$
$$\Delta x = \frac{h}{\Delta v m_e 2\pi} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{2\pi \cdot 60 \cdot 10^{-3} \frac{1}{100} 60} \cong 3 \cdot 10^{-33} \text{ m/sec}$$

Δηλαδή η θέση της μπάλας, μας είναι γνωστή με ακρίβεια, αφού η απροσδιοριστία θέσης είναι μη ανιχνεύσιμη! Στον μακρόκοσμο, εκεί δηλαδή όπου η σταθερά h του Planck δεν έχει ρόλο, δεν υπάρχει ζήτημα απροσδιοριστίας.

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

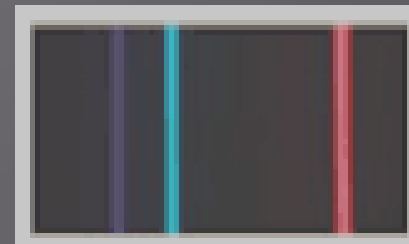
Η αρχή της αβεβαιότητας ισχύει με ανάλογη λογική (κυματοσωματιδιακός δυισμός) για τα μεγέθη ενέργεια και χρόνος.

Οι δυο παραπάνω ποσότητες συνδέονται με την σχέση $\Delta E \cdot \Delta t \geq h/2\pi$

Να και προφανής παρατήρηση:

Η αβεβαιότητα στη γνώση της ενέργειας ΔE και της διάρκειας Δt , που απαιτείται για τη μέτρησή της, εμφανίζουν αλληλεξάρτηση. Αν μετράς με αυξημένη ακρίβεια την ενέργεια ενός φωτονίου ή ηλεκτρονίου ή οποιουδήποτε σωματίου, τόσο αβέβαιη γίνεται η στιγμή στην οποία το σωματίο είχε αυτή την τιμή ενέργειας.

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ



Άσκηση

Η μελέτη των φασμάτων εκπομπής δείχνει ότι οι φασματικές γραμμές δεν είναι αυστηρά καθορισμένες αλλά η κάθε μια εμφανίζει ένα φυσικό εύρος. Το εύρος των φασματικών γραμμών μπορεί να εξηγηθεί με την αρχή της αβεβαιότητας.

Ένα άτομο παραμένει σε κατάσταση διέγερσης περίπου 10^{-8} s και μετά αποδιεγείρεται εκπέμποντας ένα φωτόνιο σε κάθε άλμα.

Ισχύει :

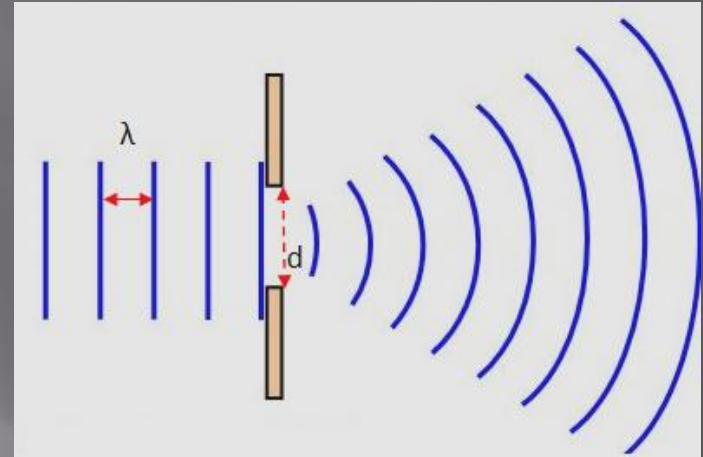
$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2\pi} \rightarrow (\hbar \cdot \Delta f) \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2\pi} \rightarrow \Delta f \geq \frac{1}{2\pi \cdot \Delta t} \rightarrow \Delta f \geq 1,6 \cdot 10^7 \text{ Hz}$$

Η αβεβαιότητα (ΔE) στην ενέργεια της διεγερμένης κατάστασης, μας οδηγεί σε μια διασπορά των τιμών της συχνότητας των εκπεμπόμενων φωτονίων κι αυτό σημαίνει ότι η φασματική γραμμή δεν είναι αυστηρά καθορισμένη.

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

Εξήγηση φαινομένου **περίθλασης** σωματιδίων με την αρχή της αβεβαιότητας.

Το σωματίο φτάνει στη σχισμή και η θέση του έχει αβεβαιότητα $\Delta y = d$. Μετά το πέρασμα από τη σχισμή, μπορεί να κινηθεί προς κάθε κατεύθυνση που ορίζουν τα μέτωπα κύματος πιθανότητας.



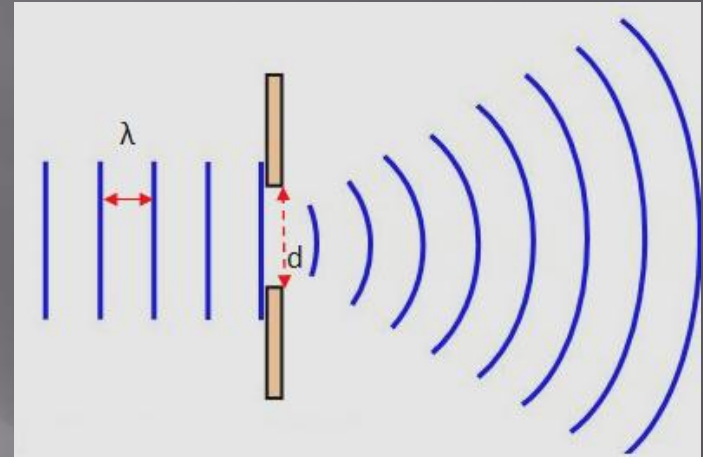
Η αρχή της αβεβαιότητας επιβάλλει να υπάρξει αβεβαιότητα στη συνιστώσα της ορμής στον άξονα y . Επομένως μετά το πέρασμα η ορμή οφείλει να έχει συνιστώσα Δp_y και αυτό σημαίνει ότι το σωματίο αποκτά δικαίωμα να έχει ένα πλήθος επιλογών στην κατεύθυνση κίνησης.

Πράγματι :

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \cong \frac{h}{2\pi} \quad (\text{προσεγγιστικά ισότητα})$$

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \cong \frac{h}{2\pi} \quad (\text{προσεγγιστικά η ισότητα})$$



Τι λέει η παραπάνω εξίσωση ;

Λέει ότι αν μεγαλώσεις το άνοιγμα της σχισμής, τότε μικραίνει την αβεβαιότητα της ορμής και αυτό σημαίνει ότι μικραίνει το άνοιγμα του κύματος μετά τη σχισμή (μείωση γωνίας περίθλασης). Και αν το άνοιγμα της σχισμής είναι μεγάλο, τότε δεν θα έχεις φαινόμενο περίθλασης.

Αντίθετα. Αν μειώσεις το άνοιγμα της σχισμής, τότε η αβεβαιότητα ΔP_y μεγαλώνει και αυτό σημαίνει ότι η γωνία περίθλασης αυξάνει.

ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

Άσκηση (Mathesis)

Μια δέσμη ηλεκτρονίων που κινούνται με ταχύτητα $u = 10^5$ m/s στέλνεται να περάσει από μια στενή σχισμή με άνοιγμα ενός δεκάτου του χιλιοστού. Θα μπορέσουμε να δούμε την κυματική φύση των ηλεκτρονίων με τη διάταξη αυτή;

Όχι, διότι το μήκος κύματος των ηλεκτρονίων της δέσμης, είναι συντριπτικά μικρότερο από το άνοιγμα των 10^{-2} cm που έχει η σχισμή. Δεν θα συμβεί επομένως περίθλαση και η κυματική φύση των ηλεκτρονίων δεν θα μπορέσει να ανιχνευτεί.

$$\lambda = \frac{h}{mu} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{10^{-30} \cdot 10^5} = 6,6 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$