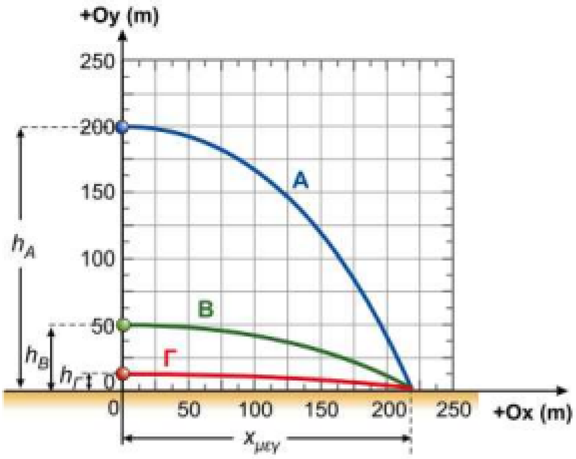
ΘΕΜΑ 1ο

Τα βλήματα Α, Β και Γ του πιο κάτω σχήματος εκτοξεύονται σε οριζόντια διεύθυνση από διαφορετικό αρχικό ύψος, και κινούνται μόνο υπό την επίδραση του βάρους τους. Παρατηρώντας τις τροχιές των βλημάτων, να καθορίσετε:

Α. Ποιό βλήμα φθάνει πρώτο στο έδαφος;

Β. Ποιό βλήμα εκτοξεύεται με μεγαλύτερη αρχική ταχύτητα;



Α. Ο χρόνος πτώσης έχει να κάνει με την κίνηση στον κατακόρυφο άξονα οψ (ελεύθερη πτώση).

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow \ 2h = gt^2 \ \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (1)$$

Αυξανομένου του h, αυξάνεται και ο χρόνος πτώσης (όχι αναλογικά, εντάξει;)   Επομένως : $t_A > t_B > t_Γ$

ΣΗΜΕΙΩΜΑ : Από την (1), μπορούμε να υπολογίσουμε τους τρεις χρόνους…

Β. Βλέπουμε ότι έχουμε το ίδιο βεληνεκές $x_{μεγ}$ και επιπλέον θέλουμε να συγκρίνουμε τις αρχικές οριζόντιες ταχύτητες. Μελετάμε λοιπόν με εξισώσεις του άξονα οχ!

Η κίνηση είναι ευθ. ομαλή με σταθερή ταχύτητα, ίση με την αρχική. Η τιμή της συντεταγμένης στον άξονα οχ είναι ίση με :

$$x = u_o \, . t \ \rightarrow \ x_{μεγ} = u_o \, . \sqrt{\frac{2h}{g}} \ \ (*) \ \rightarrow \ u_o = x_{μεγ} \frac{1}{\sqrt{\frac{2h}{g}}} \ \rightarrow u_o = x_{μεγ}\sqrt{\frac{g}{2h}} \qquad (2)$$

Η (2) λέει ότι αυξανομένου του h, η τιμή της αρχικής ταχύτητας μειώνεται !

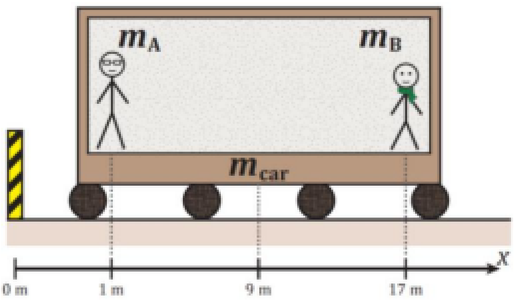
ΣΗΜΕΙΩΜΑ : Από την (2), μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές των τριών αρχικών ταχυτήτων…

ΘΕΜΑ 2^{ο}

Ένα βαγόνι ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο. Μέσα στον βαγόνι βρίσκονται δύο άνθρωποι με μάζες $m_A = 80\ kg$ στην θέση $x_A = 1\ m$ και $m_B = 50\ kg$ στη θέση $x_B = 17\ m$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Όταν το βαγόνι είναι άδειο ζυγίζει 1.000 kg και το κέντρο μάζας του είναι στην θέση $x_{train} = 9\ m$.

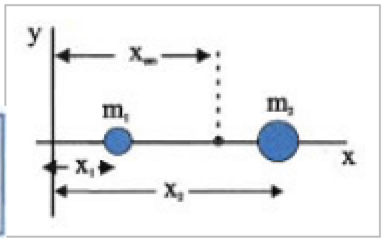
Α. Να υπολογίσετε το κέντρο μάζας του συστήματος.

Β. Κάποια στιγμή ο άνθρωπος Β ξεκινά να κινείται προς τον Α. Να εξηγήσετε αν το βαγόνι θα κινηθεί. Το κέντρο μάζας του συστήματος μετακινείται;



Η θεωρία, που αφορά το κέντρο μάζας (cm), απαιτεί ιδιαίτερη σπουδή, η οποία στα πλαίσια μιας άσκησης δεν είναι δυνατόν να αναφερθεί.

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$



Επιγραμματικά :

- Είναι ένα σημείο –γεωμετρικό- το οποίο αφορά κάποιο στερεό με διαστάσεις ή ένα σύνολο σωμάτων.
- Όταν σε ένα σύνολο σωμάτων, δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις (συνισταμένη εξωτερικών ίση με μηδέν), τότε το cm ισορροπεί!
- Σε ένα σώμα σημειακό, το cm ταυτίζεται με τη θέση του σώματος.

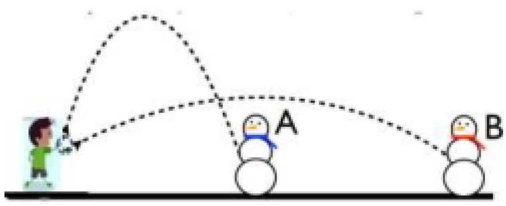
Α. Θεωρούμε ότι έχουμε τα τρία επιμέρους cm σε νοητή ευθεία γραμμή, οπότε βγάζουμε από το μανίκι μια εξίσωση (*βιβλίο φυσικής Γ λυκείου κατεύθυνσης…*)

$$x_{cm} = \frac{m_A . x_A + m_B . x_B + m_{train} . x_{train}}{m_A + m_B + m_{train}} = \frac{80\ .1 + 1000.\ 9 + 50\ .\ 17}{80 + 50 + 1000}\ m = \frac{80 + 9000 + 850}{1130}\ m \cong 8{,}78\ m \quad (3)$$

Β. Όταν ο άνθρωπος Β ξεκινήσει να κινείται, τότε το cm των τριών σωμάτων $(x_{cm} = 8{,}78\ m)$ οφείλει να μείνει ακίνητο, μιας και στο σύστημα των τριών σωμάτων δεν ασκείται εξωτερική συνισταμένη δύναμη. Ε! για μη κινηθεί οφείλουν οι αποστάσεις x_B και x_{train} να προσαρμοστούν λέει η εξίσωση (3).

ΘΕΜΑ 3^{O}

Ο μικρός Γρηγόρης ρίχνει ταυτόχρονα δύο χιονόμπαλες με την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα σε δύο χιονάνθρωπους Α και Β. Αν οι χιονόμπαλες ακολουθούν τις παραβολικές τροχιές που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα, σε ποιόν χιονάνθρωπο προσκρούει πρώτα η χιονόμπαλα;

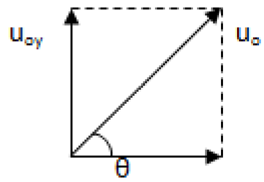


Οι δυο μπάλες, φεύγουν από το ίδιο ύψος y_o (χέρι Γρηγόρη) και καταλήγουν πάλι στο ίδιο ύψος y (στον χιονάνθρωπο).
Στον κατακόρυφο άξονα θα έχουμε :

$$y = y_o + u_{oy}.t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad \Delta y = u_{oy}.t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}gt^2 - u_{oy}.t + \Delta y = 0$$

$$t = \frac{u_{0y} \pm \sqrt{u_{0y}^2 - 2g\Delta y}}{g} \qquad (1)$$

Ας δούμε τι λέει η σχέση (1) στη –εύκολη- περίπτωση, όπου Δy =0 δηλ. όταν η χιονόμπαλα φεύγει από ένα ύψος και αφού κάνει καμπύλη τροχιά, επανέρχεται στο **ίδιο** ύψος.



$$(1) \quad \rightarrow \quad t = \frac{u_{0y} \pm \sqrt{u_{0y}^2}}{g} \rightarrow t = 0 \qquad ή \qquad t = \frac{2u_{oy}}{g} = \frac{2\,u_o\,.\eta\mu\theta}{g} \qquad (3)$$

Λοιπόν!

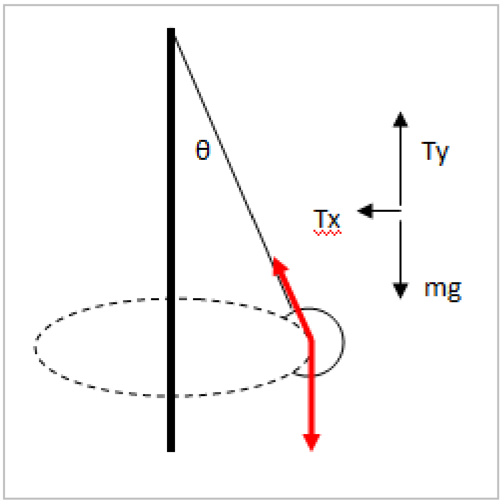
Για τη βολή Α, έχουμε μεγαλύτερη τιμή στη θ, άρα και στο ημθ (για γωνία 0-90^o), οπότε ο χρόνος $t_A > t_B$.

Αν πάλι μελετήσουμε την (1) μπορούμε να πούμε ότι μας ενδιαφέρει μεγαλύτερος χρόνος (*που αφορά το κατέβασμα*) και τότε όποια βολή έχει μεγαλύτερη τιμή στη συνιστώσα υογ θα έχει και τον μεγαλύτερο χρόνο t.

ΣΗΜΕΙΩΜΑ : Έπρεπε –κατά τη ταπεινή μου γνώμη- η άσκηση να έχει ως δεδομένο, με κάποιο τρόπο ότι Δy=0

ΘΕΜΑ 4ο

Η περιστρεφόμενη κούνια (*Swing ride*), που απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα είναι ένα συναρπαστικό καρουζέλ που αποτελεί και παιχνίδι του λούνα παρκ. Οι κούνιες είναι προσαρτημένες γύρω από ένα πύργο και περιστρέφονται γύρω από αυτόν. Να εξηγήσετε γιατί οι κούνιες ανυψώνονται καθώς αυξάνεται η ταχύτητα περιστροφής.



Κυκλική κίνηση : Η συνιστώσα Tx έχει ρόλο κεντρομόλου δύναμης.

Επομένως : $T_\chi = \frac{m.u^2}{R} \to T.\eta\mu\theta = \frac{m.u^2}{R}$ (1)

Κατακόρυφος άξονας : $T_y = m.g \to T.\sigma\upsilon\nu\theta = m.g$ (2)

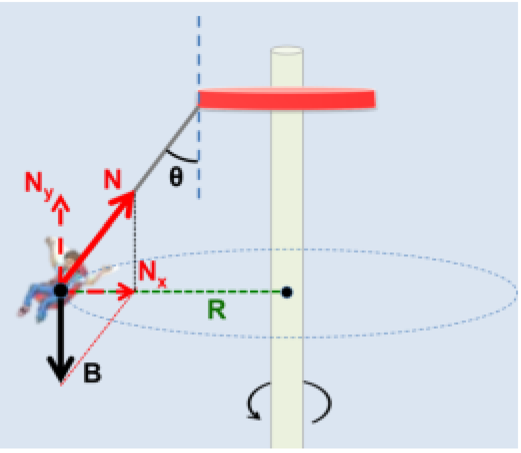
Διαίρεση κατά μέλη για να διώξω το T !

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{mu^2}{Rg} \qquad (3)$$

Τι λέει η (3) ;

Λέει ότι όταν αυξάνεται η η ταχύτητα, τότε επιβάλλεται να αυξηθεί και εφθ, δηλαδή η γωνία θ, πράγμα που συμβαίνει όταν η γωνία παίρνει τιμές 0 – 90°

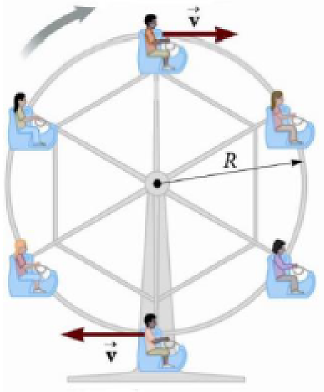
Εικόνα 8. Οι δυνάμεις που ασκούνται στον επιβάτη είναι η κάθετη δύναμη από την κούνια και το βάρος. Η συνισταμένη των δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα είναι μηδέν ($\boldsymbol{\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_y = B}$) και ο επιβάτης ισορροπεί στο ίδιο επίπεδο (υψόμετρο). Στον οριζόντιο άξονα ασκείται μόνο η συνιστώσα της κάθετης δύναμης ($\boldsymbol{\Sigma F_x = N_x}$) που επιδρά σαν κεντρομόλος για να κινείται ο επιβάτης κατά μήκος της κυκλικής τροχιάς.

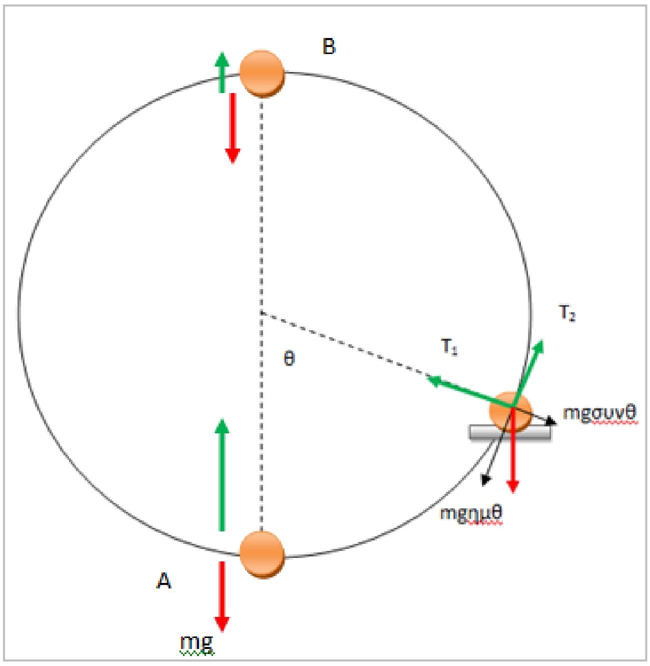


Φυσική Β' Λυκείου Κοινού Κορμού (Κύπρος)

ΘΕΜΑ 5^{Ο}

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η ρόδα του λούνα παρκ. Υποθέτουμε ότι η ταχύτητα περιστροφής της ρόδας είναι σταθερή. Σε ποιο σημείο ο επιβάτης δέχεται την μέγιστη και σε ποιό την ελάχιστη δύναμη από το κάθισμα του βαγονιού;





Θέση Α (κατώτερη) :

$$T = mg + \frac{mu^2}{r} \qquad (1)$$

Θέση Β (ανώτερη) :

$$mg - T' = \frac{mu^2}{r} \ \rightarrow T' = mg - \frac{mu^2}{r} \qquad (2)$$

Θέση τυχαία …

Η συνιστώσα T_2 εξουδετερώνεται από την mgημθ, έτσι ώστε να εξασφαλιστεί σταθερό μέτρο ταχύτητας. Για την συνιστώσα T_1 –κατά τη διεύθυνση της ακτίνας ισχύει:

$$T_1 - mg\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{mu^2}{r} \ \rightarrow \ T_1 = mg\sigma\upsilon\nu\theta + \frac{mu^2}{r} \qquad (3)$$

Για να δούμε τη T'' στην τυχαία θέση του σχήματος…

$$(T'')^2 = (mg\sigma\upsilon\nu\theta)^2 + \left(\frac{mu^2}{r}\right)^2 + 2\, mg\sigma\upsilon\nu\theta.\frac{mu^2}{r} + (mg\eta\mu\theta)^2 = (mg)^2 + \left(\frac{mu^2}{r}\right)^2 + 2\, mg\sigma\upsilon\nu\theta.\frac{mu^2}{r} \qquad (4)$$

Ας υψώσουμε εις το τετράγωνο και την (1)

$$T^2 = (mg)^2 + \left(\frac{mu^2}{r}\right)^2 + 2\, mg.\frac{mu^2}{r} \qquad (5)$$

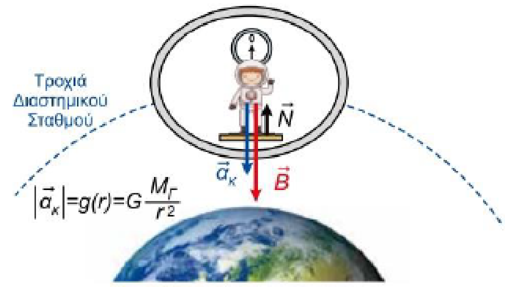
Συγκρίνοντας (4) και (5) προκύπτει ότι Τ > Τ''

Φαντάζομαι (?) ότι αν σχεδιάσω κι άλλες τυχαίες θέσεις –για παράδειγμα $180^o > \theta > 90^o$ – θα προκύψει ότι :

Μέγιστη τιμή δύναμης από το βαγόνι στη κάτω ακραία θέση και ελάχιστη στην άνω ακραία.

ΣΗΜΕΙΩΜΑ: Απορώ με τη διατύπωση της άσκησης, η οποία δόθηκε σε μαθητές…

ΘΕΜΑ 6^{Ο}



Ο Διεθνής Διαστημικός Σταθμός βρίσκεται σε τροχιά γύρω από την επιφάνεια της Γης. Έστω ότι ένας αστροναύτης βρίσκεται μέσα στο διαστημόπλοιο και πατά σε μία ζυγαριά. Ο αστροναύτης κινείται μαζί με το διαστημόπλοιο και διαγράφει κυκλική τροχιά με την ίδια ακτίνα και την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Γιατί ο αστροναύτης φαίνεται να μην έχει βάρος;

Στον αστροναύτη –που πατά πάνω σε ένα δάπεδο- ασκούνται οι δυνάμεις του σχήματος δηλαδή η Ν και το βάρος Β.

Η συνισταμένη αυτών των δυνάμεων παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης

Επομένως:

$$B - N = m\,.\,a_k \;\rightarrow\; m\,.\,g_r - N = m\,.\,a_k \;\rightarrow\; θεωρία\ βαρυτικού\ πεδίου \;\rightarrow m\,.\,G\frac{M_Γ}{r^2} - N = m\,.\,G\frac{M_Γ}{r^2} \;\rightarrow N = 0 \qquad (1)$$

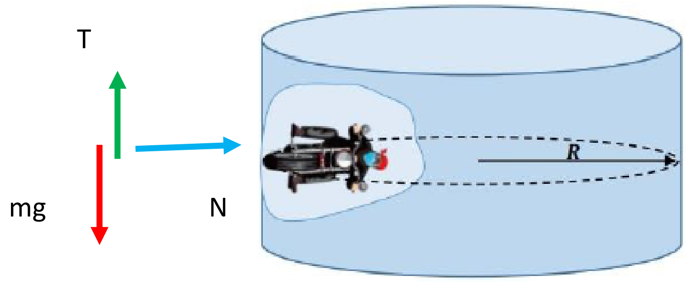
Δηλαδή όταν ο αστροναύτης βρίσκεται πάνω στο δάπεδο, δεν ασκεί δύναμη σε αυτό και επομένως δεν δέχεται δύναμη από αυτό (λέει ο 3^{ος} νόμος του Νεύτωνα). Έτσι, έχει την αίσθηση ότι είναι αβαρής, αφού αιωρείται πάνω σε ένα δάπεδο, το οποίο βρίσκεται στα πόδια του.

Ε! Αυτό το φαινόμενο/αίσθηση λέμε «συνθήκες έλλειψης βαρύτητας»…

ΠΡΟΣΟΧΗ : Βάρος υπάρχει! Δεν είναι το βάρος του αστροναύτη μηδέν, αλλά η κάθετη δύναμη του δαπέδου είναι μηδέν…

ΘΕΜΑ 7ο

Ο μοτοσικλετιστής του σχήματος που ακολουθεί εκτελεί τον «γύρο του θανάτου», καθώς κινείται με ταχύτητα σταθερού μέτρου σε οριζόντια κυκλική τροχιά στο εσωτερικό ενός κατακόρυφου κυλίνδρου ακτίνας R. Να θεωρήσετε τον μοτοσικλετιστή μαζί με τη μοτοσικλέτα ως ένα υλικό σημείο.



(α) Να εξηγήσετε αν κατά την ομαλή κυκλική κίνηση ενός σώματος, το σώμα κινείται με επιτάχυνση.

(β) Ο μοτοσικλετιστής, κινούμενος στην οριζόντια κυκλική τροχιά, διαγράφει 40 στροφές σε χρονικό διάστημα = 160 s. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας.

(γ) Να αναφέρετε τη δύναμη που αντισταθμίζει το βάρος του μοτοσικλετιστή, ώστε αυτός να ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση.

(δ) Να αναφέρετε τη δύναμη που δρα ως κεντρομόλος κατά την κίνηση του μοτοσικλετιστή.

(ε) Να δείξετε ότι το ακροβατικό μπορεί να είναι επιτυχημένο, δηλαδή, ο μοτοσικλετιστής να κινείται στην οριζόντια κυκλική τροχιά, όταν το μέτρο της ταχύτητάς του είναι ίσο ή μεγαλύτερο από μια ελάχιστη τιμή, που δίνεται από τη σχέση $\upsilon_{min} = \sqrt{\frac{gR}{\mu_s}}$.

(α) Βεβαίως και υπάρχει επιτάχυνση, αφού έχουμε κυκλική τροχιά. Αυτή η επιτάχυνση είναι γνωστή με το όνομα κεντρομόλος επιτάχυνση…

(β) $\omega = <\text{εξ ορισμού}> = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{40\,.\,2\pi}{160}\,\frac{rad}{sec} = \frac{\pi}{2}\,\frac{rad}{sec}$

(γ) Λέγε με στατική τριβή T !

(δ) Είναι η N, συνιστώσα της δράσης του κυλινδρικού δαπέδου στον ακροβάτη. Αυτή η δύναμη βλέπει το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και σ' αυτή οφείλεται η κυκλική κίνηση. Λέμε εδώ, ότι το δάπεδο ασκεί μια δύναμη που αναλύεται σε δυο συνιστώσες T, N και κάθε μια συνιστώσα έχει τον ιδιαίτερο ρόλο της!

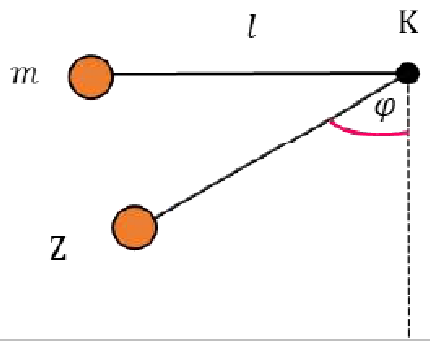
(ε) Άξονας κατακόρυφος → ισορροπία → T=m.g (1)

Κυκλική κίνηση → N σε ρόλο κεντρομόλου → $N = \frac{mu^2}{r}$ (2)

Όχι ολίσθηση → $T \leq T_{\sigma\tau.max} \rightarrow mg \leq \mu_s N \rightarrow mg \leq \mu_s \frac{mu^2}{r} \rightarrow u^2 \geq \frac{gr}{\mu_s} \rightarrow u_{min} = \sqrt{\frac{g\,.\,r}{\mu_s}}$

ΘΕΜΑ 8^{O}

Το σώμα μάζας $m = 2\,kg$ του παρακάτω σχήματος είναι δεμένο με αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους $l = 1\,m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεομένο σε σημείο Κ. Εκτρέπουμε το σώμα ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Τη χρονική στιγμή t_1 που το σώμα διέρχεται από το σημείο Ζ της τροχιάς του το νήμα σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $\varphi = 60^{o}$ και το σώμα έχει ταχύτητα $2\,m/s$.



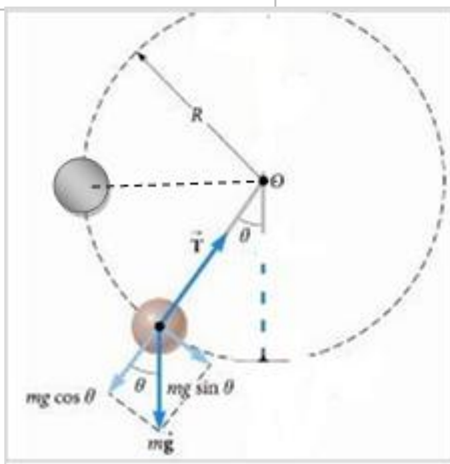
(α) Να εξηγήσετε ποιο είναι το είδος της κίνησης που εκτελεί το σώμα μέχρι το νήμα να γίνει κατακόρυφο.

(β) Ποια η κεντρομόλος επιτάχυνση του σώματος στο σημείο Ζ;

(γ) Ποια η τάση του νήματος στο σημείο Ζ;

(δ) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας;

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\,m/s^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



(α) κυκλική επιταχυνόμενη. Το μέτρο της ταχύτητας αυξάνει, λόγω της εφαπτομενικής συνιστώσας m.g.sinθ

(β) $\alpha_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho} = \frac{u^2}{R} = 4\,m/sec^2$

(γ) $T - mgcos\theta = m.\alpha_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho} \;\; \rightarrow T = \; 2.10.\frac{1}{2} + \; 2.4 = 18\,N$

(δ) χμ! Εκεί στο σημείο Ζ, επιτρόχια επιτάχυνση δημιουργεί m g sinθ, αφού μόνη αυτή έχει την διεύθυνση της εφαπτομένης!

$$\left(\frac{du}{dt}\right)_Z = \alpha_{\varepsilon\pi\iota\tau\rho} =< 2o\varsigma\ \nu.\, N\varepsilon\acute{\upsilon}\tau\omega\nu\alpha >= \frac{mgsin\theta}{m} = 10.\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\,m/sec^2$$

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)