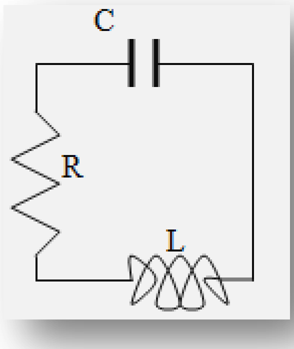
Προτάσεις στις φθίνουσες ηλεκτρικές ταλαντώσεις

1. Το κύκλωμα, όπου παρατηρείται η φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση, αποτελείται από ένα πυκνωτή (C) , ένα πηνίο (L) και μία αντίσταση (R).



2. Οι απώλειες ενέργειας γίνονται –μέσου της R- θερμότητα. Θυμήσου το γνωστό φαινόμενο Joule.

3. Για το πλάτος του φορτίου, με βάση την αντιστοίχηση που υπάρχει μεταξύ ηλεκτρικής και μηχανικής ταλάντωσης, έχουμε : $Q_{(t)} = Q_o \cdot e^{-\Lambda \cdot t}$, όπου Λ μια σταθερή με μονάδα το sec^{-1} .

4. Η αντίσταση R του κυκλώματος αντιστοιχεί στην σταθερή απόσβεσης b, που αφορά τις μηχανικές ταλαντώσεις. Έτσι : *Για μικρές τιμές της αντίστασης η περίοδος και η συχνότητα μένουν* ***περίπου*** *σταθερές και ίσες με τις τιμές που εμφανίζουν στο ιδανικό κύκλωμα L-C.*

Μικρό…προβλήματα

1. Σ' ένα κύκλωμα RLC ο πυκνωτής έχει χωρητικότητα $C=10^{-8}$ F. Φορτίζουμε τον πυκνωτή με φορτίο $Q_o=10^{-6}$ C και αφήνουμε το κύκλωμα να εκτελέσει ηλεκτρική ταλάντωση. Να βρείτε τη θερμική ενέργεια που αναπτύσσεται στο κύκλωμα λόγω των ωμικών αντιστάσεων από τη στιγμή που αρχίζει η ταλάντωση μέχρι που σταματά τελείως. Η ενέργεια που εκπέμπεται από το κύκλωμα με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων θεωρείται αμελητέα.

Προφανώς η ταλάντωση θα σταματήσει όταν ***πλάτος του φορτίου*** *μηδενιστεί,* $Q_t=0$ *!*

Αρχικά : $E_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{C} \cdot Q_o^2$

Τελικά : $E_t = E_o \cdot e^{-2\Lambda \cdot t} = 0$ *Επομένως*

$$\Delta E = 0 - E_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10^{-8}} \cdot \left(10^{-6}\right)^2 = -5 \cdot 10^{-5} \text{ Joule}$$

2. Ένα κύκλωμα RLC με $L=10^{-3}$ H και $C=10^{-12}$ F εκτελεί φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή t=0 το ρεύμα στο κύκλωμα είναι μηδέν και το φορτίο στον πυκνωτή $Q_o=10^{-6}$ C . Στη συνέχεια ο πυκνωτής εκφορτίζεται και όταν το φορτίο του γίνει για πρώτη φορά μηδέν, η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι I=20 A. Να βρείτε τη μείωση της ενέργειας ταλάντωσης σ' αυτό το χρονικό διάστημα.

Η μετάβαση του κυκλώματος από κατάσταση πλήρους φόρτισης πυκνωτή σε κατάσταση μηδενισμού του φορτίου του και επομένως μεγιστοποίησης του ρεύματος, έχει ελάχιστη διάρκεια ίση –περίπου- με $T_o/4$

Αρχική ενεργειακή κατάσταση :

$$E_{\tau\alpha\lambda}^{\alpha\rho\chi} = W_{c,\max}^{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{C}\cdot Q_o^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10^{-12}}\cdot\left(10^{-6}\right)^2 = 0{,}5\ \text{J}$$

Ενεργειακή κατάσταση διάταξης όταν παρέλθει χρόνος ίσος με το ¼ της περιόδου θα είναι : $E_{\tau\alpha\lambda}^{\tau\varepsilon\lambda} = W_{B,\max}^{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}\cdot L\cdot I^2 = \frac{1}{2}\cdot 10^{-3}\cdot 20^2 = 0{,}2\ \text{J}$

Επομένως η μείωση της ενέργειας είναι ίση με 0,3 Joule.

3. Σε μια φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση το πλάτος της τάσης του πυκνωτή μειώνεται με τον χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $V_{(t)} = V_o\cdot e^{-4t}$ (SI), όπου V_o η μέγιστη τάση του πυκνωτή τη χρονική στιγμή t=0. Σε χρόνο t=4T η μέγιστη τάση του πυκνωτή γίνεται $V_o/2$. Να βρείτε την περίοδο της φθίνουσας ηλεκτρικής ταλάντωσης.

$$V_{(t)} = V_o\cdot e^{-4t} \Rightarrow V_{(t=4T)} = V_o\cdot e^{-4\cdot 4T} \Rightarrow \frac{V_o}{2} = V_o\cdot e^{-4\cdot 4T} \Rightarrow e^{-16T} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln 2 = 16\cdot T \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{16}\ \text{sec}$$

4 Σε μια φθίνουσα ηλεκτρική ταλάντωση ($Q_{(t)} = Q_o\cdot e^{-\Lambda\cdot t}$), τη χρονική στιγμή t=0 το φορτίο του πυκνωτή είναι μέγιστο και ίσο με Q_o, ενώ τη χρονική στιγμή t=T το φορτίο του πυκνωτή είναι $Q_o/4$. Να βρείτε το ποσοστό μείωσης της ενέργειας του κυκλώματος στη διάρκεια της πρώτης και στη διάρκεια της δεύτερης περιόδου.

$t_o=0$: $E_o = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{C}\cdot Q_o^2$, και όταν $t=t_1$: $E_1 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{C}\cdot Q_1^2$

Από τις παραπάνω σχέσεις εύκολα προκύπτει ότι

$$\frac{E_o}{E_1} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{C}\cdot Q_o^2}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{C}\cdot Q_1^2} = \left(\frac{Q_o}{Q_1}\right)^2 = 16 \text{ και επομένως } \Delta E = E_1 - E_o = -\frac{15}{16}\cdot E_0 \quad (1)$$

Η σχέση (1) εκφράζει την μείωση της ενέργειας ταλάντωσης στη διάρκεια της πρώτης περιόδου.
Εύρεση ποσοστού μείωσης

Όταν έχω E_o η μείωση είναι $\frac{15}{16}\cdot E_o$

-//- 100 -//- ; $;= 93{,}75\%$

Ας δούμε τώρα τι γίνεται κατά τη διάρκεια της δεύτερης περιόδου

t_1=T : $E_1 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{C}\cdot Q_1^2$, και όταν t_2=2T : $E_2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{C}\cdot Q_2^2$

Από τις παραπάνω σχέσεις εύκολα προκύπτει ότι

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{C}\cdot Q_1^2}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{C}\cdot Q_2^2} = \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^2 \xrightarrow{\text{Αφού } \frac{Q_o}{Q_1}=\frac{Q_1}{Q_2}} \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{Q_o}{Q_1}\right)^2 = 16$$ και επομένως

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -\frac{15}{16}\cdot E_1 \qquad (1)$$

Η σχέση (1) εκφράζει την μείωση της ενέργειας ταλάντωσης στη διάρκεια της δεύτερης περιόδου.
Εύρεση ποσοστού μείωσης

Όταν έχω E_1 η μείωση είναι $\frac{15}{16}\cdot E_1$

-//- 100 -//- ; $;= 93{,}75\%$

Συμπέρασμα : *Το ποσοστό μείωσης της ενέργειας του κυκλώματος είναι το ίδιο για κάθε περίοδο !*

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)