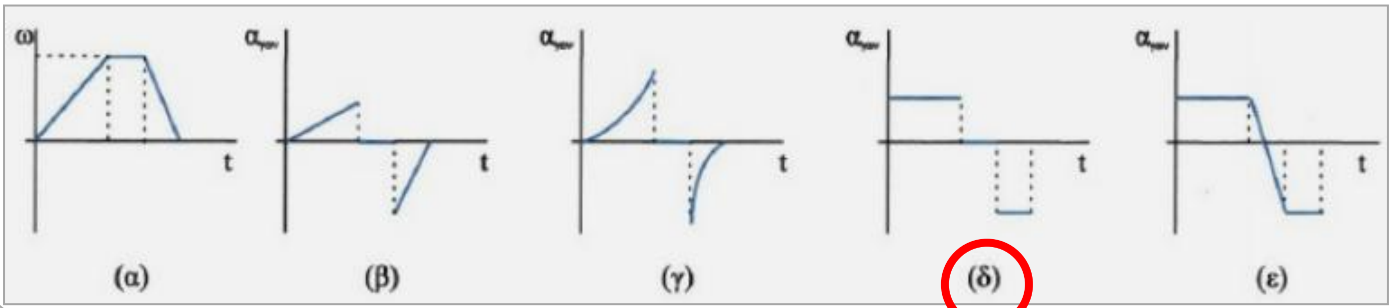
4.1 Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ενός τροχού μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο σχήμα (α) Ποιο από τα διαγράμματα β, γ, δ, ε παριστάνει τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού σε συνάρτηση με το χρόνο;



Στο πρώτο χρονικό διάστημα της (α), υπάρχει κλίση που θα δώσει γωνιακή επιτάχυνση θετική και σταθερή. Στο δεύτερο χρονικό διάστημα της (α), δεν υπάρχει κλίση και επομένως η γωνιακή επιτάχυνση είναι μηδενική. Στο τρίτο χρονικό διάστημα της (α) υπάρχει σταθερή κλίση, που θα δώσει σταθερή τιμή, αλλά αρνητική στην επιτάχυνση. Συμπερασματικά το διάγραμμα που ψάχνουμε είναι το (δ).

4.2 Ένα σώμα κάνει ομαλή στροφική κίνηση. Ποια είναι η γωνιακή του επιτάχυνση;

Ομαλή στροφική κίνηση σημαίνει μηδενική γωνιακή επιτάχυνση αφού $d\omega = 0 \;\; \kappa\alpha\iota \;\; \alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt}$

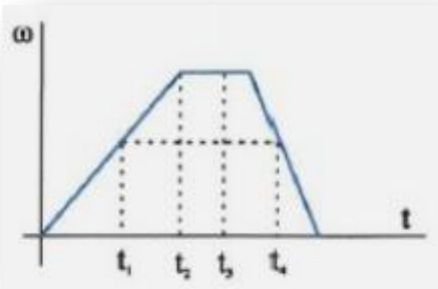
4.3 Ένας δίσκος στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο του. Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα του σχήματος. Ποια από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστή;

α) Η γωνιακή επιτάχυνση το χρονικό διάστημα t_1t_2 αυξάνεται.

β) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_4 είναι μικρότερο απ' ό,τι τη χρονική στιγμή t_1.

γ) Τη χρονική στιγμή t_1 το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση που έχει τη χρονική στιγμή t_4.

δ) Τη χρονική στιγμή t_3 η γωνιακή επιτάχυνση έχει μέτρο μεγαλύτερο απ' ό,τι τη χρονική στιγμή t_1.



(α) Η γωνιακή επιτάχυνση στο χρονικό διάστημα t_1t_2 είναι θετική και σταθερή, αφού στα διαγράμματα ω-t εκφράζεται με την κλίση του γραφήματος και στο εν λόγω διάστημα η κλίση είναι σταθερή. (Λ)

(β) Η στιγμή t_4 ανήκει σε πλάγιο ευθύγραμμο τμήμα, το οποίο έχει μεγαλύτερη κλίση σε σχέση με τη κλίση του αντίστοιχου ευθύγραμμου τμήματος, στο οποίο ανήκει η στιγμή t_1. Επομένως $|\alpha_{t4}| > \alpha_{t1}$ (Λ)

(γ) Σωστά. Αλγεβρικά η γωνιακή ταχύτητα ω και η γωνιακή επιτάχυνση την στιγμή t_1 είναι θετικές και επομένως διανύσματα ομόρροπα. Όμως τη στιγμή t_4 η γωνιακή ταχύτητα συνεχίζει να είναι θετική, αλλά η γωνιακή επιτάχυνση έχει αρνητική αλγεβρική τιμή, δηλαδή είναι αντίρροπη της γωνιακής ταχύτητας. (Σ)

(δ) Λάθος! Τη στιγμή t_3 η γωνιακή επιτάχυνση είναι μηδενική, αφού η στιγμή t_3 αντιστοιχεί σε γράφημα οριζόντιο, μηδενικής κλίσης.

4.4 Ένα στερεό στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Θεωρήστε δύο στοιχειώδεις μάζες του σώματος σε **διαφορετικές** αποστάσεις από τον άξονα περιστροφής. Ποια από τα μεγέθη α) γραμμική ταχύτητα β) γωνιακή ταχύτητα γ) γωνιακή επιτάχυνση και δ) κεντρομόλος επιτάχυνση, έχουν την ίδια τιμή για τις δύο μάζες;

Να θεωρήσουμε ότι οι στοιχειώδεις μάζες είναι ίσες

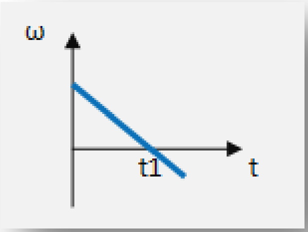
(α) $\upsilon = \omega . r \rightarrow Ανάλογη\ η\ \ \upsilon\ της\ \ απόστασης$

(β) Όλα τα σημεία του στερεού –πλην αυτών του άξονα- έχουν ίδια γωνιακή ταχύτητα, αφού διαγράφουν ίδιο τόξο dθ στον ίδιο χρόνο dt

(γ) $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt}$ οι μάζες έχουν κάθε στιγμή ίδια ω, οφείλουν να έχουν ίσες μεταβολές και επομένως ίσες $\alpha_{\gamma\omega\nu}$

(δ) Ισχύει : $\alpha_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho} = \frac{\upsilon^2}{r} = \frac{\omega^2\, r^2}{r} = \omega^2 . r$ επομένως η κεντρομόλος επιτάχυνση εξαρτάται από την τιμή r.

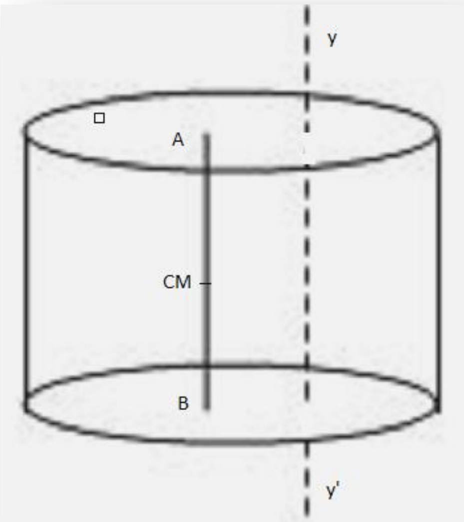
4.5 Είναι δυνατό ένα σώμα να έχει, μια χρονική στιγμή, γωνιακή ταχύτητα μηδέν και γωνιακή επιτάχυνση διαφορετική από μηδέν;



Βεβαίως! Δείτε το πώς μπορεί να συμβεί –σω παράδειγμα- στο διάγραμμα. Τη στιγμή t_1 η γωνιακή ταχύτητα είναι μηδέν και η γωνιακή επιτάχυνση μη μηδενική.

(τη στιγμή t_1 το κινητό αλλάζει φορά στροφής)

4.6 Ένα στερεό κάνει σύνθετη κίνηση. Υπάρχει κάποιο σημείο του στερεού, έξω από τον άξονα περιστροφής του, που έχει πάντα την ίδια ταχύτητα με το κέντρο μάζας; Αιτιολογήστε την απάντηση σας.



Να θέσουμε ως όρο ότι ο άξονας στροφής περνά από το cm. Αυτό σημαίνει ότι το cm έχει μόνο μεταφορική ταχύτητα. Εφόσον υπάρχει τέτοιο σημείο, επιβάλλεται όλα τα σημεία που ενώνουν το εν λόγω σημείο με το cm, να έχουν την ίδια ταχύτητα και επομένως το σώμα κάνει μεταφορική κίνηση (ορισμός μεταφορικής κίνησης).

Αν ο άξονας στροφής yy', δεν περνά από το cm, τότε –όπως φαίνεται στο σχήμα- όλα τα σημεία της AB, έχουν την ίδια ταχύτητα με το cm, το οποίο ανήκει στην AB.

Ροπή - ισορροπία στερεού

4.7 Συμπληρώστε τα κενά: Η ροπή δύναμης ως προς σημείο έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο του μέτρου της δύναμης επί την **απόσταση της δύναμης από το σημείο**, διεύθυνση που είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από **τη δύναμη και το σημείο** και φορά που ορίζεται από **τον κανόνα του δεξιού χεριού**.

4.8 Τα λεωφορεία και τα μεγάλα φορτηγά έχουν τιμόνι μεγάλης διαμέτρου. Τι εξυπηρετεί αυτό;

Με μικρή δύναμη που εφαρμόζει ο οδηγός στο τιμόνι να εμφανίζεται –λόγω μεγάλου μοχλοβραχίονα- σημαντική ροπή, ικανή να στρέψει το τιμόνι και κατ΄ επέκταση το φορτηγό.

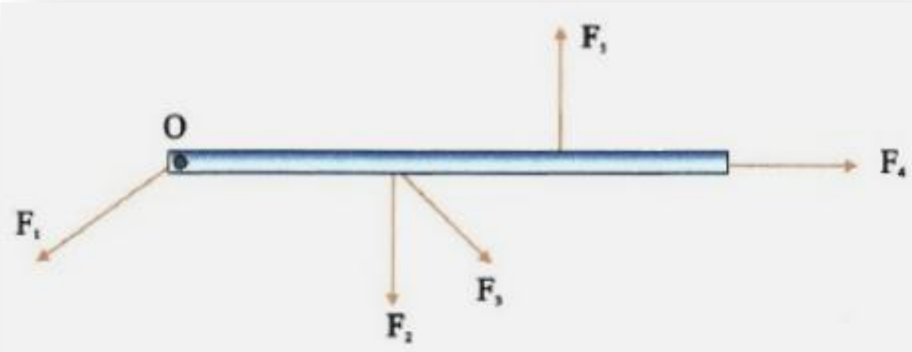
4.9 Στη ράβδο του σχήματος 4.42 ασκούνται πέντε ομοεπίπεδες δυνάμεις του ίδιου μέτρου. Η ράβδος μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο των δυνάμεων. Να κατατάξετε τις δυνάμεις κατά τη σειρά με την οποία το μέτρο της ροπής τους ως προς τον άξονα αυτόν αυξάνεται.

Αν προσέξουμε τον μοχλοβραχίονα κάθε δύναμης από το σημείο Ο, θα έχουμε:

$\tau_{F1} = \tau_{F4} = 0$ και

για τις μη μηδενικές ροπές :

$$\tau_{F5} > \tau_{F2} > T_{F3}$$

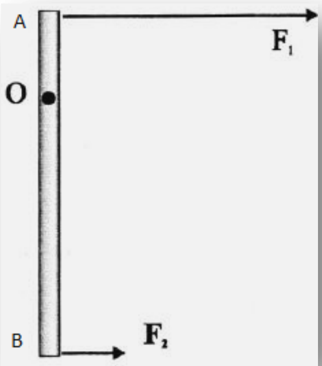


Σχ. 4.22

4.10 Η ράβδος του σχήματος είναι κατακόρυφη και μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο. Στο ένα άκρο της ράβδου ασκείται η οριζόντια δύναμη F_1 Για να μη στρέφεται η ράβδος ασκούμε οριζόντια δύναμη F_2 στο άλλο άκρο της.

α) Ποια πρέπει να είναι η κατεύθυνση της F_2;

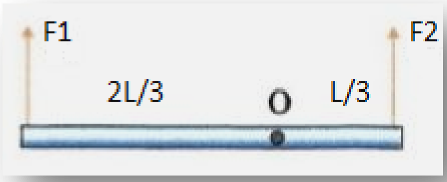
β) Συγκρίνετε τα μέτρα των F_1 και F_2.



Στο σχήμα εμφανίζεται η κατεύθυνση της F2, έτσι ώστε η ροπή της να αντισταθμίσει την ροπή της F1.

$$\Sigma\tau = 0 \rightarrow \tau_{F1} = \tau_{F2} \rightarrow (OA).F_1 = (OB).F_2 \rightarrow F_1 > F_2$$

4.11 Στο σχήμα φαίνεται μια οριζόντια ράβδος που μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο. Στα δύο άκρα της ράβδου ασκούνται οι οριζόντιες δυνάμεις F_1 και F_2 κάθετες σε αυτήν. Η ράβδος παραμένει ακίνητη. Η απόσταση της δύναμης F_1 από τον άξονα περιστροφής είναι ίση με τα 2/3 του μήκους της ράβδου. Το μέτρο της δύναμης F_2 είναι
α) $F_1/2$ β) $2F_1/3$ γ) $F_1/3$ δ) $2F_1$ ε) $3F_1/2$ στ) $3F_1$
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.



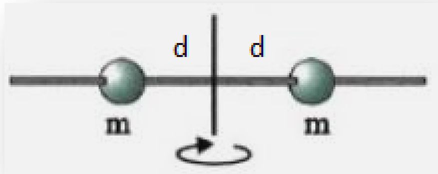
Εδώ βάρος δεν λαμβάται υπόψη, είτε γιατί η ράβδος θεωρείται αβαρής, είτε το βάρος της είναι παράλληλο στον άξονα.

$$\Sigma\tau = 0 \rightarrow \tau_{F1} = \tau_{F2} \rightarrow \frac{2L}{3}.F_1 = \frac{L}{3}.F_2 \rightarrow F_2 = 2\,F_1$$

Ροπή αδράνειας

4.12 Η ράβδος του σχήματος 4.45 είναι αβαρής και οι μάζες m απέχουν το ίδιο από τον άξονα περιστροφής. Αν η απόσταση των μαζών από τον άξονα περιστροφής διπλασιαστεί, η ροπή αδράνειας του συστήματος
α) παραμένει ίδια β) διπλασιάζεται γ) διπλασιάζεται δ) τετραπλασιάζεται.

Αρχικά : $I_{\alpha\rho\chi} = 2m.d^2$
Μετά: $I_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 2m\,.(2d)^2 = 8m.d^2 = 4\,I_{\alpha\rho\chi}$



Επομένως (δ)

4.13 Ένας τροχός αυτοκινήτου και ένας τροχός ποδηλάτου περιστρέφονται, χωρίς τριβές, γύρω από τον άξονά τους με την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Ποιος από τους δύο τροχούς ακινητοποιείται πιο εύκολα; Δικαιολογήστε την απάντηση σας.

Ο τροχός του ποδηλάτου, γιατί έχει πολύ μικρότερη ροπή αδράνειας. Μικρότερη ροπή αδράνειας σημαίνει μικρότερη αντίδραση να αλλάξει η στροφική κατάσταση. Ε! Αυτό είναι το ζητούμενο.

4.14 Στο επόμενο σχήμα φαίνονται τρία υλικά σημεία που περιστρέφονται γύρω από τον άξονα z'z. Η μάζα και η απόσταση καθενός από τον άξονα περιστροφής φαίνονται στο σχήμα. Να συγκρίνετε τις ροπές αδράνειάς τους ως προς τον άξονα z'z.

$$I_1 = m.r^2 = 32\;10^{-3}\;kgm^2$$

$$I_2 = m.r^2 = 8\;10^{-3}\,.\;4\;\;kgm^2 = 32\;10^{-3}\;kgm^2$$

$$I_3 = m.r^2 = 2\;10^{-3}\,.\;16\;\;kgm^2 = 32\;10^{-3}\;kgm^2$$

Προφανής η απάντησή μας…

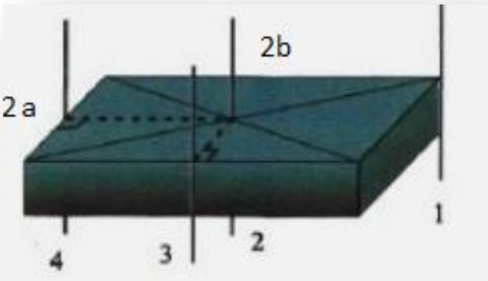
4.15 Η ροπή αδράνειας ενός στερεού ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι μικρότερη από τη ροπή αδράνειάς του ως προς οποιονδήποτε άλλο άξονα που είναι παράλληλος σ' αυτόν. Πώς προκύπτει αυτό;

Αυτό προκύπτει από την μαθηματική έκφραση του θεωρήματος Steiner, $I_{yy'} = I_{cm} + m.d^2$

Η σχέση λέει ότι για κάθε d≠0 ισχύει $I_{yy'} > I_{cm}$

4.16 Γράψτε με αύξουσα σειρά τις ροπές αδράνειας I_1, I_2, I_3, και I_4 του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ως προς τους παράλληλους άξονες 1, 2, 3 και 4

και ολίγη γεωμετρία δεν …βλάπτει!



- $I_1 = I_{cm} + m.\left(\sqrt{a^2 + b^2}\right)$
- $I_2 = I_{cm}$
- $I_3 = I_{cm} + m.\left(\sqrt{a^2}\right)$
- $I_4 = I_{cm} + m.\left(\sqrt{b^2}\right)$

Εύκολα πλέον έχουμε: $I_1 > I_4 > I_3 > I_2$

Θεμελιώδης νόμος της περιστροφής

4.17 Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα είναι
α) ~~ανάλογη~~ με τη ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής.
β) ~~ανάλογη~~ με τη μάζα του σώματος,
γ) ~~ανάλογη~~ με τη δύναμη που ασκείται στο σώμα
δ) ανάλογη με τη ροπή που ασκείται στο σώμα.
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

Ο θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης για ένα στερεό, λέει ότι $\Sigma\tau = I.\alpha_{\gamma\omega\nu}$ (1)
Επομένως η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού –ως προς σταθερό / συγκεκριμένο άξονα- είναι αποτέλεσμα της συνολικής ροπής που έχουμε, ως προς τον εν λόγω άξονα. (δ) λοιπόν.

4.18 Στο επόμενο σχήμα βλέπουμε την τομή μιας πόρτας με το οριζόντιο επίπεδο. Η πόρτα αποτελείται από δύο διαφορετικά υλικά. Το υλικό 1 έχει μεγαλύτερη πυκνότητα από το υλικό 2. Τα δύο υλικά καταλαμβάνουν τον ίδιο χώρο. Από ποια μεριά πρέπει να τοποθετηθούν οι μεντεσέδες ώστε η πόρτα να ανοίγει και να κλείνει πιο εύκολα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Σύμφωνα με τη σχέση m=d.V το υλικό 1 έχει μεγαλύτερη μάζα από το υλικό 2.

Οι μεντεσέδες πρέπει να είναι στο άκρο Α, διότι θέλουμε μικρότερη ροπή αδρανείας και αυτό συμβαίνει όταν η μάζα βρίσκεται κοντά στον άξονα στροφής.

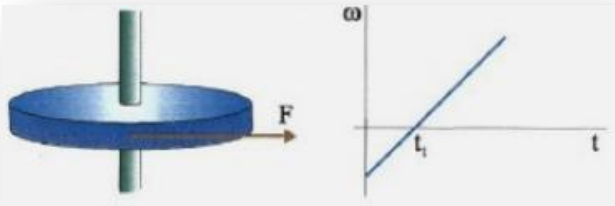
4.19 Ο οριζόντιος δίσκος του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος σ' αυτόν. Στο δίσκο ασκείται οριζόντια δύναμη F που εφάπτεται στο δίσκο. Η δύναμη F μεταβάλλει τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου όπως φαίνεται στο διάγραμμα 4.49β. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

α) Η γωνιακή επιτάχυνση είναι σταθερή.

β) Τη χρονική στιγμή t_1 που η γωνιακή ταχύτητα είναι μηδέν, η δύναμη **F** είναι μηδέν.

γ) Η ροπή της δύναμης αυξάνεται με το χρόνο.

δ) Η δύναμη **F** έχει σταθερό μέτρο.



(α) Σε διάγραμμα ω-t, η γωνιακή επιτάχυνση εκφράζεται με τη κλίση του γραφήματος. Στο σχήμα έχουμε μια κλίση και επομένως μια επιτάχυνση. (Σ)

(β) Τη στιγμή t1, η γωνιακή ταχύτητα είναι μηδέν, όμως υπάρχει κλίση εκείνη τη στιγμή, υπάρχει ροπή και επομένως υπάρχει δύναμη. (Λ)

(γ) Η ροπή είναι σταθερή διότι έχουμε σταθερή γωνιακή επιτάχυνση (Λ)

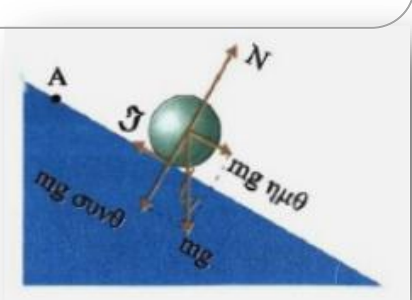
(δ) Εφόσον είναι εφαπτόμενη σημαίνει ότι ο μοχλοβραχίονας είναι σταθερό και ίσος με R, οπότε η σχέση $\tau_F = I.\alpha_{\gamma\omega\nu}$ επιβάλλει σταθερή δύναμη…

4.20 Μια σφαίρα αφήνεται στο σημείο Α πλάγιου επιπέδου και κυλίεται χωρίς ολίσθηση προς τη βάση του. Κατά την κίνησή της αυξάνεται τόσο η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής όσο και η ταχύτητα του κέντρου μάζας της, επομένως η σφαίρα αποκτά και γωνιακή και γραμμική επιτάχυνση. Ποιες δυνάμεις είναι υπεύθυνες

α) για το ότι η σφαίρα δεν ολισθαίνει.

β) για τη γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας.

γ) για τη γραμμική επιτάχυνσή της.



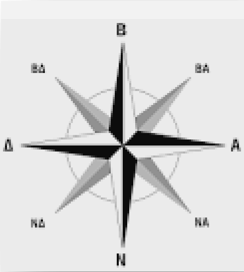
(α) Στροφική αλλαγή μπορεί να επιβάλλει μόνο η τριβή

(β) Μόνο η τριβή προκαλεί ροπή στη σφαίρα.

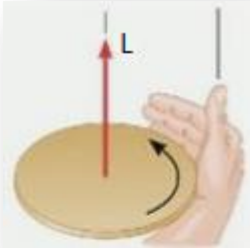
(γ) Η συνισταμένη των δυνάμεων στη διεύθυνση την παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο, δηλαδή η $\Sigma F = mg\eta\mu\theta - T$

Στροφορμή - διατήρησης της στροφορμής

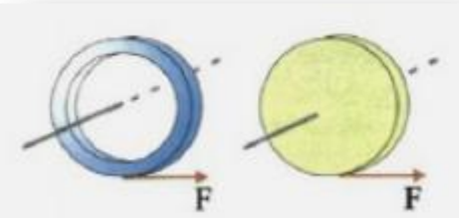
4.21 Ένα αυτοκίνητο κινείται προς το Βορρά, σε οριζόντιο δρόμο. Ποια είναι η κατεύθυνση της στροφορμής των τροχών του;



Κανόνας των τεσσάρων καμπυλωμένων δακτύλων του δεξιού να δείχνουν τη φορά στροφής, ο αντίχειρας δείχνει της φορά του διανύσματος της στροφορμής. Έτσι το διάνυσμα της L, σε κάθε τρεφόμενο τροχό, δείχνει Δυτικά.



4.22 Το παρακάτω σχήμα δείχνει ένα συμπαγή κυκλικό δίσκο και ένα κυκλικό δακτύλιο που έχουν την ίδια ακτίνα και την ίδια μάζα και μπορούν να στρέφονται γύρω από οριζόντιο άξονα. Τη στιγμή μηδέν, που τα δύο σώματα είναι ακίνητα, ασκούνται σ' αυτά δυνάμεις του ίδιου μέτρου, εφαπτόμενες στην περιφέρειά τους. Να συγκρίνετε τις στροφορμές τους τη χρονική στιγμή t.



Ισχύει :

$$\tau_F = I.a_{\gamma\omega\nu} \to F.R = I.\frac{\Delta\omega}{\Delta t} \to F.R = I.\frac{\omega-0}{t-0} \to F.R = \frac{I.\omega}{t} \to L = $$
$$= F.R.t$$

Επομένως θα έχουμε ίσες στροφορμές.

4.23 Η στροφορμή ενός συστήματος σωμάτων δε μεταβάλλεται όταν
α) η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν.
β) τα σώματα κάνουν μόνο περιστροφική κίνηση,
γ) οι άξονες περιστροφής των σωμάτων είναι σταθεροί,
δ) το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν.
Επιλέξτε το σωστό.

Σωστό είναι μόνο το (δ), διότι όταν $\Sigma\tau = 0 \to \ \alpha_{\gamma\omega\nu} = 0 \ \to \vec{\omega} = \sigma\tau\alpha\theta. \to \vec{L} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}$

Η (α) απορρίπτεται διότι μπορεί να έχουμε –ως παράδειγμα- ζεύγος δυνάμεων και επομένως $\Sigma\tau \neq 0$

4.24 Ένας καλλιτέχνης του πατινάζ περιστρέφεται. Στην αρχή ο καλλιτέχνης έχει τα χέρια απλωμένα και στη συνέχεια τα συμπτύσσει. Ποια από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστή;
α) Η ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα περιστροφής του αυξάνεται. β) Η στροφορμή του αυξάνεται
γ) Η συχνότητα περιστροφής του αυξάνεται. δ) Ο καλλιτέχνης παύει να περιστρέφεται.

(α) Όταν η μάζα πλησιάζει στον άξονα στροφής, η ροπή αδράνειας μειώνεται. (Λ)
(β) Για ένα μικρό χρονικό διάστημα μπορούμε να θεωρήσουμε ανύπαρκτες τις τριβές και έτσι να φτάσουμε στο συμπέρασμα ότι η στροφορμή δεν αλλάζει, αφού δεν υπάρχει ροπή δύναμης $\left(\Sigma\tau = \frac{dL}{dt}\right)$, (Λ)
(γ) $dL = 0 \rightarrow L_{\alpha\rho\chi} = L_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow I_{\alpha\rho\chi} \,.\, \omega_{\alpha\rho\chi} = I_{\tau\varepsilon\lambda} . \omega_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow \lambda \acute{o} \gamma \omega \ (\alpha) \rightarrow \omega_{\alpha\rho\chi} < \omega_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow o.\varepsilon.\delta.$ (Σ)
(δ) αυτό δεν μπορεί να συμβεί, δηλαδή στην εξίσωση $I_{\alpha\rho\chi} \,.\, \omega_{\alpha\rho\chi} = I_{\tau\varepsilon\lambda} . \omega_{\tau\varepsilon\lambda}$ να προκύψει $\omega_{\tau\varepsilon\lambda} = 0.$ (Λ)

4.25 Αν έλιωναν οι πολικοί πάγοι, θα ανέβαινε λίγο η στάθμη της θάλασσας. Τι επίπτωση θα είχε αυτό στη συχνότητα περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της; Αιτιολογήστε την απάντηση σας.

Μάζες πάγου φεύγουν από τις αρκτικές περιοχές απομακρυνόμενος από τον άξονα στροφής. Έτσι η ροπή αδράνειας αυξάνει. Αυτή η αύξηση της ροπής αδράνειας της Γης ως προς τον άξονα της περιστροφής της, αφού η στροφορμή της διατηρείται $\left(\Sigma\tau = \frac{dL}{dt} \ \ \mu\varepsilon \ \Sigma\tau = 0\right)$, θα μειωνόταν η γωνιακή της ταχύτητα και κατά συνέπεια η συχνότητα περιστροφής της.

4.26 Ένα παιδί κάθεται σε κάθισμα το οποίο μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές. Στα χέρια του κρατάει κατακόρυφα τον άξονα ενός τροχού ποδηλάτου. Ο τροχός στρέφεται. Αρχικά το παιδί και το κάθισμα είναι ακίνητα. Τι θα συμβεί, αν το παιδί στρέψει τον άξονα κατά 180°; Εάν πραγματοποιούσατε το πείραμα, θα διαπιστώνατε ότι η δύναμη που απαιτείται για να γυρίσει ανάποδα ο τροχός, όταν στρέφεται, είναι πολύ μεγαλύτερη από τη δύναμη που θα χρειαζόταν αν ήταν ακίνητος. Πώς το εξηγείτε;

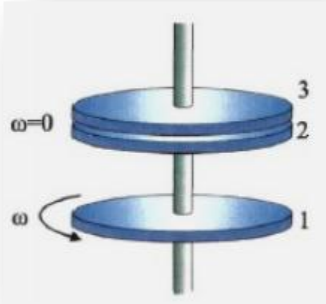
Το σύστημα κάθισμα-παιδί-τροχός, δεν δέχεται εξωτερικές ροπές ως προς τον άξονα στροφής και επομένως η στροφορμή διατηρείται:
$\vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow \vec{L}_{\tau\rho o\chi,\ \pi\rho\iota\nu} + 0 = \vec{L}_{\tau\rho o\chi,\ \mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} + \vec{L}_{\kappa-\pi} \rightarrow \vec{L}_{\tau\rho o\chi,\ \pi\rho\iota\nu} - \vec{L}_{\tau\rho o\chi,\ \mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \vec{L}_{\kappa-\pi}$ (1)
Αν στην (1) θεωρήσουμε αλγεβρικά θετική την αρχική στροφορμή και ότι τα μέτρα της στροφορμής του τροχού πριν και μετά είναι ίσα (L_τ), τότε : $L_{\kappa-\pi} = 2\,L_\tau$, δηλαδή το σύστημα κάθισμα-παιδί θα στραφεί με την ίδια φορά στροφής που είχε αρχικά ο τροχός.
Όταν ο τροχός στρέφεται και τον γυρίσουμε ανάποδα, τότε έχουμε μεγαλύτερη μεταβολή στη στροφορμή του (μέτρου $2L_{\alpha\rho\chi}$) σε σχέση με την περίπτωση στην οποία αρχικά ο τροχός δεν στρέφεται, όπου η μεταβολή είναι μέτρου $L_{\alpha\rho\chi}$. Επομένως χρειάζεται πρόσθετη δύναμη, ώστε η ροπή της να προκαλέσει την μεγαλύτερη μεταβολή της στροφορμής…

ΣΗΜΕΙΩΜΑ: Αναφορικά με το δεύτερο σκέλος της ερώτησης πρέπει να θεωρήσουμε ότι η στροφή στις δυο περιπτώσεις, γίνεται με τους ίδιους όρους σε μοχλοβραχίονες και χρόνους.

4.27 Ο οριζόντιος δίσκος 1 στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω, γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Πάνω στο δίσκο αφήνονται να πέσουν οι δίσκοι 2 και 3 οι οποίοι είναι όμοιοι με τον 1. Η γωνιακή ταχύτητα με την οποία θα περιστρέφεται το σύστημα θα είναι:

α) ω β) 2ω γ) 3ω δ) ω/2 ε) ω/3.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.



Το σύστημα κάθισμα-παιδί-τροχός, δεν δέχεται εξωτερικές ροπές ως προς τον άξονα στροφής και επομένως η στροφορμή διατηρείται:

$$\vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow \vec{L}_{1,\pi\rho\iota\nu} + 0 + 0 = \vec{L}_{1,\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 \quad (1)$$

Με θετική φορά προς τα άνω (σχήμα) και ίσες στροφορμές μετά, έχουμε :

$$I.\vec{\omega} = 3\, I\, \vec{\omega}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \rightarrow \omega_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{\omega}{3}$$

Έργο και ενέργεια κατά την περιστροφή

4.28 Ένας κύβος από πάγο και μία σφαίρα αφήνονται από το ίδιο ύψος σε πλάγιο επίπεδο. Η σφαίρα κυλίεται κατά μήκος του πλάγιου επιπέδου ενώ ο κύβος ολισθαίνει χωρίς τριβή. Οι μάζες των δύο σωμάτων είναι ίσες και οι διαστάσεις τους μικρές σε σχέση με το ύψος από το οποίο αφέθηκαν να κινηθούν . Να συγκρίνετε

α. Το έργο του βάρους κατά την κίνηση των δύο σωμάτων.

β. Την ταχύτητα με την οποία τα σώματα φτάνουν στη βάση του πλαγίου επιπέδου.

(α) Έργο βάρους από ...το γυμνάσιο: $W_w = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} = mgh - 0 = mgh$ Επομένως ίδιο!

(β) κύβος ΑΔΜΕ : $mgh = \frac{1}{2} m u_{\kappa\upsilon\beta}^2$ (1)

Σφαίρα ΑΔΜΕ: $mgh = \frac{1}{2} m u_{\sigma\varphi}^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$ (2) Από τις (1), (2) προκύπτει $u_{\kappa\upsilon\beta} > u_{\sigma\varphi}$

4.29 Σε τροχό ο οποίος στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα ασκείται δύναμη F που μεταβάλλει τη γωνιακή του ταχύτητα:

α) από 1 rad/s σε 3 rad/s.

β) από 4 rad/s σε 6 rad/s.

γ) από -2 rad/s σε 5 rad/s.

δ) από -3 rad/s σε 4 rad/s.

Σε ποια περίπτωση το έργο της δύναμης είναι μεγαλύτερο;

Στη στροφική κίνηση, το θεώρημα έργου - ενέργειας παίρνει λέει:

$$\Sigma w = \Delta K = \frac{1}{2} I\left(\omega_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \omega_{\alpha\rho\chi}^2\right) = \cdots = \text{(γ)}$$

4.30 Σώμα που αφήνεται από το σημείο Α πλάγιου επιπέδου κυλίεται μέχρι το σημείο Γ, που βρίσκεται στη βάση του πλάγιου επιπέδου. Το σημείο Β είναι ένα ενδιάμεσο σημείο της διαδρομής του σώματος. Να συμπληρωθεί ο πίνακας.

	Δυναμική ενέργεια	Κινητική ενέργεια από τη μεταφορική κίνηση	Κινητική ενέργεια από την περιστροφική κίνηση
Α	120 J	$\boxed{0}$	$\boxed{0}$
Β	$\boxed{60\ J}$	40 J	20 J
Γ	0	80 J	$\boxed{40\ J}$

4.31 Συμπληρώστε τον πίνακα

Σύμβολο	Όνομα	Μέγεθος	Μονάδα στο SI
ω	Γωνιακή ταχύτητα	διανυσματικό	rad/s
$a_{\gamma\omega\nu}$	Γωνιακή επιτάχυνση	διανυσματικό	rad/s^2
τ	Ροπή δύναμης	διανυσματικό	N m
I	Ροπή αδράνειας	μονόμετρο	$kg\ m^2$
L	Στροφορμή	διανυσματικό	$kg\ m^2/s$

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)