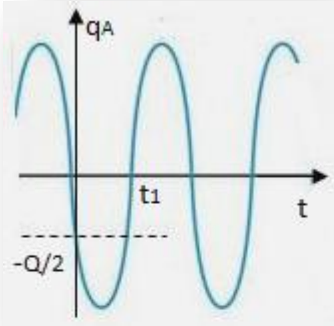
## *Χαρακτηριστικές ασκήσεις*

Άσκηση Ι : Όταν t=0 ο οπλισμός Α πυκνωτή φέρει φορτίο –Q/2 και ο πυκνωτής είναι σε διαδικασία φόρτισης. Να γραφεί εξίσωσης χρονοεξέλιξης του φορτίου αυτού του οπλισμού, να γραφεί εξίσωση ρεύματος και να γίνουν τα διαγράμματα f(t) των παραπάνω μεγεθών.

*Εύρεση αρχικής φάσης για τον παραπάνω οπλισμό αναφοράς Α.*

$$q_{\alpha\rho\chi} = Q\cdot\eta\mu(\phi) \rightarrow \frac{-Q}{2} = Q\cdot\eta\mu(\phi) \rightarrow$$

$$\rightarrow \eta\mu\phi = -\frac{1}{2} \rightarrow \cdots \quad \varphi = \pi + \pi/6 \ \ \text{rad} \ \ ή \quad \varphi = 2\pi - \pi/6 \ \ \text{rad}$$




*Η εξέλιξη του φορτίου για τον οπλισμό Α είναι αρμονική και εμφανίζεται στο σχήμα με πρόσθετο στοιχείο ότι ο πυκνωτής είναι σε διαδικασία φόρτισης. Πράγματι, για t=0 το φορτίο του οπλισμού Α είναι ίσο με –Q/2, στη συνέχεια γίνεται –Q (πλάτος), μετά γίνεται μηδέν κ.ο.κ. Αυτή η εξέλιξη δηλώνει ότι τη στιγμή t=0 ο πυκνωτής είναι σε διαδικασία φόρτισης.*

*Ποια όμως είναι η εξίσωση $q_A = f(t)$ ;*

«Φορτώνω» στην γενική εξίσωση που περιγράφει την εξέλιξη του φορτίου την τιμή φ=π+π/6 rad για την αρχική φάση. Ζητώ στη συνέχεια από την εξίσωση να υπολογίσω την στιγμή $t_1$ ( $t_1$=1$^{ος}$ μηδενισμός φορτίου οπλισμού Α ).

$$0 = Q\cdot\eta\mu\left(\omega t + \pi + \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow \eta\mu\left(\omega t + \pi + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \rightarrow \omega t + \pi + \frac{\pi}{6} = k\cdot\pi \quad (1)$$

k=0 και k=1: θα προκύψει t<0, οπότε οι λύσεις απορρίπτονται

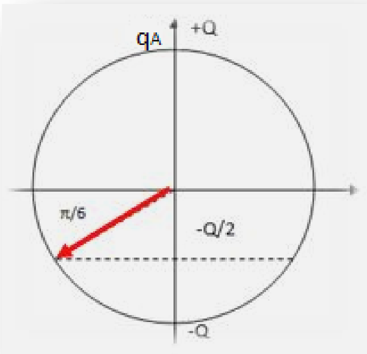
k=2 : $\omega t + \pi + \pi/6 = 2\pi \rightarrow \omega t = \pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{2\pi}{T}\cdot t = \frac{5\pi}{6} \rightarrow t = \frac{5T}{12} = t_1$

Η παραπάνω τιμή της $t_1$ είναι μεγαλύτερη από την T/4, οπότε η τιμή της φ=π+π/6 αντιστοιχεί στην φόρτιση.

Επομένως η εξίσωση που ζητείται είναι : $q_A = Q.\eta\mu\left(\omega t + \pi + \frac{\pi}{6}\right)$

*ΣΗΜΕΙΩΜΑ : Θα μπορούσαμε να φτάσουμε στο ίδιο αποτέλεσμα, πιο σύντομα αν επιλέγαμε να εργαστούμε με περιστρεφόμενο διάνυσμα.*

*Με το εν λόγω διάγραμμα, χρονικές στιγμές, χρονικές διάρκειες, στιγμιαίες τιμές κ.α. είναι ιδιαίτερα εύκολα για να προσδιοριστούν.*



*Γραφή της εξίσωσης του ρεύματος **<u>στηριζόμενος</u>** στη εξίσωση του οπλισμού αναφοράς Α.*

$$i = Q \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\omega t + \pi + \frac{\pi}{6}\right) \quad (3) \quad ,$$

*Σχεδίαση με άλγεβρα της i=f(t)*

- t=0 : $i_{\alpha\rho\chi} = Q \cdot \omega \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -Q..\omega\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Αρνητική τιμή, οπότε έχει φορά από τον οπλισμό αναφοράς, προς τον άλλο οπλισμό ).

- Πότε *i*=0 για πρώτη φορά ;

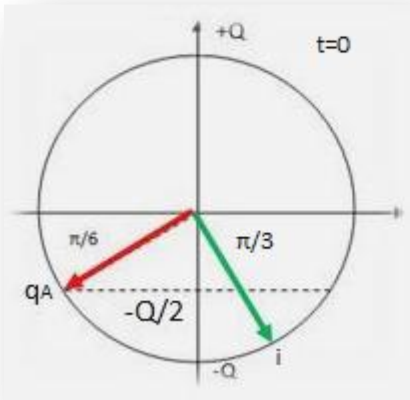
$$0 = Q\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\omega t + \pi + \frac{\pi}{6}\right) \rightarrow \sigma\upsilon\nu\left(\omega t + \pi + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \rightarrow$$

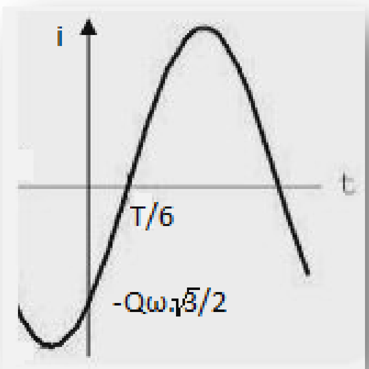
$$\omega t + \pi + \frac{\pi}{6} = (2k+1).\frac{\pi}{2} \quad (4)$$

Από την (4) προκύπτει ότι για k=2 έχουμε την **θετική** τιμή του t, για την οποία το ρεύμα μηδενίζεται για πρώτη φορά.

$$\omega t + \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{2} \rightarrow \frac{2\pi}{\mathrm{T}} \cdot t = \frac{2\pi}{6} \rightarrow t = \frac{T}{6} \rightarrow \qquad < T/4\ !$$

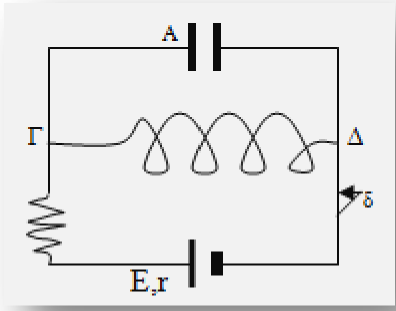
Θα μπορούσαμε να εργαστούμε και με το περιστρεφόμενο διάνυσμα, με την προϋπόθεση ότι το ρεύμα προηγείται του φορτίου κατά π/2.



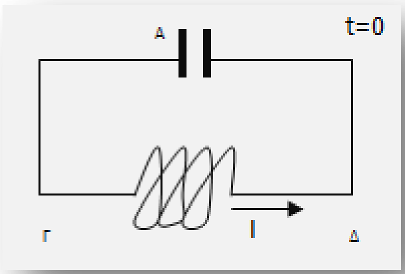




Δίπλα εμφανίζεται η αρμονική μεταβολή του ρεύματος, σύμφωνη με τους αλγεβρικούς υπολογισμούς μας ή αν προτιμάτε σύμφωνη με το διάγραμμα των περιστρεφόμενων διανυσμάτων (Στα περιστρεφόμενα διαγράμματα στιγμιαίες τιμές φορτίου και έντασης διαβάζονται πάντα στον κατακόρυφο άξονα)

Άσκηση II Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται E=6 volt, R=2Ω, L=0.2 10-3 H , C=200 μF και r=0. Αρχικά ο διακόπτης δ είναι κλειστός και το κύκλωμα διαρρέεται από σταθερό ρεύμα.
Τη στιγμή t=0 ανοίγουμε τον διακόπτη.
(α) Γιατί ο πυκνωτής οφείλει να είναι αφόρτιστος, πριν το άνοιγμα του διακόπτη ;
(β) Να γράψετε την εξίσωση του φορτίου του οπλισμού Α, σε συνάρτηση με τον χρόνο.
(γ) Να βρείτε αν τη στιγμή $t_1=T/2+T/6$ ο πυκνωτής φορτίζεται ή αν εκφορτίζεται, καθώς και τον ρυθμό με τον οποίο συμβαίνει η φόρτιση , είτε η εκφόρτιση την δεδομένη στιγμή.




(α) Στα άκρα του πηνίου έχουμε τάση $V_L=0$ , για δυο λόγους : Το πηνίο δεν έχει ωμική αντίσταση και επιπλέον στο πηνίο δεν έχουμε φαινόμενο αυτεπαγωγής, αφού το ρεύμα στη διάταξη-με κλειστό διακόπτη δ- είναι σταθεροποιημένο. Ο πυκνωτής και το πηνίο έχουν ίδια άκρα, οπότε και Vc=0. Το σταθεροποιημένο ρεύμα έχει φορά από Γ προς το Δ. λόγο πολικότητας της πηγής E,r.




(β) Με το άνοιγμα του διακόπτη μπαίνει σε λειτουργία το L-C και η αντίσταση με την πηγή δεν συμμετέχουν πλέον στα συμβάντα. Επομένως η εξίσωση για το φορτίο είναι : $q_A = Q \cdot \eta\mu(\omega t + \phi)$ (1)

Την t=0 έχουμε στο πηνίο ρεύμα $\mathrm{I}_o = \dfrac{\mathrm{E}}{R+r} = \dfrac{6}{2+0} = 3 \text{ A}$ και αφόρτιστο πυκνωτή. Αυτό σημαίνει ότι το ρεύμα $I_o$ είναι μέγιστο για το κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων!

Επομένως : $I_O = Q \cdot \omega$ (2)

Εύρεση περιόδου T : $T = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{2\cdot 10^{-4}\cdot 200\cdot 10^{-6}} = 2\pi\cdot 2\cdot 10^{-4}$ sec

Επομένως (2)→ $Q = \dfrac{3}{\dfrac{2\pi}{2\pi\cdot 2\cdot 10^{-4}}} = 6\cdot 10^{-4}$ C (πλάτος φορτίου)

Αρχική φάση : Γνωρίζουμε ότι για t=0 , ο οπλισμός Α είναι αφόρτιστος και ότι την t=T/4 εμφανίζει μέγιστο αρνητικό φορτίο –Q !

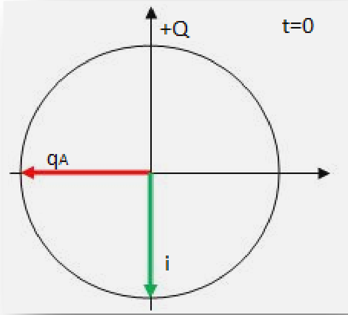
$$(1)\xrightarrow{t=0} 0 = Q\cdot\eta\mu\phi \rightarrow \phi = 0 \text{ rad είτε } \varphi = \pi \text{ rad}$$

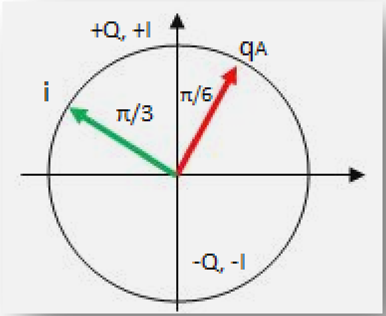
Δεκτή είναι η τιμή φ=π rad διότι για t=T/4 έχουμε : $q_{A,\frac{T}{4}} = Q\cdot\eta\mu\left(\dfrac{2\pi}{\mathrm{T}}\cdot\dfrac{\mathrm{T}}{4}+\pi\right) = -Q$ !

Ώστε η εξίσωση του φορτίου του οπλισμού Α έχει ως εξής :

$$q_A = 6\cdot 10^{-4}\cdot\eta\mu\left(\frac{10^4}{2}\cdot t+\pi\right) \text{ S.I.} \quad (3)$$

(γ) Δίπλα εμφανίζεται ένα στιγμιότυπο την t=0 των περιστρεφόμενων διανυσμάτων του φορτίου του οπλισμού Α και της έντασης του ρεύματος, όπως αυτή εκφράζεται με βάση την εξίσωση του εν λόγω φορτίου.




Την στιγμή $t_1$=T/2 + T/6 τα διανύσματα θα έχουν διαγράψει γωνία π+π/3 rad και το στιγμιότυπο των διανυσμάτων θα είναι όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

- Το σχήμα μας λέει ότι την $t_1$ ο οπλισμός Α έχει θετικό φορτίο (=Q.συνπ/6) και ο πυκνωτής είναι σε διαδικασία φόρτισης.

- Το ρεύμα έχει θετική τιμή $i_{t1} = \omega Q\,.\sigma\upsilon\nu(\pi/3) = \; I_o\, \sigma\upsilon\nu(\pi/3) = 3\,.\frac{1}{2} = 1{,}5\,A$ και η θετική τιμή σημαίνει ότι το ρεύμα έχει φορά προς τον οπλισμό αναφοράς, δηλαδή τον Α.

- Ο ρυθμός φόρτισης ή ενδεχομένως εκφόρτισης είναι το $\frac{\Delta q}{\Delta t} = i$ και όχι το $\frac{\Delta i}{\Delta t}$ που συχνά αποδίδεται – **λ α ν θ α σ μ έ ν α** – ως απάντηση… χρόνια τώρα !

Έτσι λοιπόν ο ρυθμός φόρτισης είναι 1,5 c/sec και στο διάγραμμα φαίνεται μειούμενος!

*Ηθικό δίδαγμα : Όταν μελετάμε ασκήσεις με πολύπλοκο κύκλωμα πάντα εργαζόμαστε σε δυο στάδια.*

*$1^o$ στάδιο : αφορά την* ***κατάσταση*** *του πηνίου και του πυκνωτή πριν την λειτουργία του L-C.*

*$2^o$ στάδιο :* ***Σχεδίασε*** *το κύκλωμα L-C την t=0, την στιγμή δηλ. που ενεργοποιείται το L-C ! Με βάση την εικόνα αυτή γράψε εξίσωση φορτίου για όποιο οπλισμό θέλεις (εκτός και αν σε επιβάλλουν κάποιο οπλισμό). Αν έχεις στα χέρια σου σωστή εξίσωση για το φορτίο, όλα είναι τελειωμένα…*

*Π.χ η εξίσωση του ρεύματος –με βάση την (3) – είναι η παρακάτω*

$$i = 3 \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{10^4}{2} \cdot t + \pi\right) \text{ S.I.}$$

## Μικρο …προβλήματα

1. Ένα κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Το φορτίο σε οπλισμό του πυκνωτή μεταβάλλεται με τον χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $q = 0{,}01 \cdot \eta\mu(2\pi t + \pi)$ , το q σε C, το t σε sec. Να προσδιορίσετε για τη ταλάντωση αυτή :
   I. Τη γωνιακή συχνότητα ω. Τη συχνότητα f.
   II. Τη περίοδο T. Την αρχική φάση φ.
   III. Τη μέγιστη τιμή του ρεύματος I.

Συγκρίνουμε την δοσμένη εξίσωση, με τη γενική $q_A = Q \cdot \eta\mu(\omega t + \phi)$ κι έχουμε…

$\omega = 2\pi \frac{rad}{sec}$ και από εδώ … $2\pi f = 2\pi \rightarrow f = 1\, sec^{-1}$ κι $T = \frac{1}{f} = 1\, sec$

Αρχική φάση $\varphi = \pi\, rad$ και μέγιστη τιμή ρεύματος (πλάτος) $I_o = Q.\omega = 0{,}01\,.2\pi\, A = 2\pi\, 10^{-2}\ A$

2 Πυκνωτής χωρητικότητας C=1 μF συνδέεται σε σειρά με πηνίο που έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L=40 mH. Το κύκλωμα εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Κάποια στιγμή η τάση του πυκνωτή είναι Vc=100 Volt και η ένταση του ρεύματος στο πηνίο i=0,5 A. Να βρείτε:
   I. Την ολική ενέργεια του κυκλώματος.
   II. Τις μέγιστες τιμές του φορτίου του πυκνωτή και της έντασης του ρεύματος.

$$E_{ολική} = W_C + W_L = \frac{1}{2}.C.V_c^2 + \frac{1}{2}.L.i^2 = s.i. = \frac{1}{2}\,.10^{-6}.10^4 + \frac{1}{2}\,40\,10^{-3}.25.10^{-2} = \frac{1}{2}10^{-2} + \frac{1}{2}10^{-2} = 10^{-2}J$$

Πάλι με την ολική ενέργεια…

$$W_{L,max} = E_{ολική} \rightarrow\ \frac{1}{2}L.I_o^2 = 10^{-2} \rightarrow \frac{1}{2}.40\,10^{-3}I_o^2 = 10^{-2} \rightarrow\ 2I_o^2 = 1\ \rightarrow I_o = \frac{\sqrt{2}}{2}\ A$$

Και $W_{C,max} = E_{ολική}\ \rightarrow\ \frac{1}{2}\frac{1}{C}Q^2 = 10^{-2}\ \rightarrow Q = \cdots =\ \sqrt{2}.10^{-4}\ C$

3. Σε κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων με L=2 mH και C=20 μF τη χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη. Αν η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος είναι I=0,1 A, Να βρείτε :
   I. Τη μέγιστη τιμή της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή.
   II. Τη τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή όταν $U_E$ και $U_B$ είναι ίσες.
   III. Την ένταση i του ρεύματος τη στιγμή που η $U_E$ είναι τριπλάσια της $U_B$.

Δίνεται ότι αρχικά ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με φορτίο Q.

I. $E_{ολική} = W_{L,max}\ \rightarrow\ E_{ολική} = \frac{1}{2}L.I_o^2\ \rightarrow\ E_{ολική} = \frac{1}{2}\,2\,10^{-3}\,10^{-2} =\ 10^{-5}\,J$

I. $E_{ολική} = U_C + U_L\ \rightarrow E_{ολική} = 2.U_C\ \rightarrow E_{ολική} = 2\,.\frac{1}{2}.C.V_c^2\ \rightarrow\ 10^{-5} = 20\,10^{-6}\,V_c^2\ \rightarrow\ V_c = \frac{\sqrt{2}}{2}\ volt$

III. $E_{ολική} = U_C + U_L \rightarrow\ E_{ολική} = 4.U_L\ \rightarrow E_{ολική} = 4.\frac{1}{2}.L.i^2\ \rightarrow \cdots i = \pm\frac{1}{20}\ A$

4. Ένας πυκνωτής με χωρητικότητα C=2 μF φορτίζεται από μια πηγή τάσης V=50 Volt. Συνδέουμε τον πυκνωτή , αφού πρώτα τον απομακρύνουμε από την πηγή, με πηνίο που έχει συντελεστή αυτεπαγωγής L=20 mH

I. Σε πόσο χρόνο το φορτίο του πυκνωτή θα γίνει μηδέν ;
II. Να βρεθεί η μέγιστη τιμή που αποκτά η ένταση του ρεύματος.

I. Η αρχική κατάσταση του κυκλώματος θέλει τον πυκνωτή φορτισμένο και το πηνίο χωρίς ρεύμα. Αυτό σημαίνει ότι απαιτείται χρόνος T/4 για να μηδενιστεί το φορτίο για πρώτη φορά.

$T = 2\pi\sqrt{L.C} = 2\pi\sqrt{20\ 10^{-3}.2\ 10^{-6}} = 2\pi\sqrt{4.10^{-8}} = 4\pi\ .10^{-4}\ sec$

*κι επομένως ο ζητούμενος χρόνος είναι ίσος με* $\Delta t = \pi.10^{-4}\ sec$

*II.* $E_{ολική} = U_{c,max} = U_{L,max} \rightarrow \frac{1}{2}CV_{c,max}^2 = \frac{1}{2}LI_o^2 \rightarrow I_o = \cdots = 0{,}5\ A$

5. Σε ένα κύκλωμα LC ηλεκτρικών ταλαντώσεων είναι L=40 mH και C=1 μF.

I. Να βρείτε την περίοδο T των ταλαντώσεων.
II. Αν το αρχικό φορτίο του πυκνωτή είναι Q=100 μC και τη χρονική στιγμή t=0 κλείσουμε τον διακόπτη, να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος τη χρονική στιγμή $t = \frac{13}{3}\cdot 10^{-4}\cdot\pi$ sec

I. Πάμε… $T = 2\pi\sqrt{L.C} = 2\pi\sqrt{40\ 10^{-3}.10^{-6}} = 2\pi\sqrt{4.10^{-8}} = 4\pi\ .10^{-4}\ sec$

II. Αφού αρχικά (t=0) το φορτίο του πυκνωτή είναι γνωστό, έπεται ότι μπορούμε να αποδώσουμε στον θετικά φορτισμένο οπλισμό –ας τον ονομάσουμε A, αρχική φάση φ=π/2 rad.

Επομένως στο s.i. :

$$q_A = 100.10^{-6}.\eta\mu\left(\frac{2\pi}{4\pi\ .10^{-4}}.t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \rightarrow \quad q_A = 10^{-4}.\eta\mu\left(5\ .10^3 t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (1)$$

Με βάση την (1) η εξίσωση ρεύματος είναι…

$$\mathrm{i} = 5\ .10^3.10^{-4}.\eta\mu\left(\left(5\ .10^3\mathrm{t} + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathrm{i} = 0{,}5\ \eta\mu\ (5\ .10^3\mathrm{t} + \pi)$$

Και για τη δοσμένη στιγμή…

$$\mathrm{i} = 0{,}5\ \eta\mu\ (5\ .10^3\mathrm{t} + \pi) \rightarrow \mathrm{i} = 0{,}5\ \eta\mu\left(5.10^3.\frac{13}{3}.10^{-4}.\pi + \pi\right) \rightarrow \mathrm{i} = 0{,}5.\eta\mu\left(\frac{13}{6}\pi + \pi\right) \rightarrow \mathrm{i} = 0{,}5\ \eta\mu\left(\frac{12\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \pi\right) \rightarrow \mathrm{i} = 0{,}5\ \eta\mu\left(\frac{\pi}{6} + \pi\right) \rightarrow \mathrm{i} = 0{,}5\ .\left(-\frac{1}{2}\right) \rightarrow \mathrm{i} = -0{,}25\ \mathrm{A}$$

Θυμήσου τώρα εσύ, τι σημαίνει αρνητική τιμή ρεύματος στο κύκλωμα LC…

6. Κύκλωμα περιλαμβάνει φορτισμένο πυκνωτή με φορτίο Q=20 μC και χωρητικότητας C=10 μF, πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L=4 mH και ανοιχτό διακόπτη. Τη στιγμή t=0 κλείνουμε τον διακόπτη. Να βρείτε :

I. Τις εξισώσεις σε συνάρτηση με τον χρόνο της έντασης του ρεύματος και της τάσης $V_C$ του πυκνωτή.
II. Αν υπάρχει χρονική στιγμή όπου $V_C=3V_L$,
III. Το φορτίο του πυκνωτή τη χρονική στιγμή που η ένταση του ρεύματος είναι το μισό της μέγιστης τιμής της.

I. Πάμε πάλι… $T = 2\pi\sqrt{L.C} = 2\pi\sqrt{4\ 10^{-3}.10.10^{-6}} = 2\pi\sqrt{4.10^{-8}} = 4\pi\,.10^{-4}\ sec$

Αφού αρχικά (t=0) το φορτίο του πυκνωτή είναι γνωστό, έπεται ότι μπορούμε να αποδώσουμε στον θετικά φορτισμένο οπλισμό –ας τον ονομάσουμε Α, αρχική φάση φ=π/2 rad.

Επομένως στο s.i. :

$$q_A = 20.10^{-6}\,.\eta\mu\left(\frac{2\pi}{4\pi\,.10^{-4}}.t+\frac{\pi}{2}\right) \quad \rightarrow \quad q_A = 2.10^{-5}.\eta\mu\left(5\,.10^3 t+\frac{\pi}{2}\right) \qquad (1)$$

Εξίσωση διαφοράς δυναμικού…

$$C=\frac{q}{V_c} \rightarrow \ \alpha\lambda\gamma\varepsilon\beta\rho\iota\kappa\acute{\alpha} \ \rightarrow V_c=\frac{q_A}{C} \rightarrow V_c=\frac{2.10^{-5}}{10.10^{-6}}.\eta\mu\left(5\,.10^3 t+\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow V_c = 2.\eta\mu\left(5\,.10^3 t+\frac{\pi}{2}\right) \qquad (2)$$

II. Αποκλείεται ! Πυκνωτής και πηνίο έχουν ίδια άκρα, και επομένως κάθε στιγμή $V_c = V_L$

III. Θα εργαστούμε –για ευκολία, ενεργειακά…

$$U_L=\frac{1}{2}.L.\left(\frac{I_o}{2}\right)^2 \rightarrow U_L=\frac{1}{4}\,U_{L,max}=\frac{1}{4}E_{\text{ολική}} \rightarrow E_{\text{ολική}}-U_c=\frac{1}{4}E_{\text{ολική}} \rightarrow U_c=\frac{3}{4}U_{c,max} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\frac{1}{C}q^2=\frac{3}{4}\frac{1}{2}\frac{1}{C}.Q^2 \rightarrow q=\frac{\sqrt{3}}{2}Q \rightarrow q=\frac{\sqrt{3}}{2}.2.10^{-5}\ C \rightarrow (*)q=10\sqrt{3}\ \mu C$$

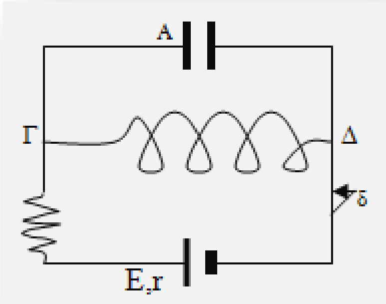
(*) το φορτίο του πυκνωτή δεν έχει πρόσημο.

7. Πυκνωτής χωρητικότητας C και πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L, είναι παράλληλα συνδεδεμένα. Η διάταξη αυτή μαζί με διακόπτη, πηγή (E,r) και αντιστάτη R, σχηματίζει βρόχο. Αρχικά ο διακόπτης είναι κλειστός.

Αν E=12 volt, r=1 Ω , R=2 Ω και L=1 mH, να βρείτε :

I. Τη πολική τάση της πηγής και την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.
II. Τη χρονική στιγμή t=0 ανοίγουμε τον διακόπτη, οπότε ο πυκνωτής αρχίζει να φορτίζεται
   a) Ποια πρέπει να είναι η χωρητικότητα C του πυκνωτή, έτσι ώστε η τάση στους οπλισμούς του να μη υπερβεί την τιμή $V_{C,\max}=20\ \text{volt}$;
   b) Ποια είναι η περίοδος T των ηλεκτρικών ταλαντώσεων του LC και σε ποιες χρονικές στιγμές της πρώτης περιόδου η ενέργεια του πυκνωτή είναι τριπλάσια από την ενέργεια του πηνίου ;

*Διακόπτης είναι κλειστός*




Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το κύκλωμα που μας περιγράφει η άσκηση.

Με κλειστό τον διακόπτη και για σταθεροποιημένη κατάσταση, ο πυκνωτής ΔΕΝ έχει φορτίο, διότι η διαφορά δυναμικού στα άκρα του είναι μηδέν, όση στα άκρα του πηνίου, το οποίο λόγω σταθερής έντασης που το διαρρέει δεν εμφανίζει τάση (επαγωγική) στα άκρα του.

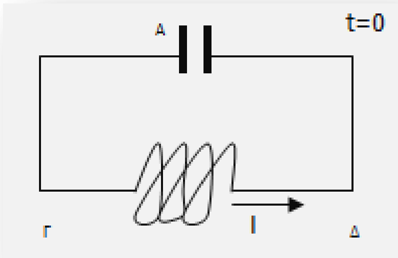
Ρεύμα λοιπόν υπάρχει στο βρόχο που αποτελούν η πηγή E,r , ο αντιστάτης R και το πηνίο L.

I. Υπολογισμός ρεύματος $I_o = \frac{E}{R+r} = s.i. = \frac{12}{2+1} = 4\,A$

Πολική τάση πηγής ...$V_{πολική} = E - I_o.r \rightarrow V_{πολική} = 12 - 4.1 = 8\,volt$

$$U_L = max = \frac{1}{2}.L.I_o^2 = \frac{1}{2}\,10^{-3}\,16 = 8\,10^{-3}\ Joule$$

*Διακόπτης ανοίγει*




II. (a) Κατάσταση κυκλώματος τη στιγμή t=0, κατά την οποία ανοίγουμε τον διακόπτη…

Ενεργειακή προσέγγιση…

$$U_{c,max} = U_{L,max} \rightarrow \frac{1}{2}\,C.V_{c,max}^2 = \frac{1}{2}LI_o^2 \rightarrow V_{c,max} = I_o\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (1)$$

Απαίτηση :

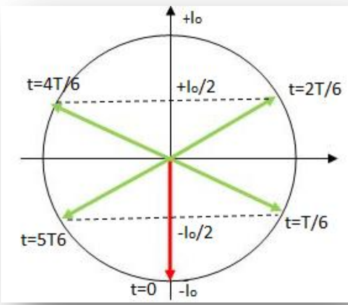
$$V_{C,max} \le 20 \rightarrow I_o\sqrt{\frac{L}{C}} \le 20 \rightarrow I_o^2.L \le 400\,.C \rightarrow C \ge \frac{I_o^2.L}{400} \rightarrow C \ge \frac{16\,.\,10^{-3}}{4\,.\,10^2} \rightarrow C \ge 4\,10^{-5}\,Farad$$

II. (b) ‣ Αν θεωρήσουμε ότι το κύκλωμα εργάζεται στο όριο της Vc, θα έχουμε…

$$T = 2\pi\sqrt{L.C} = 2\pi\sqrt{10^{-3}.4.10^{-5}} = 2\pi\sqrt{4.10^{-8}} = 4\pi\,.10^{-4}\ sec$$

‣ Εργασία ενεργειακά και στη συνέχεια περιστρεφόμενα διανύσματα…

$$E_{ολική} = U_C + U_L \rightarrow E_{ολική} = 4.U_L \rightarrow \frac{1}{2}.L.I_o^2 = 4.\frac{1}{2}.L.i^2 \rightarrow i = \pm\frac{1}{2}\,I_o$$




Εύκολα από το διπλανό σχήμα, προσδιορίζονται οι γωνίες και οι ζητούμενες χρονικές στιγμές …για όσους έχουν έστω και μικρή ευχέρεια στη χρήση του διαγράμματος περιστρεφόμενων διανυσμάτων. Διαγράμματα που χρησιμοποιούνται στις αρμονικές μεταβολές.

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)