Ανάκλαση - Διάθλαση

2.38 Με ποια ταχύτητα διαδίδεται μονοχρωματικό φως σε γυαλί που έχει γι' αυτό το φως δείκτη διάθλασης n = 1,5; Η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι $c=3x10^8$m/s

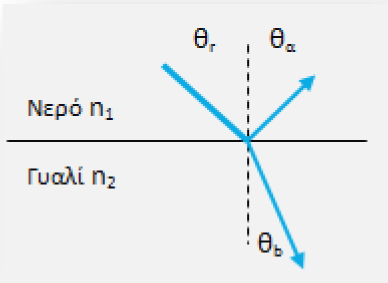
Εξ ορισμού : $n = \frac{C_o}{C} \to 1{,}5 = \frac{3\ 10^8}{C} \to C = 2\ 10^8\ m/sec$

2.39 Στον πυθμένα δοχείου που περιέχει νερό τοποθετούμε μια γυάλινη πλάκα. Δέσμη παράλληλων ακτίνων μονοχρωματικού φωτός προσπίπτει από το νερό στη γυάλινη πλάκα με γωνία πρόσπτωσης 30°. Βρείτε τις διευθύνσεις των ανακλώμενων και διαθλώμενων ακτίνων. Δίνονται οι δείκτες διάθλασης του νερού και του γυαλιού n_1 = 1,33 και n_2= 1,55 αντίστοιχα

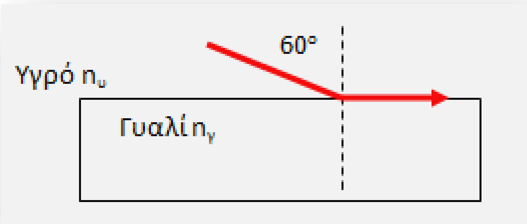
Η γωνία ανάκλασης είναι ίση με τη γωνία πρόσπτωσης οπότε $\theta_r = \theta_\alpha = 30^o$

Από το νόμο του Snell έχουμε

$n_1 \eta\mu\theta_\alpha = n_2 \eta\mu\theta_b$ οπότε $\eta\mu\theta_b = \eta\mu\theta_\alpha \frac{n_1}{n_2} = 0{,}4375$



2.40 Μέσα σε υγρό με άγνωστο δείκτη διάθλασης βυθίζουμε μια γυάλινη πλάκα. Μια λεπτή μονοχρωματική δέσμη πέφτει στην πλάκα με γωνία πρόσπτωσης θα. Μεταβάλλοντας τη γωνία πρόσπτωσης παρατηρούμε ότι όταν είναι μεγαλύτερη των 60° η δέσμη παθαίνει ολική ανάκλαση στη γυάλινη πλάκα. Αν ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού είναι n_γ= 1,5 να βρεθεί ο δείκτης διάθλασης του υγρού.



Όταν η γωνία πρόσπτωσης γίνει 60^o, τότε θα έχουμε $\delta=90^o$.
Για αυτή την κατάσταση λέμε (Snell) :

$$n_\upsilon.\eta\mu60 = n_\gamma.\eta\mu90 \to n_\upsilon = \frac{n_\gamma}{\eta\mu60} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$$

2.41 Ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία συχνότητας f = $5{,}1x10^{14}$ Hz έχει στο νερό μήκος κύματος λ = $4{,}4x10^{-7}$m. Να βρείτε το δείκτη διάθλασης του νερού. Η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι $c=3x10^8$m/s.

Ξεκινάμε... $n_\nu = \frac{C_o}{C_\nu} \to n_\nu = \frac{C_o}{\lambda_\nu .f} = \frac{3\ 10^8}{4{,}4\ 10^{-7}\ .\ 5{,}1\ 10^{14}} = \frac{30}{4{,}4\ .\ 5{,}1} = 1{,}337$

2.42 Το μήκος κύματος μιας μονοχρωματικής ακτινοβολίας στον αέρα είναι 650nm.
α) Ποια είναι η συχνότητα της ακτινοβολίας;
β) Ποιο είναι το μήκος κύματος της ακτινοβολίας όταν διέρχεται από γυαλί που έχει δείκτη διάθλασης 1,4;
γ) Ποια είναι η ταχύτητα της ακτινοβολίας στο γυαλί;

Δίνεται c=3x10^8m/s.

(α) Στον αέρα… $C_o = \lambda_o . f \rightarrow 3\ 10^8 = f\ .\ 650\ 10^{-9} \rightarrow f = \frac{3000\ .\ 10^5}{650\ .\ 10^{-9}} = 4{,}61\ 10^{14}\ Hz$

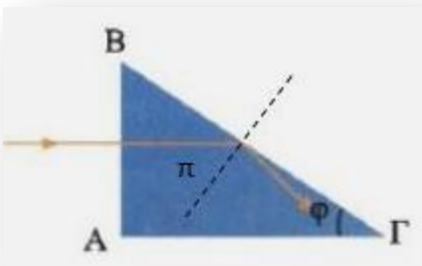
(β) $n_\gamma = \frac{C_o}{C_\gamma} \rightarrow n_\gamma = \frac{\lambda_o . f}{\lambda_\gamma . f} \rightarrow \lambda_\gamma = \frac{\lambda_o}{n} \rightarrow \lambda_\gamma = \frac{650\ nm}{1{,}4} = 464\ nm$ (*) f σταθερή !!!

(γ) $C_\gamma = \lambda_\gamma\ . f = 464\ 10^{-9}\ .\ 4{,}61\ 10^{14} = 2{,}14\ 10^8\ \ m/sec$

2.43 Το κίτρινο φως που δίνει η λάμπα νατρίου διαδίδεται σε κάποιο υγρό ταχύτητα 1,92x10^8m/s. Ποιος είναι ο δείκτης διάθλασης του υγρού αυτού για το κίτρινο φως; Δίνεται c=3x10^8m/s.

εξ ορισμού… $n_{\upsilon\lambda} = \frac{C_o}{C_{\upsilon\lambda}} \rightarrow n_{\upsilon\lambda} = \frac{3\ 10^8}{1{,}92\ 10^8} \rightarrow n_{\upsilon\lambda} = 1{,}56$

2.44 Μονοχρωματική δέσμη φωτός πέφτει κάθετα στην επιφάνεια πρίσματος με δείκτη διάθλασης $n = \sqrt{2}$ όπως στο σχήμα Υπολογίστε τη μεγαλύτερη τιμή της γωνίας φ για την οποία η δέσμη υφίσταται ολική ανάκλαση στην επιφάνεια ΒΓ του πρίσματος.



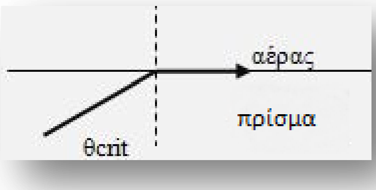
Στη πλευρά ΑΒ η ακτίνα δεν παθαίνει διάθλαση λόγω καθετότητας αυτής με την εν λόγω πλευρά.

Για να συμβεί ολική ανάκλαση στη πλευρά ΒΓ, αρκεί :

$\pi > \theta_{crit} \rightarrow B > \theta_{crit} \rightarrow \frac{\pi}{2} - \varphi > \theta_{crit}$ (1)

Συνεχίζουμε…

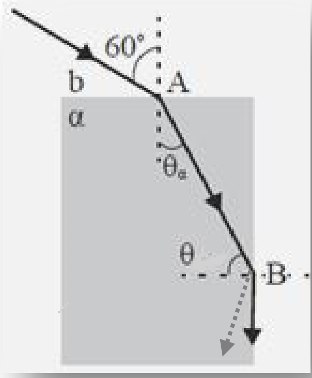
(1) $\rightarrow \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) > \eta\mu(\theta_{crit}) \rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi > \eta\mu(\theta_{crit})$ (2)



όμως… $\frac{\eta\mu\theta_{crit}}{\eta\mu 90} = \frac{\eta_{\alpha\acute{\varepsilon}\rho}}{\eta_\gamma} \rightarrow \eta\mu\theta_{crit} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \theta_{crit} = 45^o$

Τελικά : $\sigma\upsilon\nu\varphi > \eta\mu 45 \rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi > \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \varphi < 45^o$

2.45 Μονοχρωματική δέσμη προσπίπτει στο σημείο Α μιας γυάλινης με γωνία πρόσπτωσης 60° . Ποιος πρέπει να είναι ο ελάχιστος δείκτης διάθλασης του γυαλιού ώστε η δέσμη να υποστεί ολική ανάκλαση στο σημείο Β; (Η γυάλινη πλάκα βρίσκεται στον αέρα).



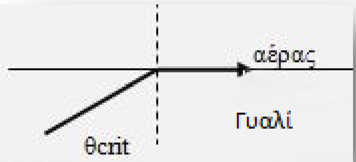
Η ελάχιστη τιμή του δείκτη διάθλασης της γυάλινης πλάκας αντιστοιχεί στην περίπτωση στην οποία η δέσμη προσπίπτει στο Β με γωνία θ, που θα είναι μεγαλύτερη της κρίσιμης.

Αν ως μέσον *b* θεωρήσουμε τον αέρα και ως μέσον *α* τη γυάλινη πλάκα, από το νόμο του Snell, για το σημείο Α έχουμε

$$n_b\,.\eta\mu 60 = n_\alpha.\eta\mu\theta_a \;\rightarrow\; \frac{\sqrt{3}}{2} = n_\alpha.\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) \rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = n_\alpha.\sigma\upsilon\nu(\theta) \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = n_\alpha.\sqrt{1-\eta\mu^2(\theta)} \rightarrow \eta\mu\theta = \sqrt{1-\frac{3}{4n_a^2}} \qquad (1)$$

Απαίτηση : $\theta > \theta_{crit} \rightarrow \eta\mu\theta > \eta\mu\theta_{crit}$ (2)

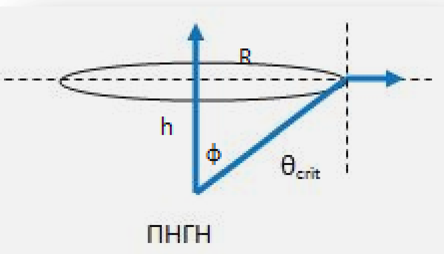


Βοηθητικό σχήμα: $\eta\mu(\theta_{crit}).n_a = n_{\alpha\acute{\varepsilon}\rho\alpha}.\eta\mu 90 \rightarrow \eta\mu(\theta_{crit}) = \frac{1}{n_a}$ (3)

Από τις δυο σχέσεις (1) , (2) και (2) έχουμε ως συνέχεια…

$$\sqrt{1-\frac{3}{4n_a^2}} > \frac{1}{n_\alpha} \rightarrow \cdots\; n_a > \sqrt{\frac{7}{4}} \rightarrow n_a > 1{,}32$$

2.48 Μια σημειακή πηγή μονοχρωματικού φωτός βρίσκεται σε βάθος h, μέσα σε υγρό με δείκτη διάθλασης n, για το φως που εκπέμπει η πηγή. Να υπολογίσετε την ακτίνα του φωτεινού δίσκου που βλέπει στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού ένας παρατηρητής που βρίσκεται έξω από το υγρό.



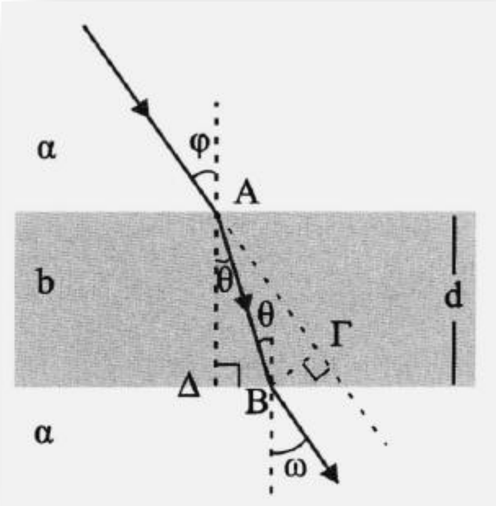
Όλα είναι εύκολα, αρκεί να σκεφτούμε τη χρήση της χαρακτηριστικής ακτίνας, η οποία συναντά τη διαχωριστική επιφάνεια υπό γωνία θ_{crit}

Snell : $\eta\mu\theta_{crit}\,.n = \eta\mu 90\,.\,1 \rightarrow \eta\mu\theta_{crit} = \frac{1}{n}$ (1)

Γεωμετρία σχήματος : $\eta\mu\theta_{crit} = \frac{R}{\sqrt{h^2+R^2}}$ (Δείτε ότι $\theta_{crit}=\phi$)

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε $\frac{R}{\sqrt{h^2+R^2}} = \frac{1}{n} \rightarrow \frac{R^2}{h^2+R^2} = \frac{1}{n^2} \rightarrow \cdots \rightarrow R = \frac{h}{\sqrt{n^2-1}}$

2.49 Μια ακτίνα μονοχρωματικού φωτός πέφτει πάνω σε γυάλινη πλάκα πάχους d. Η γωνία πρόσπτωσης της ακτίνας είναι φ και ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού η.
α) Δείξτε ότι η ακτίνα που εξέρχεται από το γυαλί είναι παράλληλη στην αρχική.
β) Υπολογίστε την παράλληλη μετατόπιση που υφίσταται η ακτίνα από το γυαλί.



(α) Εφαρμόζουμε το νόμο του Snell για την είσοδο της ακτίνας στη γυάλινη πλάκα και για την έξοδό της απ' αυτήν.

Σημείο Α : $\eta\mu\varphi \, . n_\alpha = \eta\mu\theta \, . n_b$ (1)

Σημείο Β : $\eta\mu\theta \, . n_b = \eta\mu\omega \, . n_\alpha$ (2)

Επομένως φ = ω (φ, ω στο πρώτο τεταρτημόριο)

Άρα η ακτίνα βγαίνει από τη γυάλινη πλάκα παράλληλα με την αρχική της διεύθυνση.

β) Στο τρίγωνο ΑΓΒ είναι $l = \mathrm{B\Gamma} = \mathrm{AB}\,\eta\mu(\varphi - \theta)$ (1)

Αλλά από το τρίγωνο ΑΔΒ βρίσκουμε ότι

$$\mathrm{AB} = \frac{\mathrm{A\Delta}}{\sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{d}{\sigma\upsilon\nu\theta} \qquad (2)$$

Από (1) και (2) προκύπτει

$$l = \frac{d\eta\mu(\varphi-\theta)}{\sigma\upsilon\nu\theta} = d\eta\mu\varphi - \frac{d\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\theta} = d\eta\mu\varphi - \frac{d\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\varphi}{\sqrt{1-\eta\mu^2\theta}} \qquad (3)$$

Από το νόμο του Snell

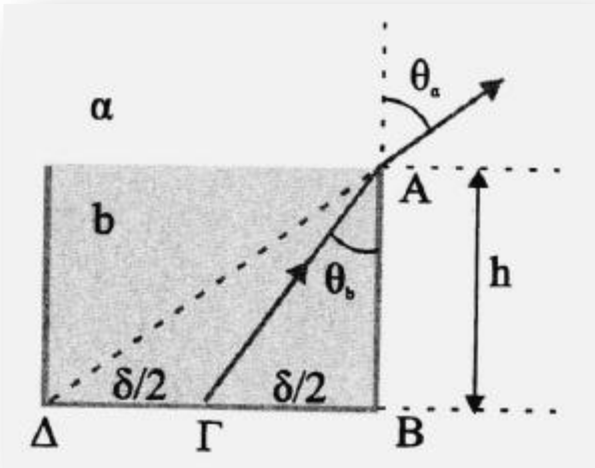
$n_\alpha \eta\mu\varphi = n_b \eta\mu\theta$ και επειδή $n_\alpha = 1$ και $n_b = n$

προκύπτει $$\eta\mu\theta = \frac{\eta\mu\varphi}{n} \qquad (4)$$

Από (3) και (4) $$l = d\eta\mu\varphi - \frac{d\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\varphi}{\sqrt{1-\dfrac{\eta\mu^2\varphi}{n^2}}}$$

και τελικά $$l = d\eta\mu\varphi\left(1 - \frac{\sigma\upsilon\nu\varphi}{\sqrt{n^2 - \eta\mu^2\varphi}}\right)$$

2.50 Κυλινδρικό δοχείο έχει διάμετρο βάσης $8\sqrt{2}$ cm και άγνωστο ύψος. Ένας παρατηρητής βρίσκεται σε τέτοια θέση, ώστε μόλις να βλέπει την απέναντι εσωτερική άκρη του πυθμένα, όταν το δοχείο είναι κενό. Αν το δοχείο είναι γεμάτο με νερό ο παρατηρητής, χωρίς να αλλάξει θέση βλέπει το κέντρο του πυθμένα. Να υπολογίσετε το ύψος του δοχείου. Δίνεται ότι ο δείκτης διάθλασης του νερού είναι $n = \sqrt{2}$.



Αν θεωρήσουμε τον αέρα ως μέσον α ($n_\alpha = 1$) και το νερό ως μέσον b ($n_b = n$), από το νόμο του Snell έχουμε

$$n_\alpha \eta\mu\theta_\alpha = n_b \eta\mu\theta_b$$

οπότε $\eta\mu\theta_\alpha = n\eta\mu\theta_b$ (1)

Από το τρίγωνο ΑΒΔ προκύπτει ότι

$$\eta\mu\theta_\alpha = \frac{\mathrm{B\Delta}}{\mathrm{A\Delta}} = \frac{\mathrm{B\Delta}}{\sqrt{\mathrm{AB}^2 + \mathrm{B\Delta}^2}} = \frac{\delta}{\sqrt{h^2 + \delta^2}} \quad (2)$$

Επίσης από το τρίγωνο ΑΒΓ βρίσκουμε

$$\eta\mu\theta_b = \frac{\mathrm{B\Gamma}}{\mathrm{A\Gamma}} = \frac{\mathrm{B\Gamma}}{\sqrt{\mathrm{AB}^2 + \mathrm{B\Gamma}^2}} = \frac{\delta}{2\sqrt{h^2 + \frac{\delta^2}{4}}} \quad (3)$$

Από (1), (2) και (3) προκύπτει

$$\frac{\delta}{\sqrt{h^2 + \delta^2}} = n\frac{\delta}{2\sqrt{h^2 + \frac{\delta^2}{4}}}$$ και τελικά $$h = \delta\sqrt{\frac{n^2 - 1}{4 - n^2}} = 8cm$$

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)