Οδηγίες για αντιμετώπιση ασκήσεων ανάκλασης - διάθλασης

[1] Σχεδόν πάντα είναι απαραίτητη η κατασκευή σχήματος στο οποίο να φαίνονται οι *διαχωριστικές* επιφάνειες των διαφανών μέσων, *η φωτεινή ακτίνα* που θα μελετήσουμε και οι *γωνίες* που δίνονται ή ζητούνται .

[2] Πρέπει να εξετάζουμε μήπως στη διαχωριστική επιφάνεια στην οποία πέφτει η ακτίνα, γίνεται φαινόμενο *ολικής ανάκλασης*.
Για το σκοπό αυτό :

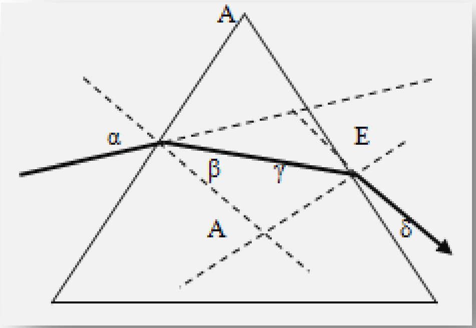
- Εξετάζουμε αν η ακτίνα πηγαίνει από το μέσο με μεγαλύτερο δ. διάθλασης προς το μέσο με το μικρότερο δ. διάθλασης .
- Αν διαπιστώσουμε ότι συμβαίνει αυτό, εξετάζουμε στη συνεχεία μήπως η γωνία πρόσπτωσης είναι μεγαλύτερη από την οριακή γωνία.

Σχόλιο : Αν δεν γνωρίζουμε την οριακή γωνία την υπολογίζουμε κάνοντας ένα κατάλληλο για το σκοπό αυτό σχήμα.
Μόνο στη περίπτωση που πληρούνται και οι δυο προϋπόθεσης θα γίνει ολική ανάκλαση της ακτίνας στη διαχωριστική επιφάνεια.

[3] Αν ζητηθεί να προσδιοριστεί η πορεία μιας ακτίνας, υπολογίζουμε όλες τις άγνωστες γωνίες πρόσπτωσης , ανάκλασης, διάθλασης .
Πολλές φορές ο υπολογισμός των ζητούμενων στοιχείων ανάγεται σε τριγωνομετρικούς ή γεωμετρικούς υπολογισμούς, με βάση τα τρίγωνα που σχηματίζονται στο σχήμα.

[4] Μη ταυτίζετε τη γωνία διάθλασης με τη γωνία π.χ εκτροπής !
Αν σε κάποια θέση η εκτροπή έχει τιμή E_1 και σε κάποια άλλη θέση , η εκτροπή της ακτίνας είναι E_2 , τότε η συνολική εκτροπή θα είναι $E_1 + E_2$, εφόσον και οι δυο εκτροπές έχουν ίδια φορά .

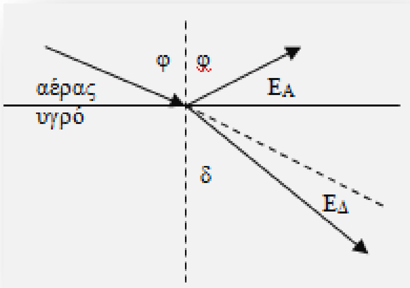
[5] Πορεία ακτίνας, *όταν διέρχεται* από πρίσμα - εξισώσεις .



- $A=\beta+\gamma$
- $E=\alpha+\delta-A$
- $\dfrac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\beta}=\dfrac{\eta\mu\delta}{\eta\mu\gamma}=\dfrac{\eta_{\pi\rho}}{\eta_{\alpha}}$

Ασκήσεις και προβλήματα

[1] Στη επιφάνεια διαφανούς υγρού που βρίσκεται σε ηρεμία πέφτει από τον αέρα μονοχρωματική ακτίνα με γωνία α . Η εκτροπή που παθαίνει η ανακλώμενη ακτίνα είναι 60^o, ενώ η εκτροπή της διαθλώμενης ακτίνας είναι 15^o .



Βρείτε :

α) Τον δ.δ του υγρού .

β) Τη ταχύτητα διάδοσης της ακτίνας στο υγρό.

γ) Την οριακή γωνία για το παραπάνω σύστημα υγρού-αέρας

Δίνεται : Ταχύτητα Φώτος στο κενό και τον αέρα 3.10^8 m/sec .

Δείτε με προσοχή τις γωνίες $E_A=60^o$ και $E_\Delta=15^o$.

Εύκολα $2\varphi+E_A=180^o \rightarrow \varphi=60^o$

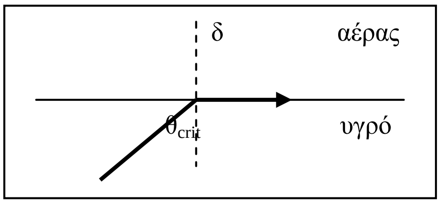
$\delta+E_\Delta=\varphi \rightarrow \delta=45^o$

Snell $$\frac{\eta\mu\phi}{\eta\mu\delta}=\frac{\eta_{\upsilon\gamma}}{\eta_\alpha}\rightarrow\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\eta_{\upsilon\gamma}\rightarrow\eta_{\upsilon\gamma}=1,22$$

$$\eta_{\upsilon\gamma}=\frac{c_o}{c}\rightarrow c=\frac{c_o}{\eta_{\upsilon\gamma}}\rightarrow c=\frac{3.10^8}{1,22}\frac{m}{s}=2,45.10^8\frac{m}{\sec}$$

$$\frac{\eta\mu\theta_{crit}}{\eta\mu\delta}=\frac{n_a}{n_{\upsilon\gamma}}\rightarrow\frac{\eta\mu\theta_{crit}}{1}=\frac{1}{\eta_{\upsilon\gamma}}$$

$$\eta\mu\theta_{crit}=0,919\rightarrow\theta_{crit}\cong 55^o$$



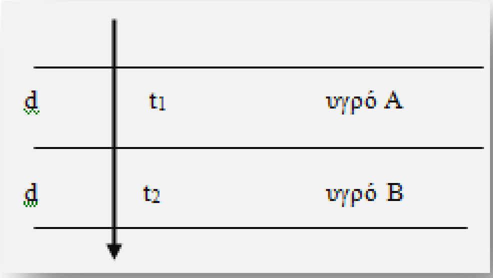
[2] Φωτεινή ακτίνα μονοχρωματικού φωτός πέφτει στην επιφάνεια υγρού, που έχει δ.δ. n=$\sqrt{2}$, με γωνία πρόσπτωσης 45^o . Να βρείτε την εκτροπή της ακτίνας

α) όταν η ακτίνα προέρχεται από τον αέρα.

β) όταν η ακτίνα προέρχεται από το υγρό.

απαντ .{ 15^o ,45^o }

[3] Φωτεινή μονοχρωματική ακτίνα διαπερνά κάθετα δυο στρώματα υγρών, που έχουν το ίδιο πάχος , σε χρόνους που έχουν λόγο $\frac{2}{\sqrt{2}}$. Είναι δυνατόν να υπάρχει κατάλληλη γωνία πρόσπτωσης στην επιφάνεια του πρώτου υγρού, ώστε η ακτίνα να μη περνά από το δεύτερο υλικό ;



Δίνεται : δείκτης διάθλασης του πρώτου υγρού $n = \frac{3}{\sqrt{2}}$

Διάδοση στο πρώτο υγρό Α → $d=c_1.t_1$

-//- δεύτερο Β → $d=c_2.t_2$

Από τις παραπάνω σχέσεις εύκολα προκύπτει ότι :

$$1 = \frac{c_1}{c_2}\cdot\frac{t_1}{t_2} \to 1 = \frac{c_1}{c_2}\cdot\frac{2}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

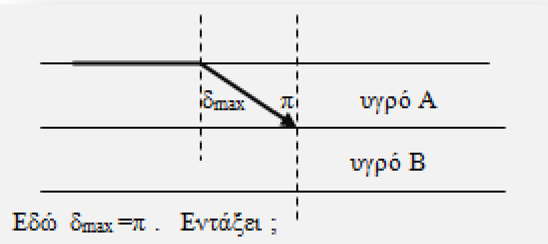
Όμως : $n_1 = \frac{c_o}{c_1}$ *και* $n_2 = \frac{c_o}{c_2}$ *, οπότε* $\frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$ *(2)*

Από τις (1) και (2) έχουμε : $\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \to \cdots \to n_2 = 1{,}5 \;\; \text{δηλ.}\, n_2 > n_1$

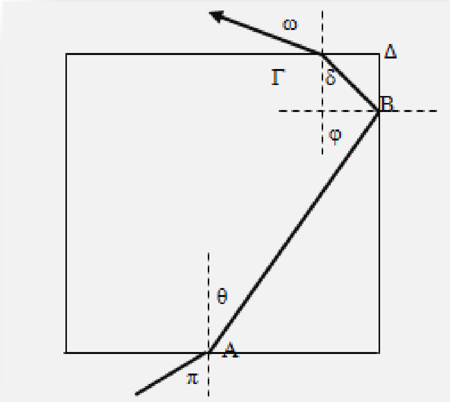
Αυτό σημαίνει ότι η ακτίνα κινείται προς οπτικά πυκνότερο υλικό Β και επομένως ***δεν*** *υπάρχει δυνατότητα ολικής ανάκλασης !*

Σχόλιο: Αν βρίσκαμε $n_1 > n_2$ *τότε θα υπολογίζαμε την* δ_{max} *και επομένως την μέγιστη τιμή της γωνίας προσπτώσεως π !*

Στη συνέχεια θα υπολογίζαμε την θ_{crit} *για το σύστημα υγρό Α - υγρό Β. Θα συγκρίναμε π και* θ_{crit} *και έτσι θα αποφασίζαμε αν υπάρχει ζήτημα ολικής ανάκλασης ή όχι.*



[4] Γυάλινος κύλινδρος έχει δ.δ. n=$\sqrt{2}$ και ύψος ίσο με την διάμετρο της βάσης του. Φωτεινή μονοχρωματική ακτίνα προσπίπτει στο κέντρο της βάσης του κυλίνδρου υπό γωνία 45^o .
Πόση εκτροπή θα έχει πάθει η ακτίνα όταν βγει από τον κύλινδρο ;

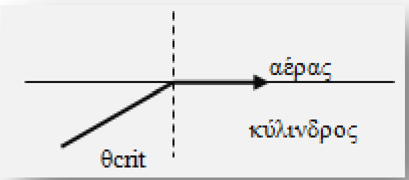


Σημείο Α , Snell : $$\frac{\eta\mu\pi}{\eta\mu\theta}=\frac{\eta_\gamma}{\eta_{\alpha\varepsilon\rho}}\rightarrow\frac{\eta\mu45^o}{\eta\mu\theta}=\sqrt{2}\rightarrow\theta=30^o$$

Σημείο Β : Οι διαστάσεις του κυλίνδρου είναι τέτοιες που το σημείο Β υποχρεωτικά ευρίσκεται επί της κατακόρυφου «πλευράς» του κυλίνδρου! Πράγματι

$$\sigma\upsilon\nu(90^o-\theta)=\frac{\frac{\alpha}{2}}{\mathrm{AB}}\rightarrow\sigma\upsilon\nu 60^0=\frac{\alpha}{2(\mathrm{AB})}\rightarrow\frac{1}{2}=\frac{\alpha}{2(\mathrm{AB})}\rightarrow\mathrm{AB}=\alpha.$$

Η γωνία προσπτώσεως είναι φ=90^o-30^o =60^o



Εύρεση θ_{crit} στο Β, έτσι ώστε να σχεδιαστεί η πορεία της ακτίνας μετά το σημείο Β.

$$\frac{\eta\mu\theta_{crit}}{\eta\mu 90}=\frac{\eta_{\alpha\acute{\varepsilon}\rho}}{\eta_\gamma}\rightarrow\eta\mu\theta_{crit}=\frac{1}{\sqrt{2}}\rightarrow\theta_{crit}=45^o$$

Επομένως αφού φ=60^o και θ_{crit}=45^o , στο σημείο Β θα έχουμε ολική ανάκλαση.

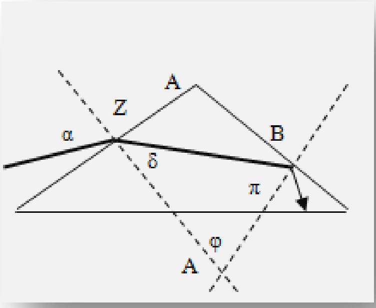
Σημείο Γ : Η ακτίνα στο σημείο Γ «πέφτει» με γωνία δ=θ ! (γιατί ;) και εξέρχεται (γιατί ;).
Ο Snell «λέει» για το σημείο Γ :

$$\frac{\eta\mu\delta}{\eta\mu\omega}=\frac{\eta_{\alpha\varepsilon\rho}}{\eta_\gamma}\rightarrow\frac{\eta\mu 30}{\eta\mu\omega}=\frac{1}{\sqrt{2}}\rightarrow\eta\mu\omega=\frac{\sqrt{2}}{2}\rightarrow\omega=45^o$$

$$\mathrm{E}_{\text{ολική}}=\mathrm{E}_\mathrm{A}+\mathrm{E}_\mathrm{B}+\mathrm{E}_\Gamma=(\pi-\theta)+(180-2\phi)+(\omega-\delta)=15^o+60^o+15^o=90^o$$

Όλες οι εκτροπές είναι αριστερόστροφες. Εντάξει;

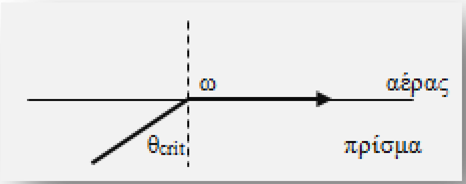
[5] Πρίσμα έχει διαθλαστική γωνία Α=75^o και δ.δ n=$\sqrt{2}$. Για ποιες τιμές της γωνίας πρόσπτωσης α μιας μονοχρωματικής ακτίνας αυτή θα ανακλάται ολικά στη δεύτερη έδρα του πρίσματος .



Snell στο σημείο Ζ :

$$\frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\delta} = \frac{\eta}{\eta_{\alpha\acute{\varepsilon}\rho}} \to \eta\mu\alpha = \eta \cdot \eta\mu\delta \quad (1)$$

Σημείο Β. Απαιτώ συνθήκη ολικής ανάκλασης δηλ. $\pi > \theta_{crit}$ *(2)*



Εύρεση θ_{crit} *.*

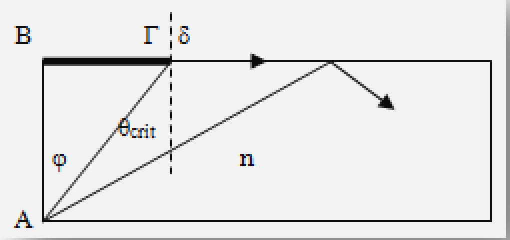
$$\eta\mu\theta_{crit} = \frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \to \theta_{crit} = 45^o \quad (3)$$

Γεωμετρία σχήματος $A+\varphi=180^o$ *και* $\varphi+\pi+\delta=180^o$ *Επομένως θα έχουμε* $A+\varphi=\varphi+\pi+\delta$ $\to \pi=A-\delta$ *(4)*

(2), (4) $\to A-\delta > \theta_{crit} \to 75^o-\delta > 45^o \to \delta < 30^o$ *(5)*

$$(5)\to \quad \eta\mu\delta < \eta\mu 30 \to \eta\mu\delta < \frac{1}{2} \xrightarrow{(1)} \frac{\eta\mu\alpha}{\sqrt{2}} < \frac{1}{2} \to \alpha < 45^o$$

[6] Ορθογώνιο δοχείο ύψους ΑΒ=2,645 cm, με αδιαφανή τοιχώματα και οριζόντιο πυθμένα, γεμίζεται πλήρως με υγρό του οποίου ο δ. διάθλασης είναι 1,333 . Να βρεθεί ο ελάχιστο μήκος ΒΓ της επιφάνειας του υγρού, που πρέπει να καλύψουμε με αδιαφανή πλάκα, ώστε η ακμή Α να είναι αθέατη από κάθε σημείο έξω από το υγρό .



Στο σχήμα φαίνεται η πορεία της ακτίνας που φτάνει στο Γ, προερχόμενη από το Α. (μόλις δεν εξέρχεται !).
Η διάταξη δείχνει ότι ακτίνα που θα φτάσει στη μη καλυπτόμενη επιφάνεια, θα υποστεί ολική ανάκλαση αφού $\pi > \theta_{crit}$ *.*

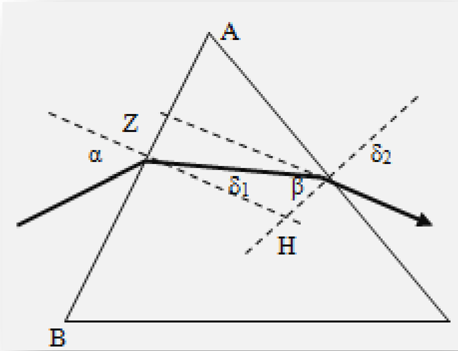
Snell στο Γ : $\eta\mu\theta_{crit} = \frac{1}{n}$ *(1)*

Γεωμετρία :

$$\eta\mu\phi = \frac{\mathrm{B\Gamma}}{\mathrm{A\Gamma}} \xrightarrow{\alpha\phi o\upsilon\ \varphi=\theta_{crit}} \eta\mu\theta_{crit} = \frac{B\Gamma}{\sqrt{\mathrm{B\Gamma}^2 + \mathrm{AB}^2}} \xrightarrow{(1)} \frac{1}{n} = \frac{B\Gamma}{\sqrt{\mathrm{B\Gamma}^2 + \mathrm{AB}^2}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{n^2} = \frac{B\Gamma^2}{\mathrm{B\Gamma}^2 + \mathrm{AB}^2} \Rightarrow \cdots \Rightarrow \mathrm{B\Gamma} = 3\ cm$$

[7] Φωτεινή ακτίνα πέφτει στην έδρα ΑΒ πρίσματος ΑΒΓ με γωνία προσπτώσεως α . Πόση πρέπει να είναι η γωνία Α του πρίσματος, ώστε η εξερχόμενη ακτίνα να είναι κάθετη στην πλευρά ΑΒ ; Ο δ. διάθλασης του πρίσματος είναι n



Σημείο Ζ. Snell : $\eta\mu\alpha=\eta.\eta\mu\delta_1$ *(1)*

Σημείο Η. Snell : $\eta\mu\delta_2=\eta.\eta\mu\beta$ *(2)*

Γεωμετρία σχήματος : $\delta_2 = A$ *διότι έχουν κάθετες πλευρές, οπότε η (2) δίνει :*

$\eta\mu A=\eta.\eta\mu\beta$ *(3)* *Γεωμετρία πάλι :* $A=\delta_1+\beta$ *(4)*

(1), (3), (4) $\rightarrow$ *στόχος είναι το «διώξιμο» των γωνιών* δ_1 *και* β *.*

$$\beta=A-\delta_1 \rightarrow \eta\mu\beta=\eta\mu A.\sigma\upsilon\nu\delta_1-\sigma\upsilon\nu A.\eta\mu\delta_1 \rightarrow \frac{\eta\mu\mathrm{A}}{\eta} = \eta\mu\mathrm{A}\cdot\sqrt{1-\eta\mu^2\delta_1} - \sigma\upsilon\nu\mathrm{A}\cdot\frac{\eta\mu\alpha}{\eta}$$

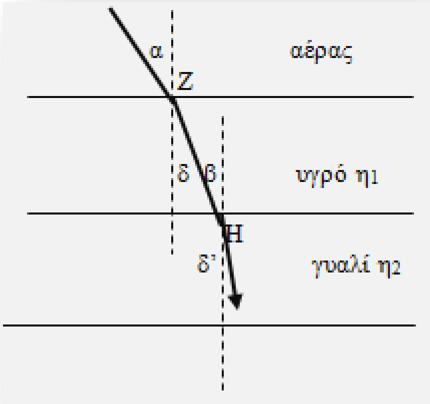
$$\frac{\eta\mu\mathrm{A}+\sigma\upsilon\nu\mathrm{A}\cdot\eta\mu\alpha}{\eta} = \eta\mu\mathrm{A}\cdot\sqrt{1-\eta\mu^2\delta_1} \rightarrow \frac{\eta\mu\mathrm{A}+\sigma\upsilon\nu\mathrm{A}\cdot\eta\mu\alpha}{\eta} = \eta\mu\mathrm{A}\cdot\sqrt{1-\frac{\eta\mu^2\alpha}{\eta^2}}$$

$$\frac{\eta\mu\mathrm{A}+\sigma\upsilon\nu\mathrm{A}\cdot\eta\mu\alpha}{\eta} = \eta\mu\mathrm{A}\cdot\frac{\sqrt{\eta^2-\eta\mu^2\alpha}}{\eta} \rightarrow \frac{\eta\mu\mathrm{A}+\sigma\upsilon\nu\mathrm{A}\cdot\eta\mu\alpha}{\eta\mu\mathrm{A}} = \cdot\sqrt{\eta^2-\eta\mu^2\alpha}$$

$$1+\frac{\eta\mu\alpha}{\varepsilon\phi\mathrm{A}} = \sqrt{\eta^2-\eta\mu^2\alpha} \rightarrow$$

$$\varepsilon\phi\mathrm{A} = \frac{\eta\mu\alpha}{\sqrt{\eta^2-\eta\mu^2\alpha}-1}$$

[8] Υγρό που έχει δ. διάθλασης $n_1=\sqrt{2}$, βρίσκεται πάνω από οριζόντια γυάλινη πλάκα που έχει δ. διάθλασης $n_2=5/3$. Μονοχρωματική ακτίνα που πέφτει στην επιφάνεια του υγρού με γωνία 45^o , διαπερνά τα δυο στρώματα σε ίσους χρόνους . Βρείτε τον λόγο του πάχους των δυο στρωμάτων .



Σημείο Ζ. Snell :

$$\eta\mu 45^o \cdot \eta_{\alpha\varepsilon\rho} = \eta_1 \cdot \eta\mu\delta \to \delta = \cdots = 30^o$$

Επιπλέον :

$$\sigma\upsilon\nu\delta = \frac{d_1}{s_1} \to d_1 = \sigma\upsilon\nu\delta \cdot s_1 \to$$

$$d_1 = \sigma\upsilon\nu\delta \cdot \frac{c_o}{n_1} \cdot t = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{c_o}{\sqrt{2}} \cdot t \to$$

$$d_1 = \frac{\sqrt{6}}{4} \cdot c_o \cdot t$$

όπου d_1 είναι το πάχος του στρώματος του υγρού.

Σημείο Η. Snell :

$$\eta\mu\beta \cdot \eta_1 = \eta\mu\delta' \cdot \eta_2 \to \eta\mu 30^o \cdot \sqrt{2} = \eta\mu\delta' \cdot \frac{5}{3} \to \eta\mu\delta' = \frac{3\sqrt{2}}{10}$$

Επιπλέον :

$$\sigma\upsilon\nu\delta' = \frac{d_2}{s_2} \to d_2 = \sigma\upsilon\nu\delta' \cdot c_2 \cdot t = \sigma\upsilon\nu\delta' . \frac{c_o}{n_2} \cdot t \quad (1)$$

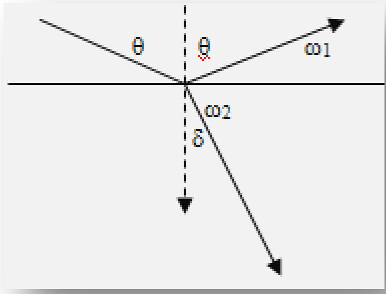
Όμως $$\sigma\upsilon\nu\delta' = \sqrt{1-\eta\mu^2\delta'} \to \sigma\upsilon\nu\delta' = \sqrt{1-\frac{9\cdot 2}{100}} = \frac{\sqrt{82}}{10} \quad (2)$$

όπου d_2 είναι το πάχος του στρώματος του γυαλιού.

Από (1) και (2) $d_2 = \frac{\sqrt{82}}{10} \cdot \frac{c_o}{1} \cdot \frac{3}{5} \cdot t$

Άρα $$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{4} \cdot c_o \cdot t}{\frac{\sqrt{82}}{10} \cdot c_o \cdot t \cdot \frac{3}{5}} = \cdots = 1{,}13$$

[9] Μια φωτεινή ακτίνα προσπίπτει πλάγια σε γυάλινη πλάκα, που έχει δείκτη διάθλασης n=1,5 Πόση πρέπει να είναι η γωνία πρόσπτωσης, ώστε η ανακλώμενη ακτίνα να είναι κάθετη προς την διαθλώμενη ακτίνα ;



Από την διατύπωση της άσκησης και το σχήμα έχουμε :

$\omega_1+\omega_2=90^o \;\rightarrow\; (90-\theta)+(90-\delta)=90^o \;\rightarrow\; \theta+\delta=90^o \quad (1)$

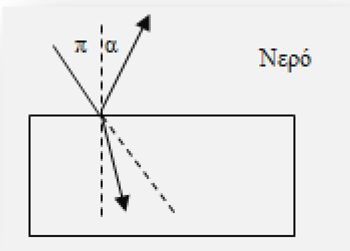
Snell :

$$\eta\mu\theta = n\cdot\eta\mu\delta \xrightarrow{(1)} \eta\mu\theta = n\cdot\eta\mu(90^o-\theta) \rightarrow \eta\mu\theta = n\cdot\sigma\upsilon\nu\theta \rightarrow$$

$$\rightarrow \varepsilon\varphi\theta = n$$

[10] Στον πυθμένα δοχείου που περιέχει νερό τοποθετούμε μια γυάλινη πλάκα. Δέσμη παράλληλων ακτινών μονοχρωματικού φωτός προσπίπτει από το νερό στη γυάλινη πλάκα με γωνία 30^o . Βρείτε τις διευθύνσεις των ανακλώμενων και διαθλώμενων ακτινών. Δίνονται οι δείκτες διάθλασης του νερού και του γυαλιού $n_1=1{,}33$ και $n_2=1{,}52$ αντίστοιχα.

Εφόσον έχουμε δέσμη- κινούμενη από οπτικά αραιότερο σε οπτικά πυκνότερο- θα εμφανιστεί και διάθλαση και ανάκλαση.
Σχεδιάζουμε την πορεία μιας ακτίνας.

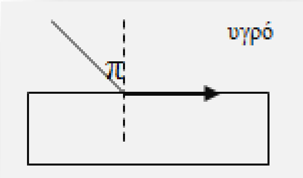


$\widehat{\pi}=\widehat{a}$ *πάντα ! Άρα* $\widehat{a}=30^o$

Snell :

$$\eta\mu\widehat{\pi}\cdot n_1=\eta\mu\widehat{\delta}\cdot n_2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot 1{,}33=\eta\mu\widehat{\delta}\cdot 1{,}52 \Rightarrow \eta\mu\widehat{\delta}\cong 0{,}43$$

[11] Μέσα σε υγρό με άγνωστο δείκτη διάθλασης βυθίζουμε μια γυάλινη πλάκα. Μια λεπτή μονοχρωματική δέσμη πέφτει στη πλάκα με γωνία π . Μεταβάλλοντας τη γωνία πρόσπτωσης παρατηρούμε ότι όταν είναι μεγαλύτερη από 60^o, στη δέσμη συμβαίνει ολική ανάκλαση στη γυάλινη πλάκα. Αν ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού είναι $n_b = 1{,}5$, να βρεθεί ο δείκτης διάθλασης του υγρού.



Υπάρχει ζήτημα ολικής ανάκλασης, επομένως αναμένεται ο δ.δ. του υγρού να έχει τιμή μεγαλύτερη του 1,5. Προφανώς η γωνία των 60^o είναι η θ_{crit}

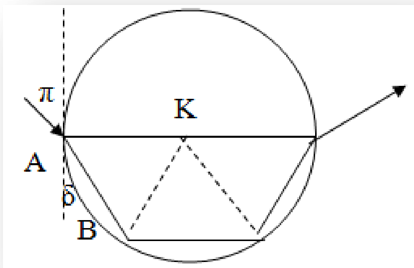
Snell

$$\eta\mu\hat{\pi} \cdot n_{\upsilon\gamma} = \eta\mu\hat{\delta} \cdot n_b \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot n_{\upsilon\gamma} = \eta\mu 90 \cdot 1{,}5 \Rightarrow \eta_{\upsilon\gamma} = \sqrt{3}$$

[12] Ο οφθαλμός κολυμβητή, που βρίσκεται κάτω από τη ήρεμη επιφάνεια της θάλασσας ατενίζει προς τα άνω από βάθος h. Υπάρχει τιμή του H τέτοια, ώστε το κυκλικό τμήμα της θάλασσας, το οποίο βλέπει ο οφθαλμός να φωτίζεται από διάχυτο ηλιακό φως , να έχει ακτίνα επίσης h ; Δίνεται για το θαλασσινό νερό $n = \sqrt{3}$

...Όχι ! διότι θα έπρεπε $n = \sqrt{2}$!

[13] Ημικύλινδρος από υλικό με δείκτη διάθλασης $\sqrt{2}$ στηρίζεται κατάλληλα με το επίπεδο του οριζόντιο προς τα άνω. Ακτίνα φωτός προσπίπτει με γωνία 45^o στο χείλος του ημικυλίνδρου. Να βρεθεί η γωνία εκτροπής.



Snell στο σημείο εισόδου: $\eta\mu\pi \cdot 1 = \eta\mu\delta \cdot n \rightarrow \delta = 30^o$

ΑΚΒ τρίγωνο ισόπλευρο → γωνία πρόσπτωσης στο Β είναι ίση με 60^o

Εύρεση θ_{crit} : ... προκύπτει ότι είναι ίση με 45^o . Έτσι στο σημείο Β έχουμε ολική ανάκλαση. Επίσης ολική ανάκλαση στο Γ και πάλι ισόπλευρο τρίγωνο και τελικά έξοδος από χείλος με εκτροπή ίση με 90^o .