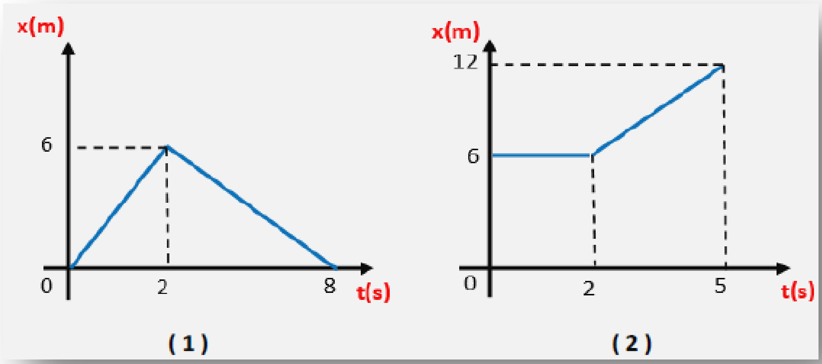
2.1 Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες m1=m και m2=2m βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο άξονα, με το σώμα m1 στην αρχή του άξονα (θέση 0). Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και η κίνηση των δύο σωμάτων πριν και μετά την κρούση περιγράφεται από τα διαγράμματα:



Η γραφική παράσταση (1) δίνει την θέση του σώματος m1 συναρτήσει του χρόνου, ενώ η (2) δίνει τη θέση του σώματος μάζας m2. Τότε:

Η κρούση των δύο σωμάτων είναι ελαστική, είναι ανελαστική, είναι πλαστική;

Το σώμα μάζας m1 ξεκινά από την θέση (0), αρχή του άξονα, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $u_1 = \frac{6-0}{2-0} = 3\, m/sec$ Αντίστοιχα, το σώμα μάζας m2, είναι ακίνητο, μέχρι την στιγμή που το πρώτο σώμα συγκρούεται κεντρικά με αυτό και βρίσκεται στην θέση x=+6 m.

Μετά την κρούση το σώμα (1) αποκτά ταχύτητα που προκύπτει και αυτή από το διάγραμμα:

$u_1' = \frac{0-6}{8-2} = -1\, m/sec$ ενώ το σώμα (2) αποκτά ταχύτητα: $u_2' = \frac{12-6}{5-2} = 2\, m/sec$ Προφανές ότι η κρούση δεν είναι πλαστική.

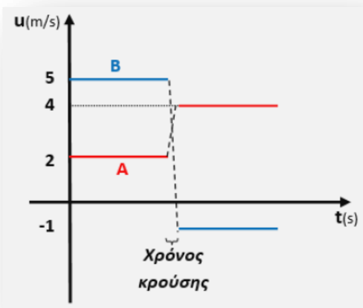
Υπολογίζουμε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας για την κρούση:

$$\Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}m(u_1')^2 + \frac{1}{2}2m(u_2')^2 - \frac{1}{2}mu_1^2 = \frac{m}{2} + \frac{8m}{2} - \frac{9m}{2} = 0$$

Επομένως η κρούση είναι ελαστική, αφού η κινητική ενέργεια διατηρείται.

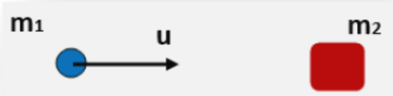
2.2 Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνονται οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων δυο σφαιρών Α και Β πριν και μετά τη μεταξύ τους κεντρική κρούση.

Με ποια σχέση συνδέονται οι δυο μάζες των σφαιρών Α και Β;

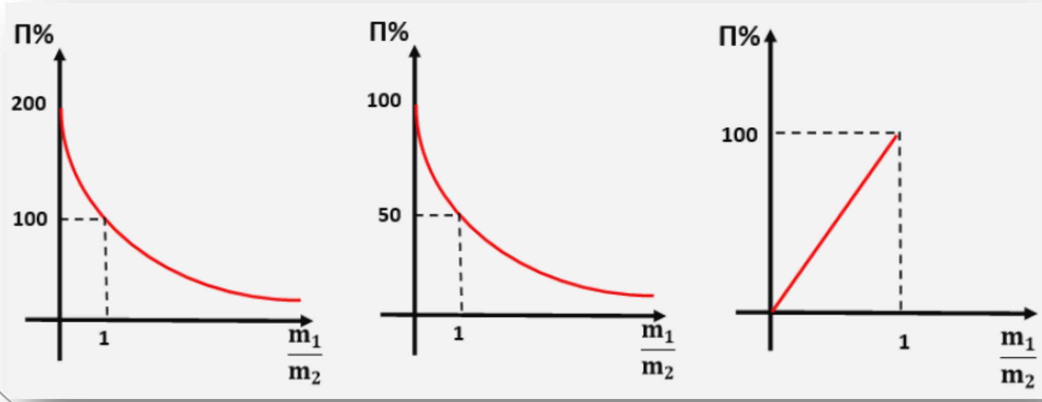


Το σχήμα μας προσφέρει –αλγεβρικά- τις ταχύτητες των μαζών πριν και μετά τη κρούση. Η ΑΔΟ επιβάλλει :
$m_1.2 + m_2.5 = m_1.4 + m_2.(-1) \rightarrow 6m_2 = 2m_1 \rightarrow m_1 = 3m_2$

2.3 Ένα σώμα Σ1 μάζας m1 κινούμενο με ταχύτητα u1 συγκρούεται **κεντρικά** και **ελαστικά** με ακίνητο σώμα Σ2, μάζας m2 .



Η γραφική παράσταση του ποσοστού % της ορμής του σώματος Σ1 που μεταφέρεται στο Σ2 κατά την κρούση, σε συνάρτηση με το λόγο των μαζών $m1/m2$ απεικονίζεται στο διάγραμμα:



Να καταλάβουμε το % ποσοστό :

Όταν “εγώ” το σώμα m_1 έχω ορμή P_1, τότε εσύ m_2 έχεις μετά την κρούση P'_2 , την οποία οφείλεις σε εμένα.

Όταν “εγώ” έχω 100 Π $\rightarrow$ $\Pi = \frac{P_2'}{P_1}.100\ \%$

Η κρούση είναι κεντρική, ελαστική, με ένα σώμα ακίνητο. Επομένως $u_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1$

Η έκφραση του ποσοστού γίνεται τώρα :

$$\Pi = \frac{P_2'}{P_1}.100\ \% = \frac{m_2\,.u_2'}{m_1.u_1}.100\% = \frac{m_2\,.\frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1}{m_1.u_1}.100\% = \frac{2\,.\,m_2}{m_1+m_2}.100\% = \frac{200}{\frac{m_1}{m_2}+1}\ \% \quad (1)$$

Η σχέση του Π με τον λόγο των μαζών δεν είναι γραμμική, οπότε αποκλείεται να είναι σωστό το τρίτο διάγραμμα.

Όταν ο λόγος μαζών είναι 1, τότε η τιμή του ποσοστού προκύπτει 100 % και σωστό είναι το πρώτο διάγραμμα.

ΣΗΜΕΙΩΜΑ : Τα διαγράμματα 1 και 2 συμφωνούν όταν $\frac{m_1}{m_2} \rightarrow 0$ και όταν $\frac{m_1}{m_2} \rightarrow \propto$

2.4 Σφαίρα μάζας m_1 ολισθαίνει με ταχύτητα μέτρου $υ_1$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται **μετωπικά** και **ελαστικά** με **ακίνητη** σφαίρας μάζας m_2. Μετά την κρούση, η αρχικά κινούμενη σφαίρα ανακρούεται με ταχύτητα μέτρου $υ_1/5$. Ποιος είναι ο λόγος των μαζών των δύο σφαιρών m_1/m_2 ;

Η λέξη «ανακρούεται» σημαίνει ότι γυρίζει πίσω! Και η εξίσωση $u_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1$ πρέπει να δώσει, όταν εφαρμοστεί, αρνητική αλγεβρική τιμή για την ταχύτητα u_1'.

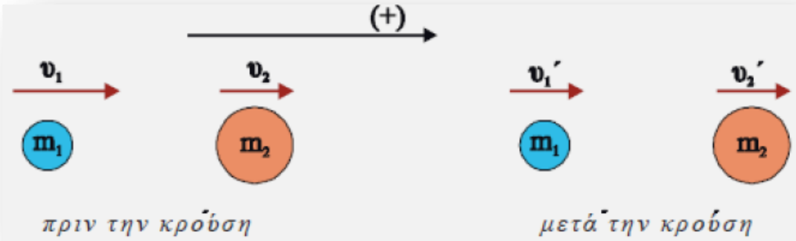
Επομένως :

$$-\frac{υ_1}{5} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}υ_1 \Leftrightarrow m_1 + m_2 = -5(m_1 - m_2) \Leftrightarrow m_1 + m_2 = -5m_1 + 5m_2 \Leftrightarrow 6m_1 = 4m_2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$$

2.5 Δύο σφαίρες Σ1 και Σ2 με μάζες m_1 και $m_2=2m_1$ κινούνται με ταχύτητες μέτρου $υ_1$ και $υ_2$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Οι σφαίρες συγκρούονται **κεντρικά** και **ελαστικά** και μετά την κρούση έχουν ταχύτητες με μέτρα $υ_1'$ και $υ_2'$.

Εάν γνωρίζουμε ότι $υ_1=2υ_2$, τότε ποιος ο λόγος $υ_1'/υ_2'$ των μέτρων των ταχυτήτων των σφαιρών μετά την κρούση ;



Το σχολικό βιβλίο μελετά την κεντρική και ελαστική κρούση δυο σφαιρών με εφαρμογή ΑΔΟ και ΑΔΚΕ. Όταν οι ταχύτητες πριν και μετά τη κρούση είναι ομόρροπες –όπως βλέπουμε το σχήμα- τότε και μόνο ισχύουν οι εξισώσεις που αναφέρει το σχολικό βιβλίο.

$$υ_1' = \frac{2m_2}{m_1+m_2}υ_2 + \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}υ_1 \qquad (5.6)$$

$$υ_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}υ_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}υ_2 \qquad (5.7)$$

Σας συνιστώ να εργαστείτε με ΑΔΟ και ΑΔΚΕ ώστε να καταλήξετε σε εξισώσεις μορφής (5.6) και (5.7), στην περίπτωση που οι ταχύτητες δεν έχουν φορά ως το σχήμα.

Επανερχόμαστε στο θέμα μας…

Με διαίρεση κατά μέλη ($υ_2' \neq 0$) και αντικατάσταση των δεδομένων έχουμε:

$$\frac{υ_1'}{υ_2'} = \frac{(m_1 - m_2)\,υ_1 + 2m_2υ_2}{(m_2 - m_1)υ_2 + 2m_1υ_1} = \frac{(m_1 - 2m_1)\,2υ_2 + 2 \cdot 2m_1υ_2}{(2m_1 - m_1)υ_2 + 2m_1 \cdot 2υ_2} = \frac{-2m_1υ_2 + 4m_1υ_2}{m_1υ_2 + 4m_1υ_2} = \frac{2m_1υ_2}{5m_1υ_2} = \frac{2}{5}$$

2.6 Η πειραματική διάταξη της παρακάτω φωτογραφίας, όπου φαίνονται ένας μεταλλικός διάδρομος, δύο μεταλλικές σφαίρες διαφορετικών μαζών και δύο φωτοπύλες, χρησιμοποιείται για την πραγματοποίηση και τη μελέτη κρούσεων. Οι σφαίρες αφήνονται από διαφορετικά ύψη και η σύγκρουσή τους γίνεται στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου. Με τη βοήθεια των φωτοπυλών και κατάλληλου λογισμικού μετριέται πειραματικά η ταχύτητα κάθε σφαίρας τόσο πριν όσο και μετά την κρούση τους. Σε ένα τέτοιο πείραμα οι σφαίρες $\Sigma 1$ και $\Sigma 2$ με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα **κινήθηκαν ομόρροπα** πάνω στο λείο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου και συγκρούστηκαν **κεντρικά** και **ελαστικά**. Οι πειραματικές μετρήσεις των ταχυτήτων χρησιμοποιήθηκαν για να καθοριστεί η σχέση που συνδέει τα μέτρα τους. Η σφαίρα $\Sigma 1$ έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_1'$ μετά την κρούση. Η σφαίρα $\Sigma 2$ έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_2'$ μετά την κρούση. Χρησιμοποιώντας τις θεμελιακές αρχές της φυσικής που διέπουν την κεντρική ελαστική κρούση να υπολογίσετε τη σχέση που συνδέει τα μέτρα των ταχυτήτων των σφαιρών.

Σύμφωνα με τους υπολογισμούς σας, η σχέση που συνδέει τα μέτρα των ταχυτήτων όταν μετρούνται πειραματικά είναι:

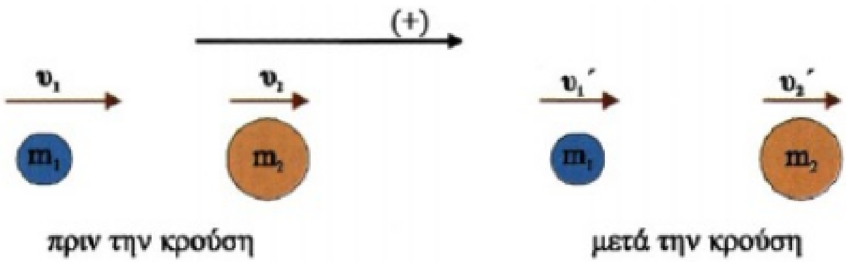
(α) $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon_1' - \upsilon_2'$

(β) $\upsilon_1 - \upsilon_2 = \upsilon_2' - \upsilon_1'$

(γ) $\upsilon_1 \cdot \upsilon_2 = \upsilon_1' \cdot \upsilon_2$

Λοιπόν…

Εδώ ισχύει ότι αναφέραμε στο ερώτημα 2.5 !!!



Σχ. 5.5

Για την κρούση ισχύουν :

$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon_1' + m_2\upsilon_2'$ (διατήρηση της ορμής) (5.1)

$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^{2\prime} + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^{2\prime}$ (διατήρηση της κινητικής ενέργειας) (5.2)

η (5.1) γράφεται και

$m_1(\upsilon_1 - \upsilon_1') + m_2(\upsilon_2 - \upsilon_2')$ (5.3)

ενώ η (5.2) γράφεται

$m_1(\upsilon_1^2 - \upsilon_1^{2\prime}) + m_2(\upsilon_2^{2\prime} - \upsilon_2^2)$ (5.4)

Διαιρούμε τις (5.4) και (5.3) κατά μέλη και βρίσκουμε

$\upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_2 + \upsilon_2'$ (5.5)

2.7 Ένα σφαιρίδιο μάζας m_1, που κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σφαιρίδιο μάζας m_2. Αμέσως μετά την κρούση τα δύο σφαιρίδια έχουν αντίθετες ταχύτητες. Ποιος ο λόγος m_2/m_1 των μαζών των δύο σφαιριδίων ;

Έστω υ_1' το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου μάζας m_1 και υ_2' το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου μάζας m_2 αμέσως μετά την κεντρική ελαστική κρούση. Το σφαιρίδιο μάζας m_2 είναι ακίνητο πρίν την κρούση, επομένως:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1$$

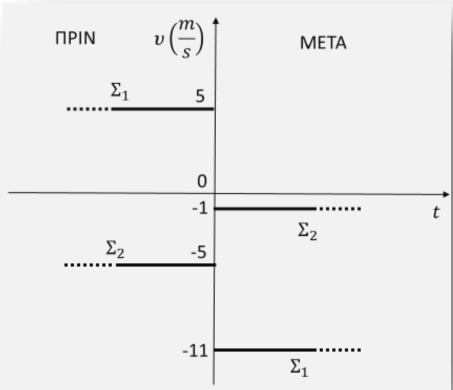
και

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1$$

Οι ταχύτητες των σφαιριδίων μετά την κρούση είναι αντίθετες, δηλαδή:

$$\upsilon_1' = -\upsilon_2' \Rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 = -\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot \upsilon_1 \Rightarrow m_1 - m_2 = -2m_1 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 3$$

2.8 Δύο σώματα $\Sigma 1$ και $\Sigma 2$ με μάζες $m1$ και $m2$ αντίστοιχα που κινούνται αντίρροπα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούονται μετωπικά. Το σώμα $\Sigma 1$ έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_1'$ μετά την κρούση. Το σώμα $\Sigma 2$ έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ πριν την κρούση και $\vec{\upsilon}_2'$ μετά την κρούση. Οι αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των δύο σωμάτων φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα:



Με τη χρήση θεμελιακών αρχών που διέπουν τις κρούσεις να ελέγξετε αν η κρούση των δύο σφαιρών είναι:
(α) ελαστική **(β)** πλαστική **(γ)** ανελαστική αλλά μη πλαστική

Πλαστική αποκλείεται, αφού μετά την κρούση οι μάζες έχουν διαφορετικές ταχύτητες

Η ΑΔΟ –ισχύει ανεξάρτητα το είδους της κρούσης- θα μας δώσει :

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon_1' + m_2\upsilon_2' \Rightarrow 5m_1 - 5m_2 = -11m_1 - m_2 \Rightarrow 4m_1 = m_2 \; (1)$$

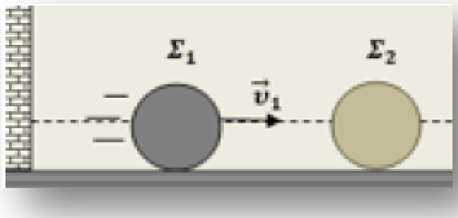
Ελέγχουμε πλέον τις κινητικές ενέργειες πριν και μετά την κρούση…

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \Rightarrow K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{25}{2}m_1 + \frac{25}{2}m_2 \overset{(1)}{\Rightarrow} K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{125}{2}m_1 \; (SI) \quad (2)$$

$$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{121}{2}m_1 + \frac{1}{2}m_2 \overset{(1)}{\Rightarrow} K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{125}{2}m_1 \; (SI) \quad (3)$$

Προφανώς η κρούση είναι ελαστική.

2.9 Δύο σφαίρες $\Sigma 1$, $\Sigma 2$, με μάζες $m1$ και $m2$ αντίστοιχα, είναι **αρχικά ακίνητες** σε λείο οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, έτσι ώστε τα κέντρα τους να ορίζουν μια οριζόντια ευθεία κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο. Εκτοξεύουμε τη σφαίρα $\Sigma 1$ με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}1$, τέτοια ώστε να πλησιάζει τη σφαίρα $\Sigma 2$ και να απομακρύνεται από τον τοίχο όπως στην εικόνα.



Η κρούση μεταξύ των δύο σφαιρών είναι **κεντρική** και **ελαστική** και η $\Sigma 1$ μετά την κρούση της με τη $\Sigma 2$ συγκρούεται με τον τοίχο, με κρούση επίσης ελαστική. Αν δίνεται ότι οι δύο σφαίρες δεν θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά, τότε για τις μάζες τους είναι δυνατόν να ισχύει η σχέση:

(α) $m_2=m_1$ **(β)** $m_2=2\cdot m_1$ **(γ)** $m_2=4\cdot m_1$

Ισχύουν οι εξισώσεις : $u_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1$ (1) και $u_2' = \frac{2.m_1}{m_1+m_2}u_1$ (2)

- Εφόσον η μάζα m1 γυρίζει πίσω σημαίνει ότι έχει αρνητική αλγεβρική τιμή (η u_1 έχει θετικό αλγεβρικό πρόσημο). Επομένως επιβάλλεται $m_1 < m_2$ και η περίπτωση (α) είναι λανθασμένη.

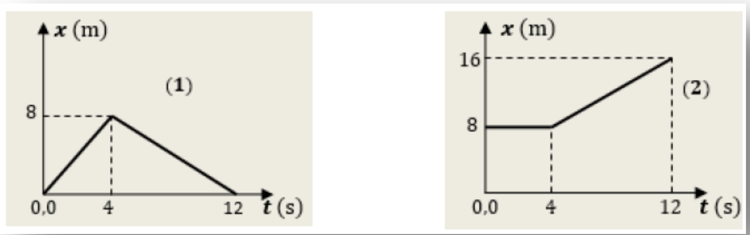
- Η m_1 χτυπά ελαστικά στον τοίχο και επομένως δεν αλλάζει το μέτρο της ταχύτητας. Στη συνέχεια η m_1 “κυνηγά» την m_2. Δεν την φτάνει όμως (δεν θα συγκρουστούν δεύτερη φορά), οπότε το μέτρο της u_1' είναι μικρότερο ή ίσο από το μέτρο της ταχύτητας u_2'

Προσοχή εδώ!!! Το μέτρο της u_1' είναι : $|u_1'| = \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}u_1$ (3)

Πάμε τώρα… $\frac{2.m_1}{m_1+m_2}u_1 \geq \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}u_1 \rightarrow 2.m_1 \geq m_2 - m_1 \rightarrow 3.m_1 \geq m_2$

Τελικό αποτέλεσμα : $m_1 < m_2 \leq 3.m_1$, δηλαδή μας ταιριάζει η απάντηση (2).

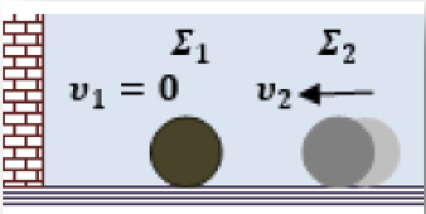
2.10 Δύο μεταλλικές σφαίρες, αμελητέων διαστάσεων, με μάζες $m1$ και $m2$ συγκρούονται κεντρικά σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η θέση x κάθε σφαίρας, στην ευθεία γραμμή που ορίζουν τα κέντρα τους, μετριέται από κοινή αρχή (x=0), πάνω σε αυτή την ευθεία. Η γραφική παράσταση της θέσης του σώματος $m1$ φαίνεται στο Σχήμα (1) και του σώματος $m2$ στο Σχήμα (2). Δίνεται ότι η χρονική διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων είναι αμελητέα και οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.



Με τη βοήθεια των δύο αυτών διαγραμμάτων, μπορούμε να συμπεράνουμε, ότι η κρούση των δύο σφαιρών είναι:
(α) Ελαστική , **(β)** Ανελαστική , **(γ)** Πλαστική

Μια επανάληψη της άσκησης 2.1 Σωστή απάντηση η (α)

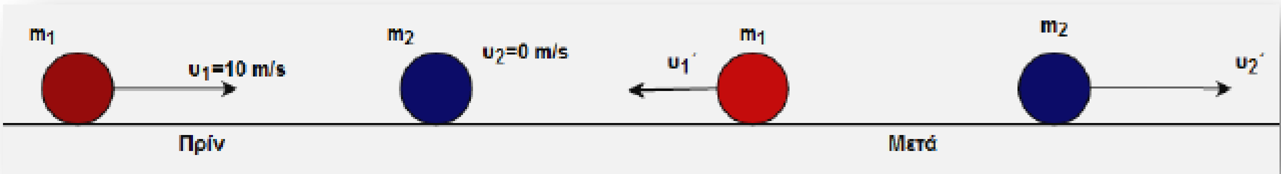
2.11 Δύο σφαίρες $\Sigma 1$, $\Sigma 2$, με μάζες $m1$ και $m2$ αντίστοιχα, είναι αρχικά ακίνητες σε λείο οριζόντιο δάπεδο, έτσι ώστε τα κέντρα τους να ορίζουν μια οριζόντια ευθεία κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο. Εκτοξεύουμε τη σφαίρα $\Sigma 2$ με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon 2$, τέτοια ώστε να πλησιάζει τη σφαίρα $\Sigma 1$, όπως στην εικόνα.



Οι κρούσεις, τόσο μεταξύ των δύο σφαιρών, όσο και της σφαίρας $\Sigma 1$ με τον τοίχο, είναι κρούσεις κεντρικές και ελαστικές. Αν μετά την μεταξύ τους κρούση οι δύο σφαίρες κινούνται αντίθετα αλλά τελικά συγκρούονται και δεύτερη φορά, τότε για τις μάζες τους ισχύει η σχέση:
(α) $m1<m2$, (β) $3\cdot m2>m1>m2$, (γ) $m1>3\cdot m2$

Το σκεπτικό της άσκησης είναι παρόμοιο με αυτό της 2.9 Θα καταλήξουμε στη σχέση $3\cdot m2>m1>m2$ (β)

2.12 Δύο σφαίρες όπως οι μπάλες του μπιλιάρδου με μάζες $m_2=3m_1$ συγκρούονται **κεντρικά** και **ελαστικά** μεταξύ τους. Η εικόνα τους πριν και μετά την κρούση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η πρώτη σφαίρα κινείται με ταχύτητα $\upsilon_1=10msec$ ενώ η δεύτερη **είναι ακίνητη** $\upsilon_2=0$.



Ποιο
είναι το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρεται στο σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση;

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1 = \frac{2m_1}{m_1+3m_1}\upsilon_1 = \frac{2m_1}{4m_1}\upsilon_1 = \frac{\upsilon_1}{2} = 5\frac{m}{sec}$$

Επομένως το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρεται στο σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση είναι:

$$\frac{K_{2\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}}}{K_{1\pi\rho\acute{\iota}\nu}}\cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\% = \frac{3m_1}{m_1}\cdot\frac{5^2}{10^2}\cdot 100\% = 75\%$$

Δυο λόγια για την κατανόηση του ποσοστού επί %…

Όταν η m1 κατέχει κινητική $K_{1,\pi\rho\iota\nu}$ προσφέρει στην m2 ποσότητα ενέργειας ίση με $K_{2,\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}}$

// // 100 x ;

2.13 Σώμα $\Sigma1$, μάζας m_1, κινούμενο με ταχύτητα υ_1, συγκρούεται **κεντρικά** και **ελαστικά** με το **ακίνητο** σώμα $\Sigma2$, μάζας m_2. Το $\Sigma1$, μετά την κρούση δεν αλλάζει κατεύθυνση κίνησης ενώ αποκτά ταχύτητα $\upsilon'_1=\upsilon_1/2$. Ο λόγος των μαζών m_1/m_2 είναι ίσος με: **(α)** 1/3 , **(β)** 1 , **(γ)** 3/1.

Ισχύουν –μετά την κρούση- οι εξισώσεις : $u_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1$ (1) και $u_2' = \frac{2.m_1}{m_1+m_2}u_1$ (2)

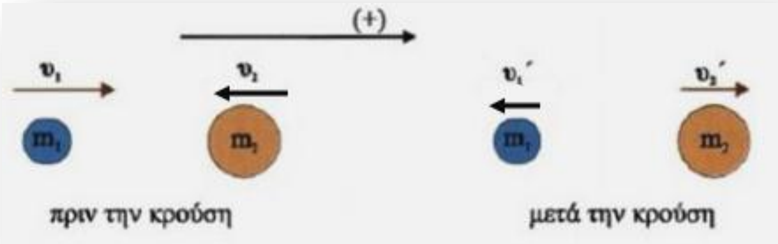
Αφού το Σ1 δεν αλλάζει φορά στη ταχύτητά του, σημαίνει ότι η εξίσωση (1) έχει θετική τιμή και σαφώς εκφράζει και το μέτρο της ταχύτητας (όχι μόνο την αλγεβρική τιμή!)

Επομένως : $\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1 = \frac{1}{2}\,u_1 \rightarrow 2.(m_1-m_2) = m_1+m_2 \rightarrow m_1 = 3m_2$ επομένως (γ)

2.14 Κατά τη **μετωπική ελαστική** κρούση δύο σφαιρών, για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων τους υ_1, υ_2 πριν την κρούση και υ'_1, υ'_2 μετά την κρούση, ισχύει η σχέση:

(α) $\upsilon_1-\upsilon_2=\upsilon'_1-\upsilon'_2$, **(β)** $\upsilon_1-\upsilon_2=\upsilon'_2-\upsilon'_1$, **(γ)** $\upsilon_1+\upsilon_2=\upsilon'_1+\upsilon'_2$.

Ας πάρουμε την περίπτωση της εικόνας…



ΑΔΟ : Ξεκινάμε διανυσματικά και καταλήγουμε στην εξίσωση :

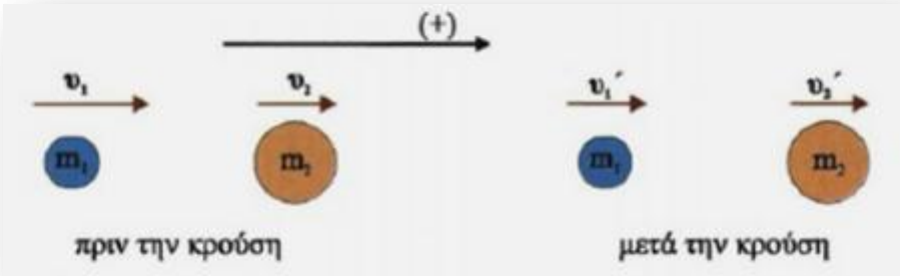
$$m_1u_1 - m_2u_2 = -m_1u_1' + m_2u_2' \rightarrow m_1(u_1+u_1') = m_2(u_2+u_2') \quad (1)$$

Η ΑΔΚΕ δίνει με τη σειρά της … $m_1\cdot(\upsilon_1-\upsilon'_1)\cdot(\upsilon_1+\upsilon'_1) = m_2\cdot(\upsilon'_2-\upsilon_2)\cdot(\upsilon'_2+\upsilon_2)$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη θα έχουμε ως τελικό προϊόν τη σχέση $\upsilon_1+\upsilon_2=\upsilon'_1+\upsilon'_2$. (γ)

Αν όμως είχαμε το σχήμα , τότε ως τελικό αποτέλεσμα θα είχαμε τη σχέση :

(β) $\upsilon_1-\upsilon_2=\upsilon_2'-\upsilon_1'$



ΣΗΜΕΙΩΜΑ: Ρίξτε μια ματιά στο ερώτημα 2.5 για να δείτε πώς θα μελετάτε την περίπτωση μετωπικής ελαστικής κρούσης, ανεξάρτητα από τη φορά των ταχυτήτων. (ΑΔΟ, ΑΔΚΕ. Όχι έτοιμες τελικές εξισώσεις!)

2.15 Ένα βλήμα διαπερνά ένα κιβώτιο που ήταν αρχικά ακίνητο, με μια κρούση κεντρική ασήμαντης χρονικής διάρκειας. Εάν η μηχανική ενέργεια που χάθηκε ως θερμική ενέργεια στο σύστημα είναι 100 J και η κινητική ενέργεια του βλήματος ελαττώθηκε κατά 180 J εξαιτίας της κρούσης, τότε η κινητική ενέργεια του κιβωτίου μετά το πέρασμα του βλήματος, είναι: **(α) 80** J , (β) 100 J , (γ) 20 J

Εφαρμόζουμε για το σύστημα των σωμάτων πριν και μετά την κρούση την αρχή διατήρησης της ενέργειας, συμβολίζοντας με Q, τη θερμική ενέργεια που παράχθηκε στο σύστημα:

$$K_{\beta\lambda}^{\alpha\rho\chi} = K_{\beta\lambda}^{\tau\varepsilon\lambda} + K_{\kappa\iota\beta}^{\tau\varepsilon\lambda} + Q$$

ή $$K_{\kappa\iota\beta}^{\tau\varepsilon\lambda} = K_{\beta\lambda}^{\alpha\rho\chi} - K_{\beta\lambda}^{\tau\varepsilon\lambda} - Q = |\Delta K_{\beta\lambda}| - Q = 180\ \mathrm{J} - 100\ \mathrm{J} = 80\ \mathrm{J}$$