

Το στερεό σώμα

- Το στερεό σώμα έχει μάζα και διαστάσεις.
- ‘Αποτελείται’ από υλικά σημεία, τα οποία έχουν σταθερή απόσταση μεταξύ τους.
- Δεν παραμορφώνεται όταν επάνω του δρουν δυνάμεις.



Το στερεό σώμα

Κινήσεις στερεού σώματος

- Μεταφορική κίνηση
- Στροφική
- Σύνθετη (μεταφορά και στροφή ταυτόχρονα)

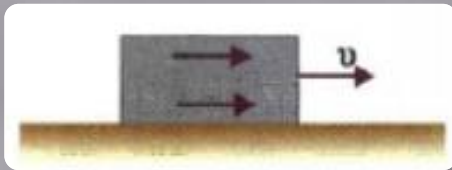
Μεταφορική κίνηση : Κάθε στιγμή, τα υλικά σημεία του έχουν ίσες –διανυσματικά- ταχύτητες. Όλα τα σημεία γράφουν ίσες τροχιές (ευθύγραμμες ή καμπυλόγραμμες). Στη μεταφορική κίνηση στερεού ΟΛΑ τα σημεία του *αλλάζουν θέση*.

Στροφική : Ένα στερεό στρέφεται όταν τα σημεία του –πλην εκείνων που ανήκουν στον σταθερό άξονα- έχουν ίσες –διανυσματικά- γωνιακές ταχύτητες ω . Έτσι, τα σημεία του γράφουν κύκλους παράλληλους με κέντρο επί του άξονα. Όταν το στερεό στρέφεται, *αλλάζει προσανατολισμό*.

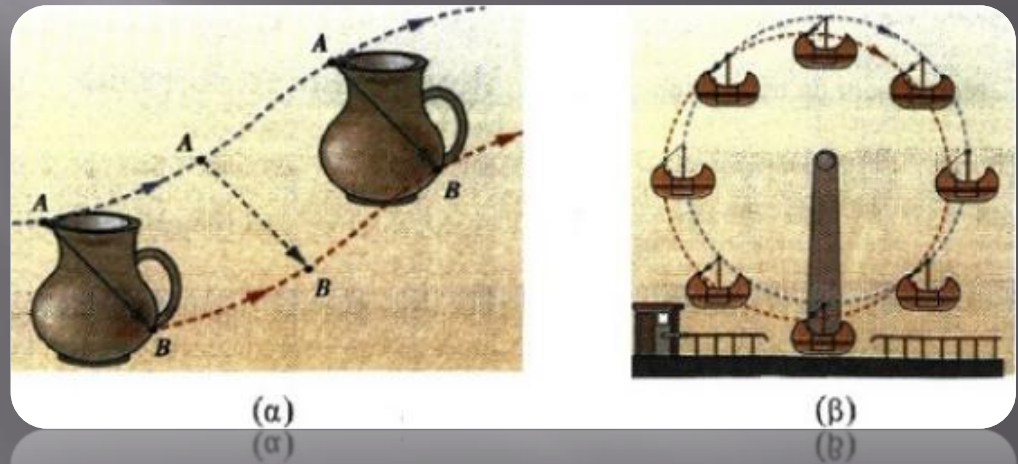
Σύνθετη κίνηση : Μεταφορά και στροφή ταυτόχρονα...

Το στερεό σώμα

Κινήσεις στερεού σώματος



Το κιβώτιο εκτελεί μεταφορική κίνηση. Όλα του τα σημεία έχουν την ίδια ταχύτητα. Οι τροχιές τους ευθύγραμμες .

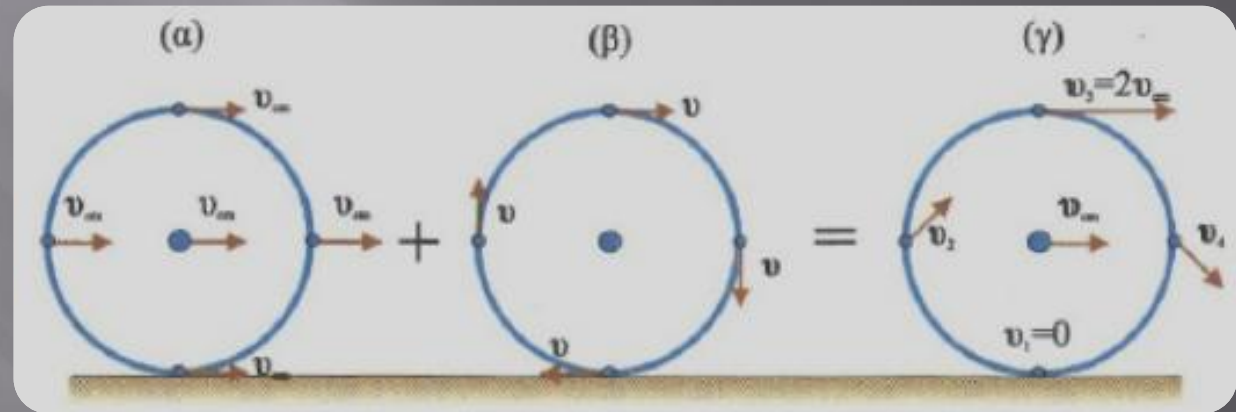


(α) Η τροχιά κάθε σημείου είναι καμπύλη. Η κίνηση του σώματος είναι μεταφορική αφού το **τυχαίο** ευθύγραμμο τμήμα AB παραμένει διαρκώς παράλληλο προς τον εαυτό του. (δεν αλλάζει προσανατολισμό).

(β) Ο τροχός του λούνα παρκ κάνει στροφική κίνηση. Ωστόσο κάθε θαλαμίσκος κάνει μεταφορική κίνηση. Οι τροχιές των σημείων του θαλαμίσκου είναι ίσες, κυκλικές και τέμνονται!

Το στερεό σώμα

Κινήσεις στερεού σώματος



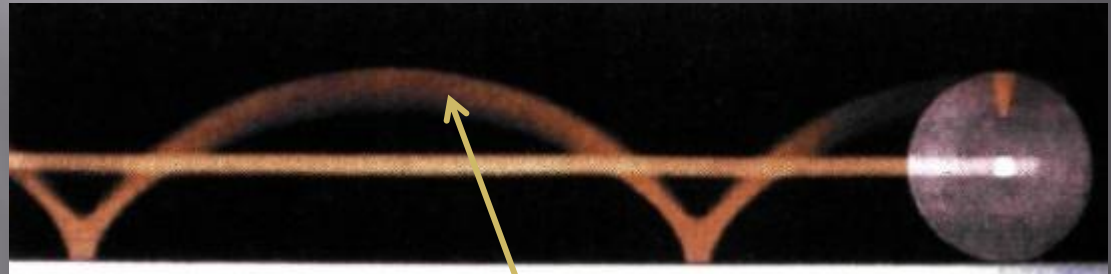
Η κύλιση του τροχού (γ) είναι επαλληλία της μεταφορικής κίνησης (α) και της στροφικής κίνησης (β).

Η ταχύτητα κάθε σημείου του τροχού είναι η **συνισταμένη** της ταχύτητας που έχει λόγω μεταφορικής κίνησης (\mathbf{u}_{cm}) και της γραμμικής ταχύτητας λόγω περιστροφής (v)

ΣΗΜΕΙΩΜΑ: Όταν $\mathbf{u}_{cm} = v$ η κίνηση ονομάζεται **κύλιση**...

Το στερεό σώμα

Κινήσεις στερεού σώματος



ΣΗΜΕΙΩΜΑ : Εφόσον η σύνθετη κίνηση της προηγούμενης διαφάνειας είναι για το στερεό κύλιση, τότε η κίνηση ενός σημείου της περιφέρειας του είναι *κυκλοειδής* (βλέπε σχήμα).

Λοιπόν! Ένα υλικό σημείο κάνει κίνηση ευθύγραμμη ή καμπυλόγραμμη (βολή , κυκλική, ...), όπως αυτές οι κινήσεις διδάχτηκαν σε προηγούμενες τάξεις, εξετάζοντας την τροχιά του. Ένα στερεό μεταφέρεται ή στρέφεται ή κάνει σύνθετη κίνηση *χωρίς* να έχει τροχιά κίνησης. Ένα στερεό δεν κάνει κυκλική κίνηση (*σύνηθες λάθος*)

Το στερεό σώμα

Κέντρο μάζας στερεού σώματος



- Σε κάθε στερεό σώμα αντιστοιχεί ένα γεωμετρικό σημείο, που ονομάζεται central mass (cm)
- Η θέση αυτού του σημείου καθορίζεται από την κατανομή της μάζας του στερεού.
- Αν το στερεό είναι ομογενές και έχει κέντρο συμμετρίας, τότε εκεί θα είναι και το cm .
- κ.α.

Ποια η σημασία της γνώσης του cm ;

Απλά, ξέρουμε πώς θα κινηθεί αυτό το γεωμετρικό σημείο όταν γνωρίζουμε ποιες δυνάμεις δέχεται το στερεό!
Ως εξής : “Συγκεντρώνουμε” όλη τη μάζα στο cm. Μεταφέρουμε όλες τις δυνάμεις στο cm με ολίσθηση και παράλληλη μετατόπιση. Βρίσκουμε την ΣF και εφαρμόζουμε τους νόμους του Νεύτωνα..
Στο σχήμα $\Sigma F=0$, οπότε το cm κάνει κίνηση ΕΟΚ. (Θα επανέλθουμε στο cm...)

Το στερεό σώμα

Κέντρο μάζας στερεού σώματος



Στην εικόνα το πιάτο “χορεύει», αλλά το cm κάνει *πλάγια βολή* (ΕΟΚ στον οριζόντιο άξονα αφού δεν ασκείται στο πιάτο οριζόντια δύναμη και ΕΟΜΚ στον κατακόρυφο άξονα λόγω της σταθερής δύναμης του βάρους)

Το στερεό σώμα

Κέντρο μάζας στερεού σώματος
και κέντρο βάρους



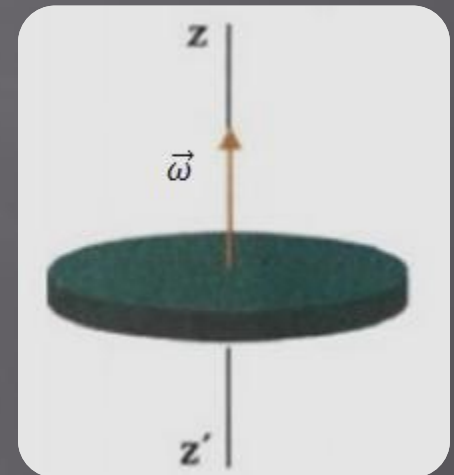
Όταν ένα αντικείμενο βρίσκεται σε βαρυτικό πεδίο, τότε η δύναμη έλξης που δέχεται (βάρος) ασκείται σε ένα σημείο που ονομάζεται κέντρο βάρους (σημείο εφαρμογής συνισταμένης όλων των στοιχειωδών βαρών που ασκούνται από το ελκτικό κέντρο στα υλικά σημεία του αντικειμένου).
Λοιπόν! Κέντρο μάζας και κέντρο βάρους βρίσκονται στην ίδια θέση.

ΣΗΜΕΙΩΜΑ I : Εκτός βαρυτικού πεδίου, δεν υπάρχει κέντρο βάρους.

ΣΗΜΕΙΩΜΑ II : Στο σχήμα η ελκτική δύναμη της Γης επί της Σελήνης, ασκείται στη θέση όπου βρίσκεται το cm, και αυτό το γεγονός δικαιολογεί -βλέπε ροπές παρακάτω- γιατί η Σελήνη έχει σταθερή περίοδο περιστροφής περί τον άξονά της (περίπου ένα μήνα)...

Το στερεό σώμα

Ομαλή στροφική κίνηση στερεού



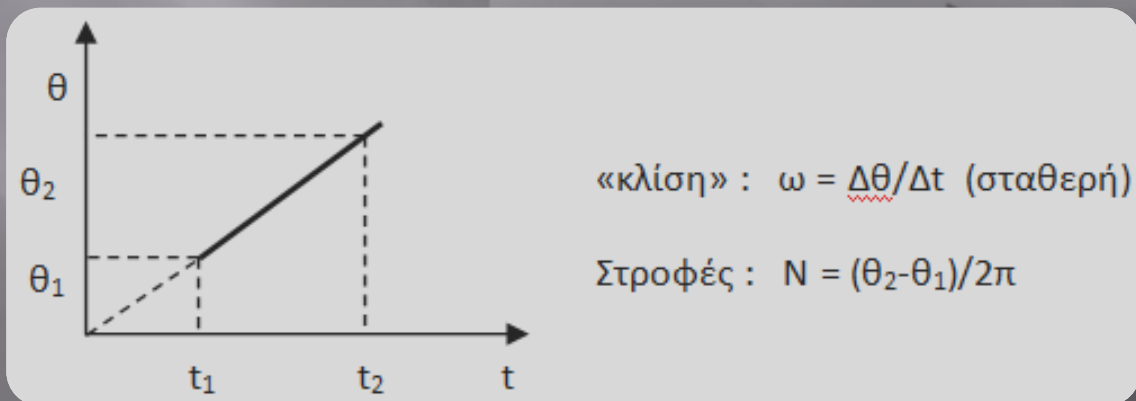
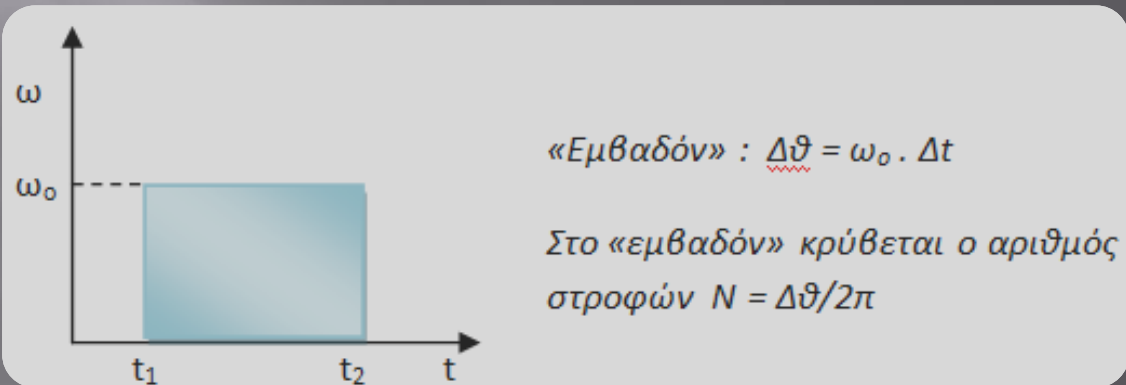
Στο σχήμα ο στερεός δίσκος στρέφεται γύρω από άξονα zz' (σταθερής διεύθυνσης).

Όλα τα σημεία του στερεού –πλην αυτών του άξονα- έχουν την ίδια διανυσματικά γωνιακή ταχύτητα και αυτό μας οδηγεί να λέμε ότι το στερεό στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω . Εφόσον αυτή η ω είναι διανυσματικά σταθερή, λέμε ότι η κίνηση είναι **ομαλή στροφική**

Η Γη στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega=2\pi/T$, $T=24$ h ... Ο άξονας περιστροφής περνά από τον πολικό αστέρα.

Το στερεό σώμα

Ομαλή στροφική κίνηση στερεού - Διαγράμματα

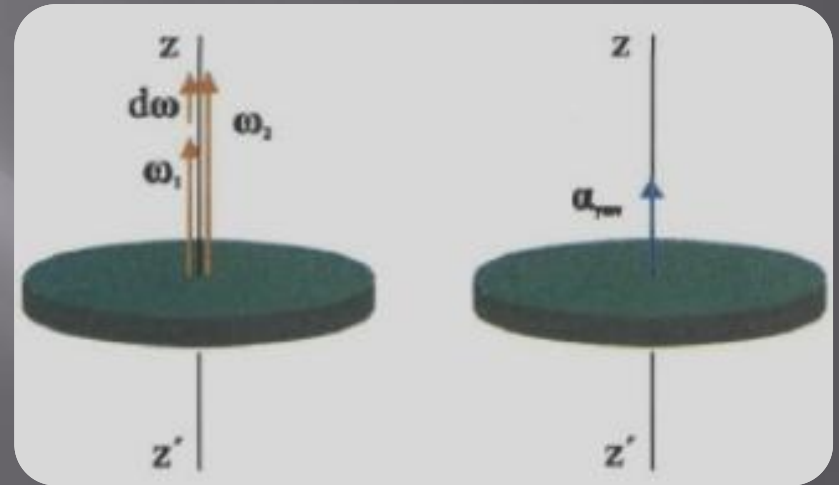


Το στερεό σώμα

Ομαλά μεταβαλλόμενη στροφοική κίνηση στερεού

Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου –στο σχήμα- αυξάνεται κατά $d\omega$. Ο δίσκος έχει γωνιακή επιτάχυνση $a_{\gamma\omega\nu}$.

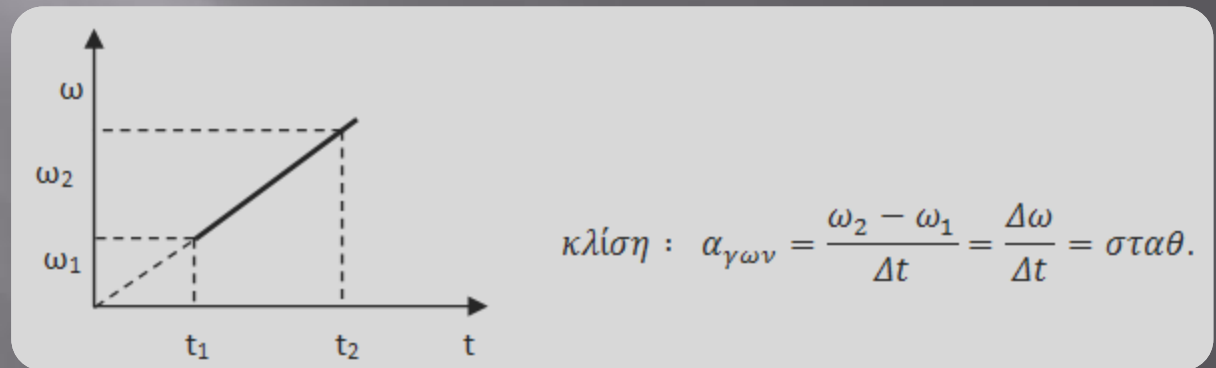
$$\vec{a}_{\gamma\omega\nu} = \frac{\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$



Ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας του σώματος τη στιγμή t , ονομάζεται γωνιακή επιτάχυνση του σώματος. Όταν αυτός ο ρυθμός είναι σταθερός, τότε η κίνηση είναι ομαλά μεταβαλλόμενη.

Το στερεό σώμα

Ομαλά μεταβαλλόμενη στροφοτική κίνηση στερεού



Σε διάγραμμα $\omega - t$ έχουμε πλάγιο ευθύγραμμο τμήμα. Αυτό σημαίνει σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Από το διάγραμμα $\omega - t$ προκύπτει η αλγεβρική τιμή της ω .

ΕΡΩΤΗΜΑ : Το διάγραμμα $\alpha_{γων} - t$ της ομαλά μεταβαλλόμενης στροφοτικής κίνησης, ποιες πληροφορίες μας δίνει;

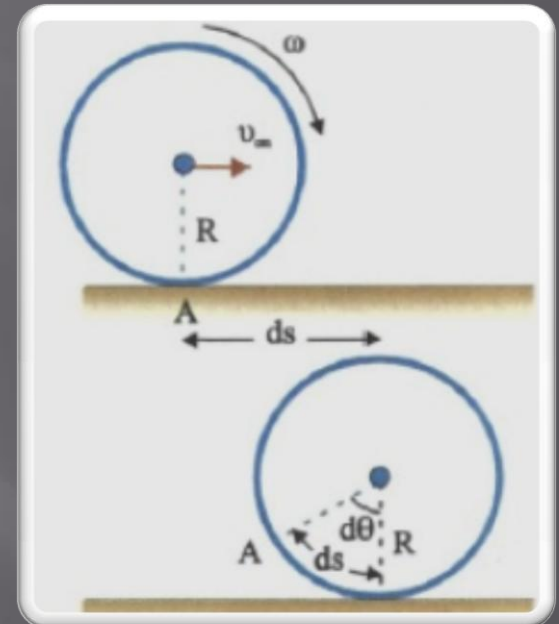
Το στερεό σώμα

Κύλιση τροχού, σφαίρας, κυλίνδρου...

Τα σημεία του άξονα, άρα και το cm , κάνουν μόνο μεταφορική κίνηση. Στο σχήμα μετακινείται κατά ds .

Η κύλιση θέλει ένα σημείο της περιφέρειας επαφής να διαγράψει τόξο επίσης μήκους ds .

Αν αυτά τα ds δεν συμπίπτουν έχουμε ολίσθηση (γλίστρημα ή σπινάρισμα).



$$\text{Μεταφορικά: } ds = u_{cm} \cdot dt \quad (1)$$

$$\text{Στροφή: } ds = R \cdot d\theta \rightarrow \frac{ds}{dt} = R \cdot \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \text{λόγω της (1)} \rightarrow u_{cm} = \omega \cdot R \quad \text{ή} \quad u_{cm} = u_{\gamma\text{ραμ}}$$

Το στερεό σώμα

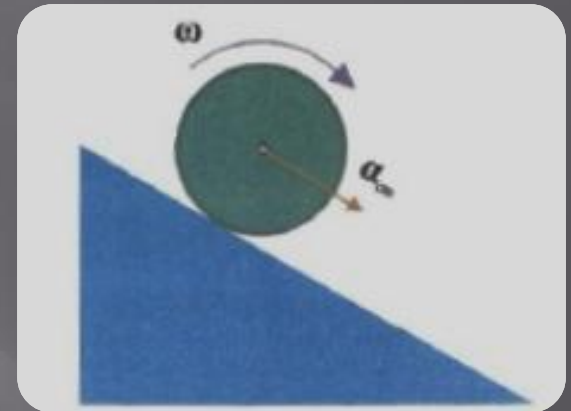
Κύλιση τροχού, σφαίρας, κυλίνδρου...

Στο σχήμα το σενάριο λέει, ότι ο τροχός κυλίεται κι η μεταφορική του ταχύτητα αλλάζει το μέτρο της.

Ισχύει τότε :

$$\text{κύλιση : } u_{cm} = \omega \cdot R \rightarrow \text{αλλαγές στον χρόνο} \rightarrow \frac{u_{cm}}{dt} = R \cdot \frac{d\omega}{dt} \rightarrow a_{cm} = R \cdot a_{\gamma\omega\nu}$$

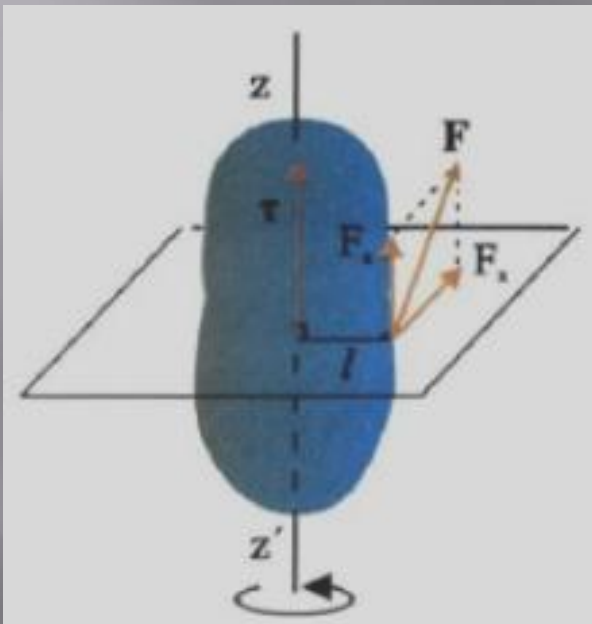
$$\text{Επομένως κύλιση -εν γένει- "σημαίνει" : } u_{cm} = \omega \cdot R \quad , \quad a_{cm} = R \cdot a_{\gamma\omega\nu}$$



Το στερεό σώμα

Ροπή δύναμης ως προς άξονα

Είναι το μέγεθος που μπορεί να αλλάξει την στροφική κατάσταση ενός στερεού αντικειμένου,



Διανυσματικό μέγεθος

Μέτρο $\tau = F \cdot L$

Απαιτείται η δύναμη να είναι ασυμπτωτικά κάθετη στον άξονα στροφής και η διεύθυνσή της να απέχει απόσταση από τον άξονα L (μοχλοβραχίονας).

Το στερεό σώμα

Το ελεύθερο σώμα...



...είναι εκείνο το στερεό αντικείμενο που έχει την δυνατότητα να κινηθεί μεταφορικά προς οιαδήποτε διεύθυνση και να στραφεί γύρω από άξονα οιασδήποτε διεύθυνσης.

Ένα τέτοιο σώμα είναι μια μάζα συμπαγής κάπου στο «πουθενά», μακριά από βαρυτικά πεδία...

- Όταν ελεύθερο σώμα δεχτεί δύναμη που περνά από το cm θα κάνει κίνηση μεταφορική ομαλά επιταχυνόμενη στη διεύθυνση της δύναμης.
- Αν η διεύθυνση της δύναμης δεν περνά από το cm , τότε θα κάνει σύνθετη κίνηση (μεταφορικά ΕΟΜΚ και στροφικά επιταχυνόμενη γύρω από άξονα που θα περνά από το cm και θα είναι ασυμπτωτικά κάθετος στη διεύθυνση της δύναμης).
- *Εξηγώ στη συνέχεια ...*

Το στερεό σώμα

Το ελεύθερο σώμα...

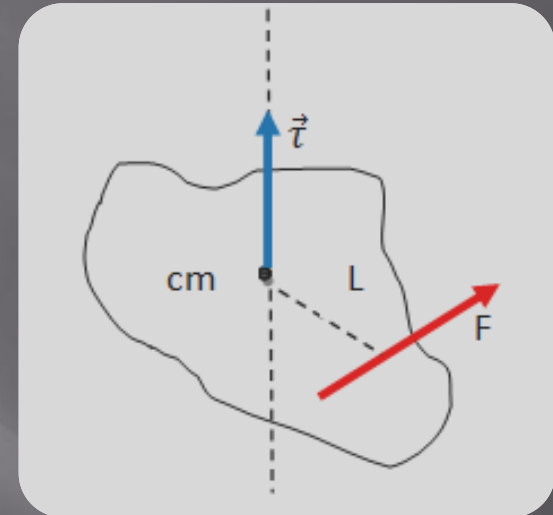


Μια σφαίρα μπιλιάρδου έχει ορισμένους μόνο βαθμούς ελευθερίας. Μπορεί μεταφορικά να κινηθεί σε οποιαδήποτε οριζόντια διεύθυνση και να στραφεί μόνο περί οριζόντιο ή κατακόρυφο άξονα, που θα περνούν –αμφότεροι- από το cm. Βεβαίως και μπορεί να έχουμε ταυτόχρονη στροφή στους προαναφερόμενους άξονες.

Το στερεό σώμα

Ροπή δύναμης ως προς σημείο

Στο ελεύθερο σώμα το cm είναι ένα **ιδιαίτερο** – όπως είδαμε- γεωμετρικό σημείο...



Ποια η ροπή δύναμης ως προς cm ;

Απλά!

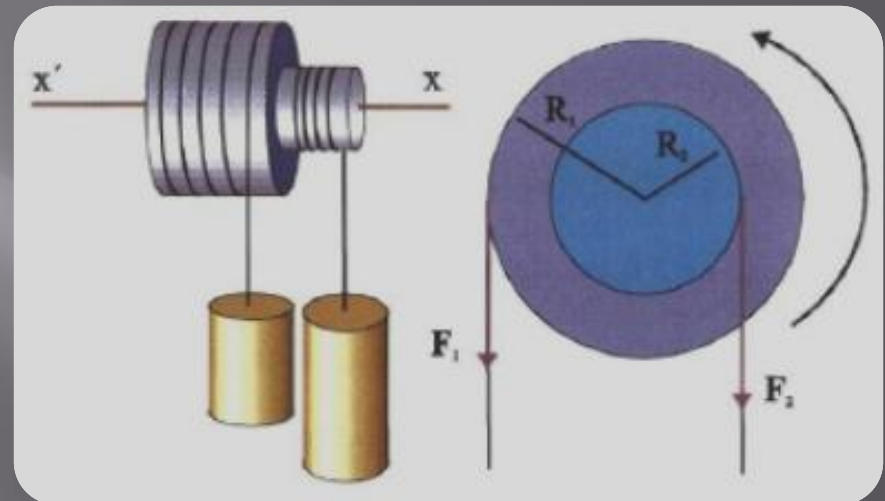
- Βρίσκουμε την απόσταση του σημείου από την δύναμη L (μοχλοβραχίονας) και στη συνέχεια το μέτρο της ροπής $\tau = F \cdot L$
- Η διεύθυνση της ροπής είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζει το σημείο και ο φορέας της δύναμης.
- Φορά σύμφωνα με τον κανόνα δεξιού χεριού

Το στερεό σώμα

Ροπή δύναμης ως προς σημείο

$$\text{Ροπή } F_1 \text{ αλγεβρικά : } \tau_1 = +F_1 \cdot R_1$$

$$\text{Ροπή } F_2 \text{ αλγεβρικά : } \tau_2 = -F_2 \cdot R_2$$

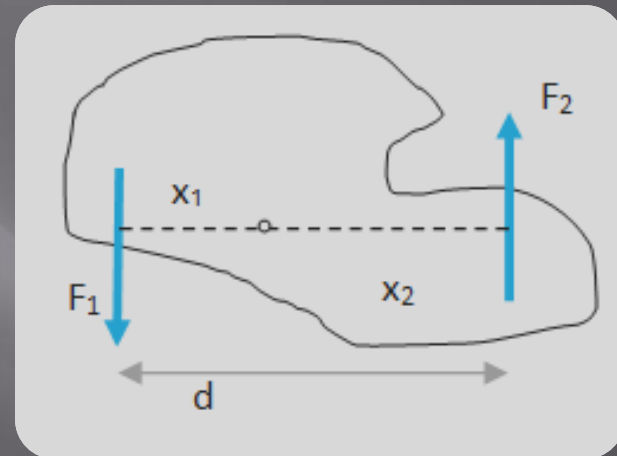


Η θεωρία ροπών αφορά στερεά σώματα. Όμως εμείς εργαζόμαστε στο επίπεδο και όχι στον χώρο. Φροντίζουμε οι δυνάμεις να είναι «ξαπλωτές» στη επιφάνεια σχεδίασης και ο άξονας κάθετος σε αυτή, πράγμα που σημαίνει ότι ο άξονας έχει εκφυλιστεί ως σημείο! Να πάλι η ροπή δύναμης ως προς σημείο (ψευδο-σημείο λέω εγώ)

Το στερεό σώμα

Ροπή δύναμης ως προς σημείο - Ροπή ζεύγους δυνάμεων

Στο σώμα δρουν δύο αντίρροπες δυνάμεις F_1 και F_2 με ίσα μέτρα. Δυο τέτοιες δυνάμεις αποτελούν ζεύγος δυνάμεων



Μεταφορικά το σώμα ισορροπεί. Η ροπή του ζεύγους ως προς οιοδήποτε σημείου του χώρου, έχει μέτρο $\tau = F \cdot d$ ($F=F_1=F_2$)