Ασκήσεις και προβλήματα στα αδρανειακά συστήματα αναφοράς

5.31 Ένα ποταμόπλοιο κινείται με ταχύτητα υ=20 km/h ως προς το νερό. Το ρεύμα του ποταμού έχει ταχύτητα 5 km/h. Σε πόσο χρόνο θα κάνει το ποταμόπλοιο τη διαδρομή ΑΒΑ, όπου Α και Β δυο πόλεις που απέχουν 24 km μεταξύ τους;

Ποταμόπλοιο κινείται κατά μήκος του ποταμού, οπότε η ταχύτητά του είναι ομόρροπη την μια φορά και αντίρροπη την άλλη.
Για σύστημα συντεταγμένων Σ στην όχθη και για σύστημα συντεταγμένων επί του ρεύματος του ποταμού Σ', θα έχουμε σύμφωνα με τους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου:

$$\vec{u}_{\pi,\Sigma} = \vec{u}_{\pi,\Sigma'} + \vec{u}_{\Sigma',\Sigma} \qquad (1)$$

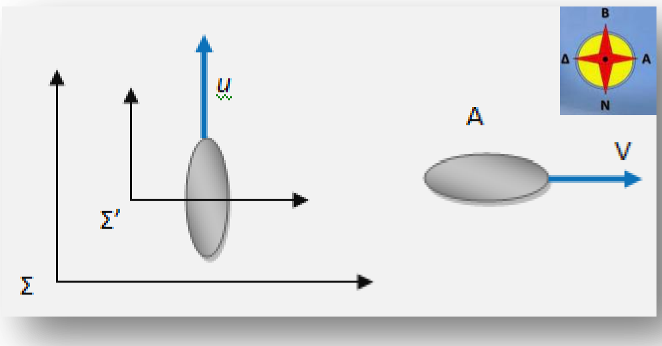
Από την (1), αν οι ταχύτητες ποταμόπλοιου και ρεύματος είναι ομόρροπες θα έχουμε $u_{\pi,\Sigma} = 25\ km/h$ και αν είναι αντίρροπες $u_{\pi,\Sigma} = 15\ km/h$

Κίνηση ομόρροπη με το ρεύμα : $S_{AB} = u_{\pi,\Sigma}.t_1 \rightarrow t_1 = \frac{24}{25}\ h$

Κίνηση αντίρροπη με το ρεύμα : $t_2 = \frac{24}{15}\ h$

Και ο συνολικός χρόνος : $t_{o\lambda} = t_1 + t_2 = 2{,}56\ h$

5.32 Ο πιλότος ενός αεροπλάνου που κινείται βόρεια με ταχύτητα 400 m/s, αντιλαμβάνεται με το ραντάρ του ένα άλλο αεροπλάνο που κινείται ανατολικά με ταχύτητα 300 m/s. Ποια είναι η ταχύτητα του δεύτερου αεροπλάνου ως προς τη Γη;



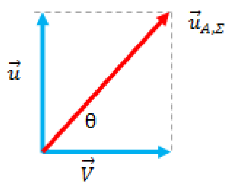
Το σύστημα αναφοράς Σ' επί του αεροπλάνου, το οποίο κινείται προς βορά, και διαβάζει ότι ένα άλλο αεροπλάνο κινείται ανατολικά.

Το σύστημα αναφοράς Σ επί της Γης.

Γαλιλαίος : $\vec{u}_{A,\Sigma} = \vec{u}_{A,\Sigma'} + \vec{u}_{\Sigma',\Sigma} = \vec{V} + \vec{u} \qquad (1)$

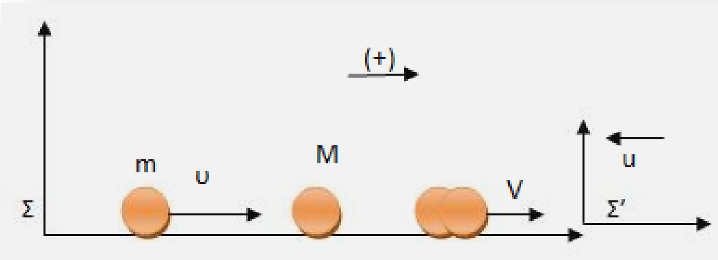
Τα διανύσματα στην εξίσωση δεν είναι συγγραμμικά, οπότε σχεδιάζουμε…

Εύκολα $u_{A,\Sigma} = 500\ km/h$ εφθ=4/3 (βόρειο-ανατολική η κατεύθυνση)



5.33 Σε αδρανειακό σύστημα Σ ένας παρατηρητής παρατηρεί το φαινόμενο της κρούσης ενός, σώματος μάζας m=2 kg που κινείται κατά τη διεύθυνση x, με ταχύτητα υ=6 m/s και συγκρούεται πλαστικά με άλλο ακίνητο σώμα μάζας M=4 kg.
α) Υπολογίστε την ταχύτητα του συσσωματώματος που προκύπτει από την κρούση, όπως τη μετράει ο παρατηρητής στο Σ.
β) Δείξτε ότι και ένας παρατηρητής που κινείται κατά την διεύθυνση x με ταχύτητα υ=2 m/s, παρόλο που αντιλαμβάνεται διαφορετικά τις ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση, συμφωνεί με τον πρώτο ότι η ορμή διατηρείται.

Ο αδρανειακός παρατηρητής Σ, εφαρμόζει την Α.Δ.Ο.



$$m.\vec{\upsilon} + 0 = (m+M)\vec{V} \rightarrow \cdots \rightarrow V = 2\; m/sec$$

Εφαρμόζουμε με προσοχή τους μετασχηματισμούς του Γαλιλαίου, ώστε να δούμε πώς ο Σ' αντιλαμβάνεται τις αρχικές ταχύτητες των δυο μαζών, ώστε να γράψει –στη συνέχεια- εξίσωση Α.Δ.Ο.

Μάζα m : $\vec{u}_{m,\Sigma} = \vec{u}_{m,\Sigma'} + \vec{u}_{\Sigma'\Sigma} \rightarrow \vec{u}_{m,\Sigma'} = \vec{u}_{m,\Sigma} - \vec{u}_{\Sigma'\Sigma} \rightarrow άλγεβρα \rightarrow u_{m,\Sigma'} = \;= \upsilon - (-u) = \upsilon + u = 8\; m/sec$

Μάζα M : $\vec{u}_{M,\Sigma'} = \vec{u}_{M,\Sigma} - \vec{u}_{\Sigma'\Sigma} = 0 - \vec{u}_{\Sigma'\Sigma} \rightarrow άλγεβρα \rightarrow u_{m,\Sigma'} = -(-u) = 2\; m/sec$

Αφού ο αδρανειακός Σ' έχει τις ταχύτητες των μαζών, μπορεί να κάνει Α.Δ.Ο.

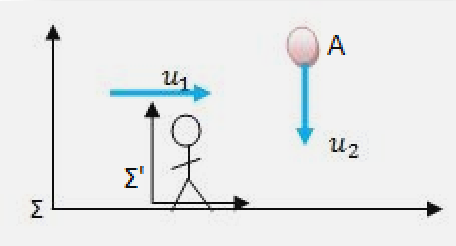
$$m.\vec{u}_{m,\Sigma'} + M.\vec{u}_{M,\Sigma'} = (m+M)\vec{V}_{\Sigma} \rightarrow \cdots \rightarrow V_{\Sigma} = 4\; m/sec$$

Αυτή την τιμή θα εύρισκε αν αντί να κάνει Α.Δ.Ο. έκανε μετασχηματισμό Γαλιλαίου για την ταχύτητα του συσσωματώματος, που υπολόγισε ο Σ.

ΣΗΜΕΙΩΜΑ Ι : Δοκιμάστε την περίπτωση ο Σ' να κινείται ομόρροπα με τον άξονα Οx και βρείτε ότι ο Σ' θα βλέπει το συσσωμάτωμα ακίνητο!

ΣΗΜΕΙΩΜΑ ΙΙ : Θα μπορούσαμε να εργαστούμε θεωρώντας το Σ' «ακίνητο» και αποδίδοντας την ταχύτητά του στο Σ, αλλά με αντίθετη φορά. Οι αδρανειακοί παρατηρητές δεν αντιλαμβάνονται ότι κινούνται και αποδίδουν κίνηση στους άλλους! Δεν διαφωνούν με το μέτρο της σχετικής ταχύτητας τους, στη φορά διαφωνούν, δηλαδή στο ποιος κινείται και προς τα πού!!!

5.50 Σε οριζόντιο δρόμο κινείται άνθρωπος με ταχύτητα $υ_1$ κρατώντας ομπρέλα, για να προφυλαχτεί από τη βροχή που πέφτει κατακόρυφα με ταχύτητα $υ_2$. Ποια είναι η κατάλληλη θέση της ομπρέλας για τη μεγαλύτερη δυνατή κάλυψη;



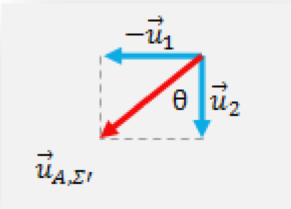
Έστω Α μια σταγόνα βροχής η οποία πέφτει κατακόρυφα με ταχύτητα $\vec{u}_2$, όπως αυτή καταγράφεται στο σύστημα αναφοράς του δρόμου Σ.

Ο άνθρωπος είναι πάνω στο Σ', το οποίο κινείται –μαζί του- με ταχύτητα $\vec{u}_1$, την οποία επίσης αποδίδει ο αδρανειακός παρατηρητής Σ.

Για να έχει την μεγαλύτερη δυνατή κάλυψη ο άνθρωπος, πρέπει να προσανατολίσει τον άξονα της ομπρέλας, ώστε να είναι παράλληλος με την ταχύτητα με την οποία «βλέπει» αυτός τις σταγόνες της βροχής.

Γαλιλαίος : $\vec{u}_{A,\Sigma} = \vec{u}_{A,\Sigma'} + \vec{u}_{\Sigma'\Sigma} \rightarrow \vec{u}_2 = \vec{u}_{A,\Sigma'} + \vec{u}_1 \rightarrow \quad \vec{u}_{A,\Sigma'} = \vec{u}_2 + (-\vec{u}_1)$ (1)

Σχεδιάζουμε ό,τι μας λέει η (1)



Η γεωμετρία της σχεδίασης μας λέει ότι : $εφθ = \frac{u_1}{u_2}$

Όπου θ η γωνία του άξονα της ομπρέλας με την κατακόρυφο.

ΗΘΙΚΟ ΔΙΔΑΓΜΑ

Όταν εργάζεσαι με μετασχηματισμούς Γαλιλαίου τότε το σκηνικό είναι πάντα το εξής : Έχεις το «ακίνητο» Σ, το κινούμενο Σ' και «κάτι» άλλο Α, να κινείται με γνωστή ταχύτητα, είτε ως προς το Σ είτε ως προς το Σ'.

Θα εφαρμόζεις πάντα την εξίσωση : $\vec{u}_{A,\Sigma} = \vec{u}_{A,\Sigma'} + \vec{u}_{\Sigma'\Sigma}$

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)