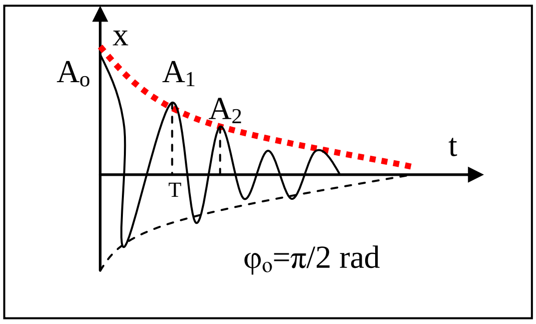
Ερωτήματα – Φθίνουσες για τις οποίες $\Sigma F_{\alpha\nu\tau} = -b.u$

Το διάγραμμα x-t



Η συνεχής γραμμή αντιστοιχεί στη απομάκρυνση x.

Η πάνω διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί στην εκθετική συνάρτηση του πλάτους. Η κάτω είναι η συμμετρική της.

Τα πλάτη A_o , A_1 , A_2 , … ταυτίζονται με τις μέγιστες απομακρύνσεις μετρούμενες προς την ίδια θετική κατεύθυνση.

Στο σχήμα η αρχική φάση είναι ίση με π/2 rad

Λίγες ερωτήσεις

1. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση ποια από τα παρακάτω μεγέθη μειώνονται εκθετικά σε συνάρτηση με τον χρόνο ;

- Απομάκρυνση χ : Όχι. Βλέπε συνεχή γραμμή στα διαγράμματα χ-t.
- ***Πλάτος A(t)*** : Ναι. Βλέπε επάνω διακεκομμένη γραμμή στα διαγράμματα χ-t.
- Κινητική ενέργεια : Όχι. Παίρνει πολλές φορές τιμή μηδέν (ακραίες θέσεις) και πολλές φορές μεγιστοποιείται (περάσματα από θ.ι.)
- Δυναμική ενέργεια : Όχι …
- ***Ολική ενέργεια ταλάντωσης*** : Ναι.

$$E_{o\lambda} = \frac{1}{2}\cdot D\cdot A_{(t)}^2 = \frac{1}{2}\cdot D\cdot A_o^2\cdot e^{-2\Lambda\cdot t} = E_o\cdot e^{-2\Lambda\cdot t}$$

2. Αν b=0 , τότε η περίοδος είναι άπειρη ;

Όχι. Τότε έχουμε ελεύθερη ταλάντωση με $T_o = 2\pi\cdot\sqrt{\dfrac{m}{D}}$

3. Όταν b≠0 και όχι πολύ μεγάλο, να σχεδιάσετε το διάγραμμα συχνότητας – χρόνου για μια φθίνουσα ταλάντωση.

Η συχνότητα είναι **σταθερή** και ίση με αυτή της αμείωτης! Επομένως θα εμφανίσουμε μια οριζόντια γραμμή.

4. Εύρεση απωλειών ή αλλιώς του έργου των δυνάμεων που αντιτίθενται, για ένα χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$

Υπόδειξη : Κάνουμε χρήση της α.δ.ε.(όχι της α.δ.ε. ταλάντωσης! Εντάξει;). Δηλαδή $Q = W_{F'} = E_{\tau\alpha\lambda,t_1} - E_{\tau\alpha\lambda,t_2} = \cdots$

5. Εύρεση πλήθους ταλαντώσεων που αντιστοιχούν σε κάποιο χρονικό διάστημα Δt, κατά το οποίο το πλάτος …πχ υπο-τετραπλασιάστηκε !

Υπόδειξη : Υπολογίζουμε το διάστημα Δt και στη συνέχεια το συγκρίνουμε με την Τ.

1.17 Το έργο της δύναμης που προκαλεί την απόσβεση σε μια ταλάντωση είναι
α) θετικό αν το ταλαντούμενο σώμα κινείται προς τη θετική κατεύθυνση,
β) πάντα θετικό,
γ) πάντα αρνητικό.
Επιλέξτε το σωστό.

Η δύναμη που αντιτίθεται είναι ΣF=-b.u δηλαδή αντίθετη της ταχύτητας και κατ' επέκταση αντίθετη στη μετατόπιση. Επομένως το έργο είναι πάντα αρνητικό.

1.18 Σε μία φθίνουσα ταλάντωση, η ενέργεια της ταλάντωσης
α) παραμένει σταθερή.
β) μειώνεται με σταθερό ρυθμό.
γ) μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.
δ) αυξάνεται.
Επιλέξτε το σωστό.

$$E_t = \frac{1}{2} D A_t^2 = \frac{1}{2} D\,(A_o\,e^{-\Lambda t})^2 = \frac{1}{2} D A_o^2\,e^{-2\Lambda t} \rightarrow E_t = E_o e^{-2\Lambda t}$$

…και αυτό σημαίνει εκθετική μείωση.

Η επιλογή (β) δεν μπορεί να ισχύει, διότι για να έχεις σταθερό ρυθμό μεταβολής (αύξηση ή μείωση), πρέπει να έχεις στη γραφική παράσταση πλάγιο ευθύγραμμο τμήμα.

Συνέχεια…

1.19 Ένας ταλαντωτής τη στιγμή t_1 έχει ενέργεια Ε και πλάτος ταλάντωσης Α. Η ενέργεια που έχει χάσει ο ταλαντωτής μέχρι τη στιγμή t_2, που το πλάτος της ταλάντωσης έχει μειωθεί στο μισό, είναι
α) Ε/2; β) Ε/4; γ) 3Ε/4;
Επιλέξτε το σωστό.

Ενέργεια φθίνουσας ταλάντωσης τη στιγμή t_1 : $E = \frac{1}{2} D A_1^2$ (1)

Ενέργεια της φθίνουσας την στιγμή t_2, όπου το πλάτος **είναι** το μισό (αφού έχει μειωθεί κατά το ήμισυ) :

$$E_2 = \frac{1}{2} D A_t^2 \rightarrow E_2 = \frac{1}{2} D \left(\frac{A_1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} D\, A_1^2 . \frac{1}{4} = \lambda \acute{o} \gamma \omega\ \tau \eta \varsigma\ (1) = \frac{1}{4} E \quad (2)$$

*Ε! αφού η ενέργεια **είναι** το ¼ της αρχικής, θα έχει μειωθεί κατά τα ¾ της αρχικής (γ)*

1.24 Να αποδείξετε ότι αν το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση $A = A_o e^{-\Lambda t}$ οι τιμές A_1, A_2, A_3,............. του πλάτους και E_1 E_2 E_3.... της ενέργειας της ταλάντωσης κατά τις χρονικές στιγμές Τ, 2Τ, 3Τ ...., ικανοποιούν τις σχέσεις.

α) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \frac{A_3}{A_4}$.....

β) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{E_2}{E_3} = \frac{E_3}{E_4}$.....

Τη στιγμή t=kT (k=φυσικός αριθμός) ισχύει : $A_{kT} = A_o e^{-\Lambda . kT}$ (1)

Και τη χρονική στιγμή t'=(k+1).T ισχύει : $A_{(k+1)T} = A_o e^{-\Lambda .(k+1)T}$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη

$$\frac{A_{kT}}{A_{(k+1)T}} = \frac{A_o e^{-\Lambda . kT}}{A_o e^{-\Lambda .(k+1)T}} \rightarrow \frac{A_{kT}}{A_{(k+1)T}} = \frac{1}{e^{-\Lambda T}} = e^{\Lambda T}$$

Λόγος σταθερός για δυο διαδοχικά πλάτη στις στιγμές kT και (k+1)T και ανεξάρτητος της τιμής του k.

Για τη (β) δες ασκήσεις.

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)