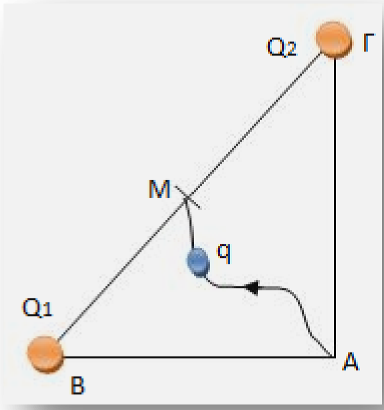
55. Στις κορυφές Β και Γ, ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ, με Â=90°, βρίσκονται τα φορτία $Q_1=4x10^{-8}$ C και $Q_2= 2x10^{-8}$ C. Αν ΑΒ=3cm και ΑΓ=4cm, να υπολογιστούν:

α) Τα δυναμικά στα σημεία Α και Μ, όπου Μ το μέσον της ΒΓ.

β) Το έργο που παράγεται από το ηλεκτρικό πεδίο κατά τη μετακίνηση φορτίου 2×10^{-10} C από το σημείο Α στο Μ.

Δίνεται: $K_c = 9x10^9 N\ m^2/C^2$.



α) Τα φορτία Q_1 και Q_2 δημιουργούν στο σημείο Α πεδία με δυναμικά

$V_1^A = K_c \dfrac{Q_1}{(AB)} = 12000V$ και $V_2^A = K_c \dfrac{Q_1}{(B\Gamma)} = 11250V$ αντίστοιχα

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας $V_A = V_1^A + V_2^A = 23250V$

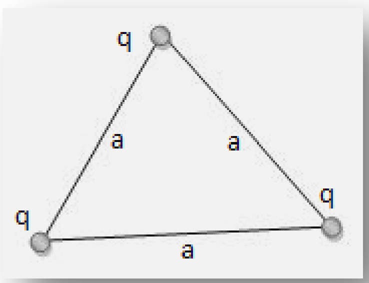
β) $(B\Gamma) = \sqrt{(AB)^2 + (A\Gamma)^2} = 5cm$ άρα $(MB) = (M\Gamma) = 2,5cm$

$V_1^M = K_c \dfrac{Q_1}{(MB)} = 14400V$ $\quad V_2^M = K_c \dfrac{Q_2}{(M\Gamma)} = 18000V$

$V_M = V_1^M + V_2^M = 32400V$

β) $W_{A\to M} = q.(V_A - V_M) = \{s.i.\} = 2\,.\,10^{-10}.(23250 - 32400) = 2\,.\,10^{-10}\,.(-9150) = -183\,.\,10^{-8}\,Joule$

56. Σε κάθε κορυφή ενός ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ, πλευράς α=30cm, βρίσκεται φορτίο q=2μC. Να υπολογιστεί η ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων. Δίνεται: $K_c = 9x10^9 N\ m^2/C^2$.



Η ολική δυναμική ενέργεια του συστήματος, είναι αλγεβρικό άθροισμα όλων των δυναμικών ενεργειών που έχουν τα ζεύγη φορτίων του συστήματος.

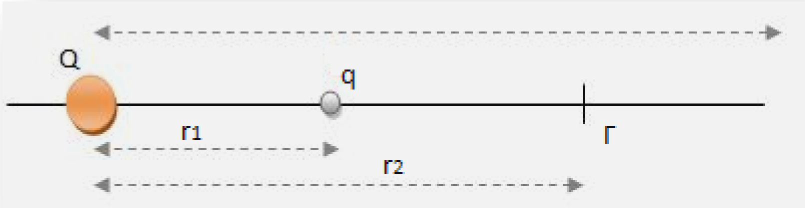
$$U = K_c \frac{q^2}{a} + K_c \frac{q^2}{a} + K_c \frac{q^2}{a} = 3K_c \frac{q^2}{a} = 36\times10^{-2} J$$

57. Ακίνητο σημειακό φορτίο Q=100μC, βρίσκεται στο σημείο Α. Μικρή σφαίρα με μάζα m=10g και φορτίο q=20nC βρίσκεται στο σημείο Β, στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το Α και σε απόσταση r_1=30 cm από αυτό. Αν η σφαίρα που βρίσκεται στο σημείο Β αφεθεί ελεύθερη, λόγω της απωστικής δύναμης που δέχεται, κινείται χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε την ταχύτητά της:

α) Όταν βρίσκεται σε απόσταση r_2=60cm από το Α.

β) Όταν βρίσκεται σε πολύ μεγάλη απόσταση από το σημείο Α.

Δίνεται: $K_c = 9x10^9 N\ m^2/C^2$.



Κατά τη μετάβαση του φορτίου από θέση r_1 στη θέση r_2 ισχύουν η ΑΔΜΕ και το ΘΜΚΕ.

Εργασία με ΑΔΜΕ…

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \rightarrow 0 + \left(K_c \frac{Q.q}{r_1}\right) = \frac{1}{2}mu^2 + \left(K_c \frac{Q.q}{r_2}\right) \rightarrow \frac{1}{2}mu^2 = K_c Qq\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \rightarrow \{s.i.\} \rightarrow \cdots$$

$$\rightarrow u = \sqrt{6}\ m/sec$$

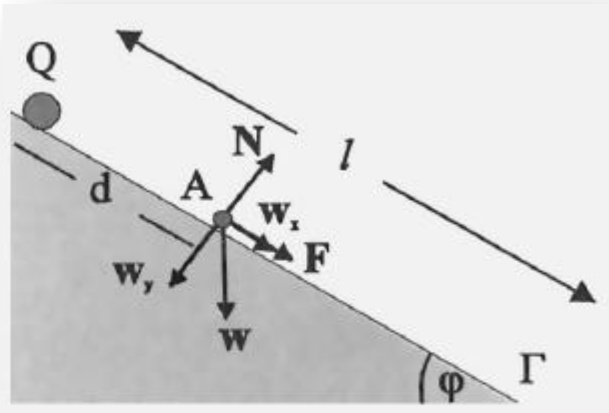
Για πολύ μεγάλη απόσταση $r_2 \rightarrow \infty$, *η παραπάνω διαχείριση δίνει…*

$$0 + \left(K_c \frac{Q.q}{r_1}\right) = \frac{1}{2}mu^2 + 0 \rightarrow u = \sqrt{\frac{2K_c.Q.q}{m.r_1}} \rightarrow \{s.i.\} \rightarrow \cdots \rightarrow u = 2\sqrt{3}\, m/sec$$

95. Σώμα που έχει φορτίο Q = 2x10^{-7}C είναι στερεωμένο στην κορυφή πλάγιου επιπέδου. Το σωματίδιο Σ έχει μάζα m=1mg και φορτίο q = 3x10^{-8}C. Το σωματίδιο Σ αφήνεται ελεύθερο σε ένα σημείο του πλάγιου επιπέδου που απέχει απόσταση d από το φορτισμένο σώμα. Υπολογίστε την ταχύτητά του τη στιγμή που θα φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου. Θεωρήστε ότι η κίνηση του Σ γίνεται χωρίς τριβές. Εφαρμογή για *l=3m, d=1m, φ=30^o*. Δίνονται: g = 10 m/s^2 και K$_c$ = 9x10^9 Nm^2/C^2.

Κατά τη μετάβαση του σωματιδίου από θέση Α σε θέση Γ, μπορούμε να εφαρμόσουμε ΘΜΚΕ ή την ΑΔΜΕ.

Επιλέγω ΑΔΜΕ, αφού έχουμε έργα μόνο συντηρητικών δυνάμεων (του βάρους και της δύναμης Coulomb του πεδίου).



$$K_{αρχ} + U_{αρχ,βαρ} + U_{αρχ,ηλεκτ} = K_{τελ} + U_{τελ,βαρ} + U_{τελ,\ ηλεκτ} \rightarrow 0 + mgh_A + K_c\frac{Q.q}{d} =$$

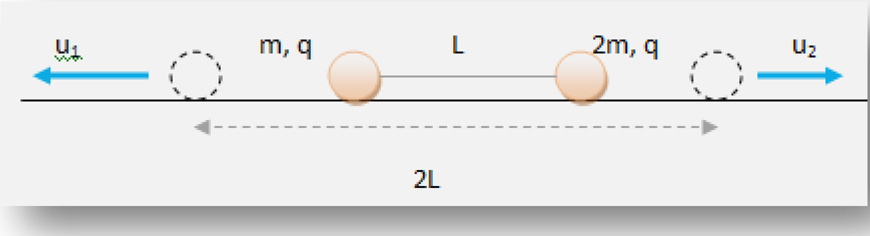
$$= \frac{1}{2}m\,u_Γ^2 + K_c\frac{Q.q}{L} \qquad (1)$$

Όμως … $\quad ημφ = \frac{h_A}{L-d} \rightarrow h_A = ημφ.(L-d) \quad$ *(2)*

Αυτές είναι οι εξοσώσεις μας. Πρέπει τώρα να αντικαταστίσουμε τιμές s.i. των μεγεθών, ώστε να γίνουν μικρότερες και πιο διαχειρήσιμες.

Τελικό αποτέλεσμα $u_Γ = 9{,}6\ m/sec$

97. Δυο μικρές φορτισμένες σφαίρες που έχουν ίσα φορτία q και μάζες m και 2m αντίστοιχα, είναι ενωμένες με λεπτό νήμα και ισορροπούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε απόσταση *l* μεταξύ τους. Κάποια στιγμή το νήμα σπάει και οι σφαίρες αρχίζουν να κινούνται λόγω των απωστικών δυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ τους. Να υπολογιστεί η ταχύτητα που θα έχει κάθε σφαίρα τη στιγμή που η απόσταση ανάμεσά τους θα έχει γίνει *2l*.



Εδώ ΑΔΟ και ΑΔΜΕ. Το ΘΜΚΕ δεν δουλεύει …

Ξεκινάμε ΑΔΟ. Μονωμένο στο οριζόντιο επίπεδο, εσαεί.

$0 + 0 = m.\vec{u_1} + 2m.\vec{u_2} \rightarrow \vec{u_1} = -2\vec{u_2}$ *(1)* *ταχύτητες αντίρροπες!*

Οπότε επιλύοντας τη διανυσματική εξίσωση με ***δεδομένες*** *τις κατευθύνσεις, έχουμε σχέση μέτρων*

$(1) \rightarrow u_1 = -2\,(-u_2) \rightarrow u_1 = 2u_2$ *(2)*

Η ΑΔΜΕ μας δίνει…

$$K_{ΑΡΧ.} + U_{ΑΡΧ.} = K_{ΜΕΤΑ} + U_{ΜΕΤΑ} \text{ ή}$$

$$0 + K_C\frac{q^2}{l} = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}2m\upsilon_2^2 + K_C\frac{q^2}{2l}$$ (3)

Οι σχέσεις (2) και (3) είναι αρκετές να μας δώσουν την τελική έκφραση των ταχυτήτων που ζητάμε…

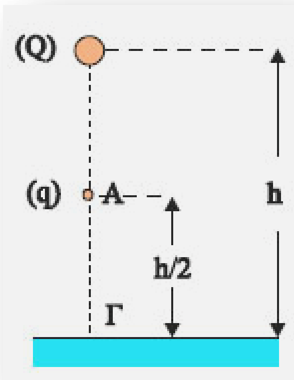
$[Απ: \quad 2q\sqrt{\frac{K_c}{6lm}} \; , \; q\sqrt{\frac{K_c}{6lm}} \;]$

98. Ένα σημειακό φορτίο $Q=7x10^{-6}C$ είναι τοποθετημένο σε ύψος h=3,6m από το έδαφος. Από το σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος h/2 από το έδαφος αφήνεται μια μικρή σφαίρα μάζας $m=10^{-3}$ kg, που φτάνει στο έδαφος (στο σημείο Γ) με ταχύτητα υ=8m/s.

α) Είναι φορτισμένη η μικρή σφαίρα ή όχι;

β) Αν αποδειχθεί ότι είναι φορτισμένη να υπολογιστεί το φορτίο της q.

Δίνονται: $K_c = 9x10^9$ Nm^2/C^2, g =10 m/s^2)



Υποθέτουμε ότι η σφαίρα είναι αφόρτιστη και αφήνεται στη θέση Α, να κάνει ελεύθερη πτώση. Με εξισώσεις κίνησης ελεύθερης πτώσης ή με ΘΜΚΕ ή με ΑΔΜΕ μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα της στο Γ.

ΑΔΜΕ…

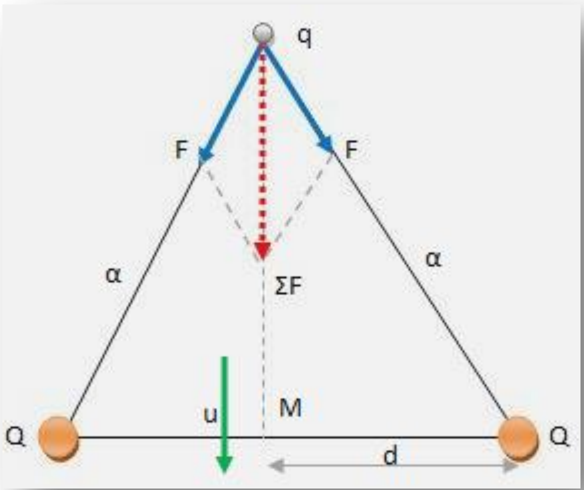
$$mg\frac{h}{2} = \frac{1}{2}mu^2 \rightarrow u = \sqrt{gh} = \{s.i.\} = \sqrt{10\,.\,3{,}6} = 6\,m/sec$$

Η ταχύτητα που υπολογίσαμε είναι μικρότερη από 8 m/sec και αυτό σημαίνει ότι το σωμάτιο έχει θετικό φορτίο, απωθείται από το φορτίο Q κι αυτή η άπωση δικαιολογεί γιατί η ταχύτητα στο Γ, είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα που *υπολογίζεται από την ελεύθερη πτώση.*

Πάλι ΑΔΜΕ για τη μετάβαση του φορτισμένου σωματίου από θέση Α σε θέση Γ.

$$K_{αρχ} + U_{αρχ,βαρ} + U_{αρχ,ηλεκτ} = K_{τελ} + U_{τελ,βαρ} + U_{τελ,\ ηλεκτ} \rightarrow 0 + mgh_A + K_c\frac{Q.q}{h_A} = \frac{1}{2}m\,u_Γ^2 + K_c\frac{Q.q}{2h_A} \rightarrow \frac{1}{2}m\,u_Γ^2 - mgh_A = \frac{1}{2}\,K_c\frac{Q.q}{h_A} \rightarrow Ομώνυμα \rightarrow h_A.m\,u_Γ^2 - 2mgh_A^2 = K_cQq \rightarrow q = \frac{m.h_A(u_Γ^2 - 2gh_A)}{k_c.Q} \rightarrow \{s.i.\} \rightarrow \cdots q = 0{,}8\,\mu C$$

99. Η βάση ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι οριζόντια και στις άκρες της βρίσκονται τα φορτία $Q_1 = Q_2 = 5x10^6$ C. Από την κορυφή του τριγώνου που το επίπεδο του είναι κατακόρυφο αφήνεται σωμάτιο με μάζα m = 5mg και φορτίο $q = -2x10^{-10}$C. Να υπολογιστεί η ταχύτητά του τη στιγμή που πέφτοντας διέρχεται από το μέσο της βάσης ΒΓ. *Δίνονται: Μήκος βάσης l = 60cm, ύψος τριγώνου h = 40cm, g =10 m/s^2, $K_c = 9x10^9$ Nm^2/C^2.)*



Το φορτίο q δέχεται από τα φορτία της βάσης, ίσου μέτρου δυνάμεις. Αυτές δίνουν μια συνισταμένη που βρίσκεται πάνω στη διχοτόμο της γωνίας κορυφής, λόγω ρόμβου.

Αυτή η συνισταμένη έχει την ίδια κατεύθυνση σε όποιο σημείο της διχοτόμου κι αν σχεδιαστεί. Στο σημείο Μ όμως ***μηδενίζεται****.*

Τι σημαίνουν όλα αυτά;

Α) Υποχρεωτικά το φορτίο θα περάσει από το μέσο Μ της βάσης, αφού από εκεί περνά η διχοτόμος.

Β) Στο σημείο Μ το φορτίο q θα έχει τη μέγιστη ταχύτητα κι – αν το πάμε λίγο παραπέρα, Γ) το φορτίο q θα κάνει ταλάντωση (όχι α.α.τ.)

$$K_{αρχ} + U_{αρχ,βαρ} + U_{αρχ,ηλεκτ} = K_{τελ} + U_{τελ,βαρ} + U_{τελ,\ ηλεκτ} \rightarrow 0 + mgh + 2K_c\frac{Q.q}{a} = \frac{1}{2}m\,u_M^2 + 2K_c\frac{Q.q}{d} \qquad (1)$$

Στη σχέση (1) … $d = 0{,}3\,m$ *και* $α = \sqrt{d^2 + h^2} = \sqrt{9\,.10^{-2} + 16\,.10^{-2}} = \sqrt{25\,.\ 10^{-2}} = 0{,}5\,m$

Με αυτά …βρείτε ότι $u_M = 4{,}2\ m/sec$

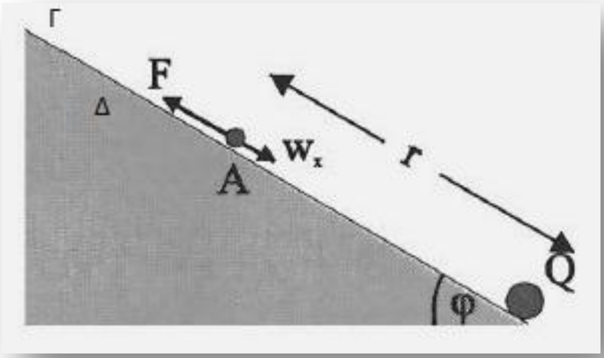
ΣΗΜΕΙΩΜΑ: Συνήθως όταν εργαζόμαστε με μικρά φορτία, δεν λαμβάνουμε υπόψη το βάρος τους. Αν όμως μας δίνεται η τιμή της g, για ποιον λόγο μας δίνεται;

100. Στη βάση του πλάγιου επιπέδου του σχήματος βρίσκεται στερεωμένο το φορτίο $Q = 4x10^{-6}$ *C*. Σε απόσταση r=40cm από το *Q* αφήνουμε ένα φορτισμένο σώμα με μάζα m = $4x10^{-4}$ *kg* και φορτίο $q = 2x10^{-8}$ *C* . Αν η κίνηση του σωματιδίου γίνεται χωρίς τριβές, να υπολογιστεί:

α) Η μέγιστη απόσταση από το στην οποία θα φτάσει το σωματίδιο.

β) Η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει όταν απομακρύνεται.

Δίνονται : g =10 m/s^2, φ = 30^o, $K_c = 9x10^9$ Nm^2/C^2.).



Στη θέση Α, υπολογίζουμε τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται το σωματίδιο –στη διεύθυνση του κεκλιμένου- για να δούμε αν και προς τα πού θα κινηθεί.

$$F = K_c \frac{Q.q}{r^2} = 9\,.\,10^9.\frac{4\ .10^{-6}\ .\ 2\ .10^{-8}}{16\ 10^{-2}} = \frac{9\,.4\,.2}{16}\ 10^{-3} = 4{,}5\ 10^{-3}\ N$$

Και …

$$W_x = m.g.\eta\mu\varphi = 4\,.\,10^{-4}.10\ .0{,}5 = 2\,.\,10^{-3}\ N$$

Επομένως το σωμάτιο θα κινηθεί προς τα άνω.

Καθώς ανεβαίνει η δύναμη F μειώνεται, ενώ η W_x *είναι σταθερού μέτρου. Αυτό σημαίνει ότι μέχρι τη θέση Δ η κίνηση είναι επιταχυνόμενη, στην θέση Δ η συνισταμένη είναι μηδέν και στη συνέχεια έχουμε επιβράδυνση, μέχρι προσωρινού σταματήματος στη θέση Γ (μετά …ταλάντωση!). Επομένως στη θέση Δ, έχουμε μέγιστη ταχύτητα.*

ΑΔΜΕ Α → Γ

$$mgh_A + K_C\frac{q.Q}{r} = mgh_\Gamma + K_C\frac{q.Q}{x} \quad (1)$$

όπου x η απόσταση του Γ από τη το φορτίο Q

Η γεωμετρία του σχήματος μας δίνει $h_A = r.\eta\mu\varphi$ και $h_\Gamma = x\ .\eta\mu\varphi$ Έτσι έχουμε όλο το υλικό για να βρούμε τη τιμή του μεγέθους x.

Το γνώρισμα της θέσης Δ είναι …

$$F_\Delta = W_x \ \rightarrow\ K_c\frac{Q.q}{d^2} = mg\eta\mu\varphi \ \rightarrow\ d^2 = 9\,.\,10^9\,.\frac{4\ .10^{-6}\ .\ 2\ .\ 10^{-8}}{2\,.10^{-3}} \ \rightarrow\ d^2 = 36\,.\,10^{-2} \ \rightarrow d = 0{,}6\ m$$

, όπου δ είναι η απόσταση του σημείου Δ από το φορτίο Q

Μια ΑΔΜΕ χρειαζόμαστε για την μετάβαση του σωματιδίου από θέση Α σε θέση Δ, ώστε να βρούμε τη μέγιστη ταχύτητα του σωματίου…

$$mgh_A + K_C\frac{q.Q}{r} = mgh_\Delta + K_C\frac{q.Q}{d} + \frac{1}{2}mu_\Delta^2 \ \rightarrow \cdots \ \rightarrow\ u_\Delta = 1\ m/sec$$

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)