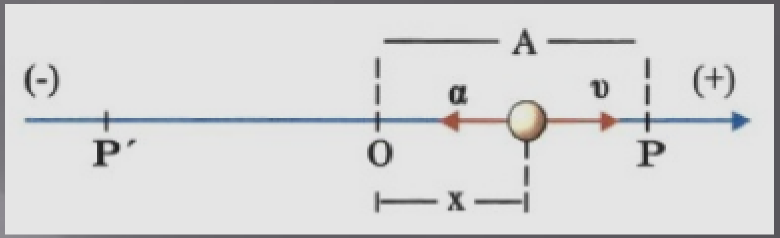
ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ – ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Απλή αρμονική ταλάντωση...

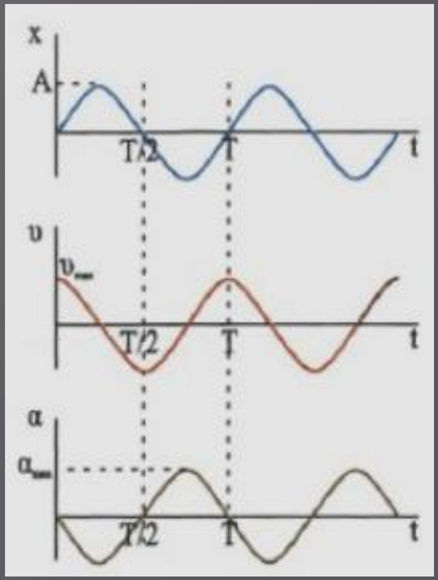


...Παλινδρομική κίνηση που εξελίσσεται σε ευθύγραμμο τμήμα, με εξίσωση **$x=A.ημ(ωt+φ_o)$**

- Θέση ισορροπίας O : Ονομάζεται το μέσο O της PP’. Εδώ ΣF = 0, ...
- Πλάτος ταλάντωσης A : Ονομάζεται η απόσταση OP = OP’
- Ακραίες θέσεις : Είναι οι θέσεις P (x=+A) και P’ (x=-A). Εδώ u = 0, ...
- Απομάκρυνση x : Έχει αλγεβρικό πρόσημο και θέλει να εκφράσει πού βρίσκεται η μάζα.
- Φάση της ταλάντωσης : Ονομάζεται η ποσότητα $φ = ωt+φ_o$, με $φ_o$ να είναι η αρχική φάση.

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ – ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Απλή αρμονική ταλάντωση...



$\varphi_o = 0\ rad$

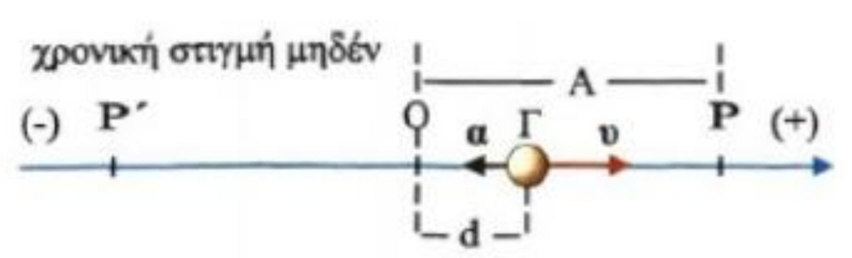
Το ταλαντούμενο σώμα έχει μεταβαλλόμενη ταχύτητα και επιτάχυνση, που αποδίδονται από τις εξισώσεις :

$u = \omega A.\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_o)$ (1) και $\alpha = -\omega^2 A.\eta\mu(\omega t+\varphi_o)$ (2)

- Το σώμα χρειάζεται χρόνο Τ/4 για να πάει από θ.ι. σε ακραία θέση κι αντιστρόφως.
- Στη θ.ι. το σώμα έχει max ταχύτητα $\pm\omega A$ και μηδενική επιτάχυνση
- Στις ακραίες θέσεις η ταχύτητα είναι μηδέν και η επιτάχυνση μέγιστη $\pm\omega^2 A$
- Όταν $u > 0$ σημαίνει ότι η ταχύτητα έχει φορά προς την ακραία θέση $x=+A$, ενώ όταν $u < 0$, η ταχύτητα έχει φορά προς τη $x=-A$ θέση. Την ίδια σημασία έχουν και τα πρόσημα της επιτάχυνσης.

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ – ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Απλή αρμονική ταλάντωση...

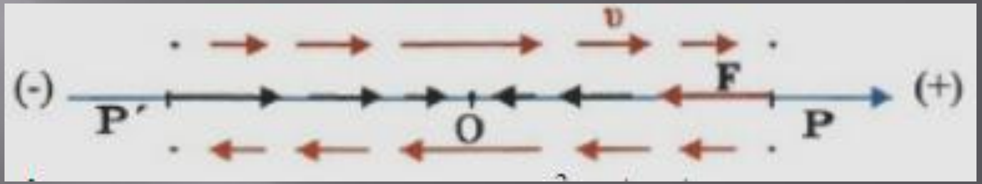


Στην εικόνα το σώμα βρίσκεται σε θετική απομάκρυνση x=+d, έχει θετική –αλγεβρικά- ταχύτητα και αρνητική -αλγεβρικά- επιτάχυνση.
Εύρεση αρχικής φάσης : $x=A.\eta\mu(\omega t+\varphi_o)$ → για t=0 , $d=A.\eta\mu\varphi_o$ → $\eta\mu\varphi_o=d/A$ ... (1)

ΣΗΜΕΙΩΜΑ: Η εξίσωση (1) θα μας δώσει δυο τιμές στο διάστημα $0 \le \varphi_o \le 2\pi$ Δεκτή η γωνία φ_o, που θα ικανοποιήσει την απαίτηση του σχήματος $u > 0$!

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ – ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Απλή αρμονική ταλάντωση...



Εφόσον υπάρχει επιτάχυνση, επιβάλλεται κάποια συνισταμένη –στη διεύθυνση ταλάντωσης- να έχει την ‘ευθύνη’.

$\Sigma F = m.\alpha \rightarrow \Sigma F = -m\omega^2 A.\eta\mu(\omega t+\varphi_o) \rightarrow \Sigma F = -m\omega^2 x \rightarrow \Sigma F = -D.x \qquad (1)$

Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή και σαν συνθήκη για την παραγωγή απλής αρμονικής ταλάντωσης. Η δύναμη ΣF ονομάζεται **δύναμη επαναφοράς** (γιατί τείνει να επαναφέρει το σώμα στη θέση ισορροπίας) και η σταθερά αναλογίας D **σταθερά επαναφοράς**.

Η δύναμη «βλέπει» πάντα τη θέση ισορροπίας. Μηδενίζεται στη θ.ι. και αποκτά max τιμή μέτρου D.A στις ακραίες θέσεις. Προφανές ότι δύναμη επαναφοράς και επιτάχυνση είναι ομόρροπα διανύσματα.

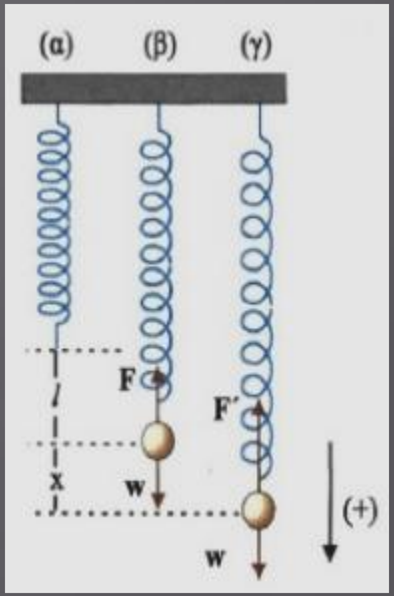
ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ – ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Απλή αρμονική ταλάντωση…

Μάθαμε…

$\Sigma F = -m\omega^2 x \rightarrow \Sigma F = -D.x \rightarrow D = m.\omega^2 \rightarrow$ (1)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$



Η σταθερά επαναφοράς D αποφασίζεται από το ίδιο το σύστημα και είναι ποσότητα σταθερή κατά την διάρκεια της ταλάντωσης. Ας το δούμε …

(α) Θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου

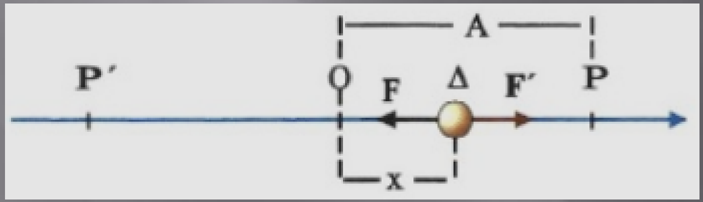
(β) Ισορροπία $\rightarrow F = w \rightarrow k.L = m.g$ (2)

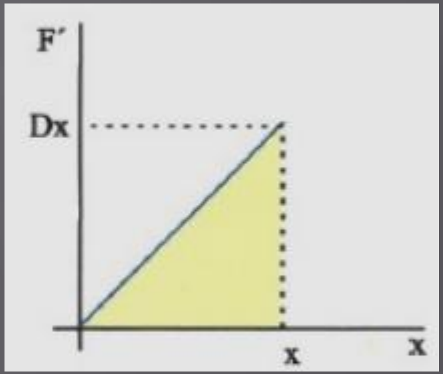
(γ) Τυχαία θέση εκτροπής στα θετικά x $\rightarrow \Sigma F = w - F' \rightarrow \Sigma F = m.g - k.(L+x) \rightarrow$ **$\Sigma F = -k.x$**

Δηλαδή το σύστημα του σχήματος "αποφάσισε" ότι D=k *(k=σταθερά ελατηρίου – Hooke)*

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ – ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Απλή αρμονική ταλάντωση...





Ασκείται δύναμη F′ αντίθετη της δύναμης επαναφοράς και η μάζα εκτρέπεται κατά x. Το μέτρο της είναι F′ = D.x Η γραφική παράσταση φαίνεται στο διάγραμμα, το οποίο μας δίνει τη δυνατότητα να υπολογίσουμε το έργο της:

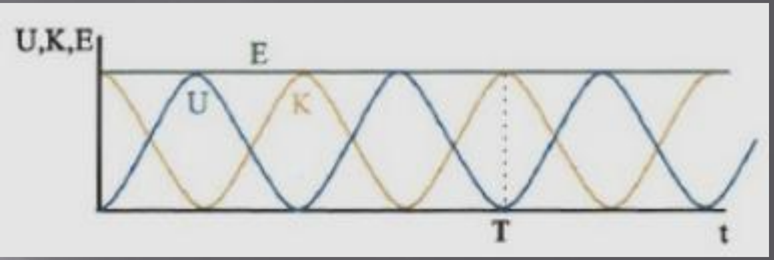
Έργο = «εμβαδόν» = $Dx^2/2$

Το έργο τούτο αποθηκεύεται ως δυναμική ενέργεια ταλάντωσης στο σύστημα. Καθώς η ταλάντωση είναι σε εξέλιξη έχουμε ένα ενεργειακό «πινγκ πονγκ» μεταξύ κινητικής και δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης. Η συνολική ενέργεια όπως παραμένει σταθερή ...

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ – ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Απλή αρμονική ταλάντωση...

$\varphi_o = 0\ rad$ ή $\varphi_o = \pi\ rad$



Δυναμική ταλάντωσης $U = f(t)$: $U = \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2\eta\mu^2(\omega t + \varphi_o)$ (1)

Κινητική ταλάντωσης $K = f(t)$: $K = \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi_o) = \frac{1}{2}DA^2\sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi_o)$ (2)

Αθροίζουμε κατά μέλη τις (1) και (2)

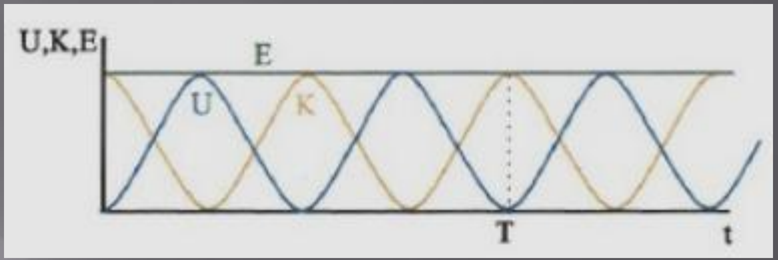
$$K + U = \frac{1}{2}DA^2.\left(\eta\mu^2(\omega t + \varphi_o) + \sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi_o)\right) = \frac{1}{2}DA^2 = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta} = E_{\tau\alpha\lambda\alpha\nu\tau}$$

Α.Δ.Ε. στις ταλαντώσεις : $\boldsymbol{K + U = E \rightarrow \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2}$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ – ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Απλή αρμονική ταλάντωση...

$\varphi_o = 0\ rad$ ή $\varphi_o = \pi\ rad$

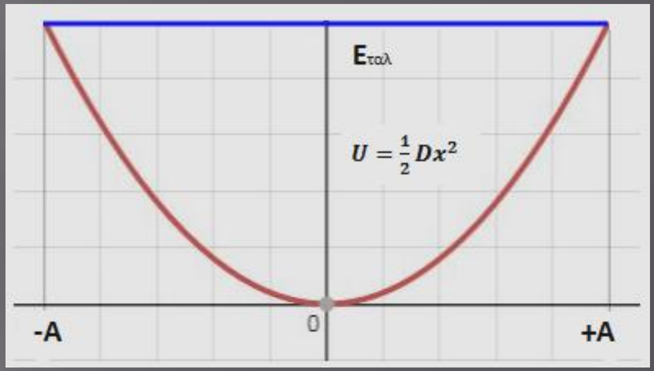


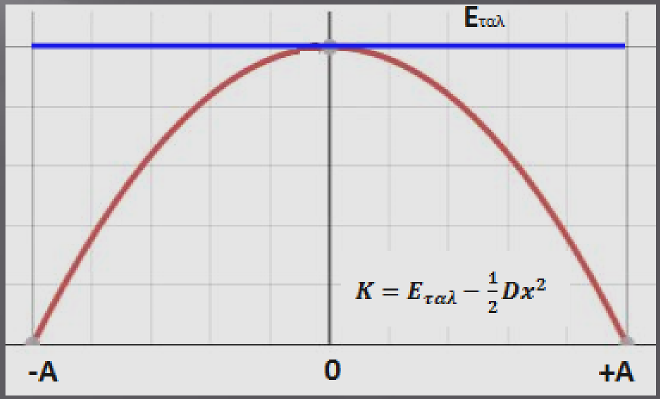
Δυο παρατηρήσεις πάνω στα διαγράμματα U=f(t) και K=f(t)

1. Οι καμπύλες είναι ημιτονικές, όχι όμως αρμονικές, αφού έχουν θετική τιμή σε κάθε χρονική στιγμή t.
2. Η περίοδος των εξισώσεων είναι T’ = T/2.

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ – ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Απλή αρμονική ταλάντωση...





Η δυναμική και η κινητική ενέργεια ταλάντωσης σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x.

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)