

Έργο αερίου – πρώτος θερμοδυναμικός νόμος

40. Αέριο με όγκο $0,004\text{m}^3$ θερμαίνεται με σταθερή πίεση $p = 1,2\text{atm}$ μέχρι ο όγκος του να γίνει $0,006\text{m}^3$. Υπολογίστε το έργο που παράγει το αέριο. Δίνεται $1\text{atm} = 1,013 \times 10^5 \text{N/m}^2$.

Ισοβαρής... $W = P \cdot (V_{\text{τελ}} - V_{\text{αρχ}}) \rightarrow \{s.i.\} \rightarrow W = 1,2 \cdot 1,013 \cdot 10^5 (0,006 - 0,004) \text{Joule} = 243,1 \text{Joule}$

41. Δύο mol αερίου θερμαίνονται από τους 27°C στους 127°C . Η θέρμανση του αερίου γίνεται με σταθερή πίεση. Υπολογίστε το έργο που παράγει το αέριο. Δίνεται $R = 8,314\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$.

Ισοβαρής...

$$W = P \cdot (V_{\text{τελ}} - V_{\text{αρχ}}) = P \cdot V_{\text{τελ}} - P \cdot V_{\text{αρχ}} = nR (T_{\text{τελ}} - T_{\text{αρχ}}) \rightarrow W = 2 \cdot 8,314 \cdot (400 - 300) \text{Joule} \rightarrow W = 1663 \text{Joule}$$

42. Δύο mol αερίου βρίσκονται σε θερμοκρασία 27°C . Διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία το αέριο εκτονώνεται ώστε ο όγκος του να διπλασιαστεί. Να υπολογιστεί το έργο του αερίου.

Δίνονται $R = 8,314\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$, $\ln 2 = 0,7$.

Ισόθερμη ... $W = nRT \cdot \ln\left(\frac{V_{\text{τ}}}{V_{\text{α}}}\right) = nRT \cdot \ln\left(\frac{2V_{\text{α}}}{V_{\text{α}}}\right) = nRT \cdot \ln 2 = 2 \cdot 8,314 \cdot 300 \cdot 0,7 \text{Joule} = 3491 \text{Joule}$

Ας κάνουμε την άσκηση λίγο πιο δύσκολη...

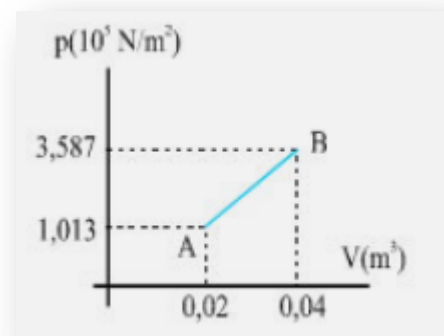
Δύο mol αερίου βρίσκονται σε θερμοκρασία 27°C . Διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία συμπιέζουμε το αέριο ώστε η πίεσή του να διπλασιαστεί. Να υπολογιστεί το έργο του αερίου.

Στην ισόθερμη μεταβολή $P_{\text{τ}} \cdot V_{\text{τ}} = P_{\text{α}} \cdot V_{\text{α}} \rightarrow \frac{V_{\text{τ}}}{V_{\text{α}}} = \frac{P_{\text{α}}}{P_{\text{τ}}}$ και επομένως $W = nRT \cdot \ln\left(\frac{V_{\text{τ}}}{V_{\text{α}}}\right) = nRT \cdot \ln\left(\frac{P_{\text{α}}}{P_{\text{τ}}}\right) \rightarrow W = nRT \ln\left(\frac{1}{2}\right) = nRT \cdot \ln 2^{-1} = -nRT \ln 2 = -3491 \text{Joule}$

43. Το διάγραμμα παριστάνει τη μεταβολή ενός αερίου από την κατάσταση A στην κατάσταση B. Υπολογίστε το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή αυτή.

Το έργο στο $P - V$ ισούται με το εμβαδόν που βρίσκεται κάτω από το γράφημα.

$$W = \text{εμβαδόν τραπεζίου} = \{s.i.\} = \frac{3,587 + 1,013}{2} \cdot (0,04 - 0,02) = +4600 \text{Joule}$$



44. Ποσότητα αερίου καταλαμβάνει όγκο 10L και έχει πίεση 1atm. Το αέριο θερμαίνεται ισόθερμα μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του. Υπολογίστε το ποσό θερμότητας που απορρόφησε το αέριο. Δίνονται $1L = 10^{-3}m^3$, $1atm = 1,013 \times 10^5 N/m^2$, $\ln 2 = 0,7$.

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος λέει για την ισόθερμη μεταβολή $Q=W$ (1)

$$W = nRT \cdot \ln\left(\frac{V_{\tau}}{V_{\alpha}}\right) = P \cdot V \cdot \ln\left(\frac{V_{\tau}}{V_{\alpha}}\right) = 1,013 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \ln 2 = \dots \cong 700 \text{ Joule}$$

45. Αέριο βρίσκεται μέσα σε δοχείο που κλείνεται με έμβολο. Το αέριο καταλαμβάνει όγκο $V_1 = 0,008m^3$, έχει θερμοκρασία $T_1 = 300K$ και πίεση $p_1 = 1,013 \times 10^5 N/m^2$. Θερμαίνουμε το αέριο υπό σταθερή πίεση, μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει $T_2 = 375K$.

α) Υπολογίστε το έργο του αερίου.

β) Αν κατά τη θέρμανσή του το αέριο απορρόφησε θερμότητα $Q = 709,1J$ υπολογίστε τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας.

Θέρμανση υπό σταθερά πίεση, σημαίνει ισοβαρή μεταβολή. Επομένως ...

$$W = P \cdot (V_{\tau\epsilon\lambda} - V_{\alpha\rho\chi}) = P \cdot V_{\tau\epsilon\lambda} - P \cdot V_{\alpha\rho\chi} = nR (T_{\tau\epsilon\lambda} - T_{\alpha\rho\chi}) \quad (1)$$

Όμως η καταστατική εξίσωση λέει για την αρχική κατάσταση $P_{\alpha\rho\chi} \cdot V_{\alpha\rho\chi} = nR T_{\alpha\rho\chi} \rightarrow nR = \frac{P_{\alpha\rho\chi} \cdot V_{\alpha\rho\chi}}{T_{\alpha\rho\chi}} \quad (2)$

Οι σχέσεις (1) και (2) συνεργαζόμενες...

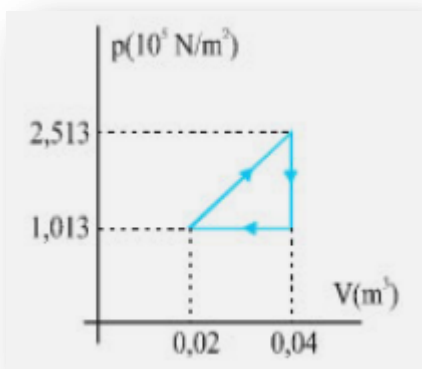
$$W = \frac{P_{\alpha\rho\chi} \cdot V_{\alpha\rho\chi}}{T_{\alpha\rho\chi}} \cdot (T_{\tau\epsilon\lambda} - T_{\alpha\rho\chi}) \rightarrow \dots W = 202,6 \text{ Joule}$$

(β) Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος λέει : $Q = \Delta U + W \rightarrow 709,1 \text{ Joule} = 202,6 \text{ Joule} + \Delta U \rightarrow \Delta U = 506,5 \text{ Joule}$

46. 0,2 mol αερίου συμπιέζονται ισόθερμα σε θερμοκρασία $\theta = 27^\circ C$, ώστε ο όγκος του να ελαττωθεί στο μισό. Υπολογίστε το ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον. Δίνονται $R = 8,314 J/(mol \cdot K)$, $\ln 2 = 0,7$.

Ισόθερμη ... $W = nRT \cdot \ln\left(\frac{V_{\tau}}{V_{\alpha}}\right) = nRT \cdot \ln\left(\frac{V_{\alpha}}{2}\right) = nRT \cdot \ln 2^{-1} = -n \cdot R \cdot T \cdot \ln 2 = \dots - 345,8 \text{ Joule}$

47. Αέριο εκτελεί την κυκλική μεταβολή του σχήματος 2.42. Υπολογίστε το καθαρό ποσό θερμότητας που απορρόφησε.



Σε κάθε κυκλική μεταβολή $\Delta U = 0$, αφού το αέριο ολοκληρώνοντας τον κύκλο, επανέρχεται στην αρχική κατάσταση.

Αν ο κύκλος είναι δεξιόστροφος (όπως στο σχήμα), τότε το περιβάλλον κερδίζει σε έργο (ΣW), όσο είναι το εμβαδόν που περικλείει η κλειστή γραμμή στο διάγραμμα $P - V$.

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος επιβάλλει σε κάθε κύκλο $\Sigma Q = \Sigma W$

$$\Sigma W = \text{εμβαδόν τριγώνου} = \frac{1}{2} (0,04 - 0,02) \cdot (2,513 - 1,013) \cdot 10^5 \text{ Joule} = 1500 \text{ Joule} = \Sigma Q$$

Θερμικές μηχανές - Κύκλος Carnot

51. Για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, ένα εργοστάσιο χρησιμοποιεί λιγνίτη. Από την καύση του λιγνίτη το εργοστάσιο τροφοδοτείται με θερμότητα με ρυθμό 900MW και παράγει 300MW μηχανικής ισχύος που, στη συνέχεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική ισχύ. Υπολογίστε την απόδοση του εργοστασίου κατά τη μετατροπή της θερμότητας σε μηχανική ενέργεια.

Η απόδοση είναι λόγος ενεργειών, αλλά και λόγος ισχύων. Δείτε το...

$$e = \frac{W}{Q_h} = \frac{W/t}{Q_h/t} = \frac{300 \text{ Mwatt}}{900 \text{ Mwatt}} \rightarrow e = \frac{1}{3} \text{ ή } 33,3\%$$

52. Θερμική μηχανή παράγει σε κάθε κύκλο λειτουργίας της μηχανικό έργο 200J. Η απόδοση της μηχανής είναι 25%. Υπολογίστε το ποσό θερμότητας που απορροφά, καθώς και το ποσό θερμότητας που αποβάλλει η μηχανή σε κάθε κύκλο της.

$$\text{Ξεκινάμε... } e = \frac{W}{Q_h} \rightarrow Q_h = \frac{W}{e} = \frac{200 \text{ joule}}{0,25} = 800 \text{ joule}$$

Πρώτος θερμοδυναμικός νόμος (Α.Δ.Ε. δηλαδή) ... $Q_h = W + |Q_c| \rightarrow |Q_c| = 800 \text{ j} - 200 \text{ j} = 600 \text{ Joule}$

53. Οι βενζινομηχανές στα αυτοκίνητα χρησιμοποιούν τη θερμότητα που παράγεται από την καύση της βενζίνης. Μέρος της θερμότητας αυτής τη μετατρέπουν σε μηχανικό έργο και την υπόλοιπη την αποβάλλουν στην ατμόσφαιρα. Η απόδοση μιας τέτοιας μηχανής είναι περίπου 20%. Η θερμοκρασία που επιτυγχάνεται με την καύση της βενζίνης είναι περίπου 2100°C. Αν η θερμοκρασία της ατμόσφαιρας είναι 23°C, υπολογίστε τη θεωρητικά μέγιστη απόδοση που μπορεί να έχει μία τέτοια μηχανή. (Θα θεωρήσετε ότι τα καυσαέρια αποβάλλονται στη θερμοκρασία της ατμόσφαιρας).

Μέγιστη απόδοση παραπέμπει στον κύκλο Carnot

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{273+27}{2100+273} \cong 0,873 \text{ ή } 87,3\%$$

54. Μια μηχανή Carnot υποβάλλει σε κυκλική μεταβολή 5mol ιδανικού αερίου. Η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής είναι 500K και της ψυχρής 300K.

Κατά την ισόθερμη εκτόνωσή του ο όγκος του αερίου από $V_A = 3 \times 10^{-2} \text{m}^3$ γίνεται $V_B = 6 \times 10^{-2} \text{m}^3$.

Υπολογίστε:

α) Το συντελεστή απόδοσης της μηχανής.

β) Το έργο που παράγει η μηχανή σε κάθε κύκλο.

$$\text{Δίνονται } R = 8,314 \text{J}/(\text{mol} \cdot \text{K}), \quad \ln 2 = 0,7$$

(α) Ο συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής Carnot, εξαρτάται μόνο από το εύρος των δυο θερμοκρασιών λειτουργίας...

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{300}{500} = 0,4 \text{ ή } 40\%$$

(β) Ισόθερμη εκτόνωση αερίου. Το αέριο απορροφά θερμότητα, μετατρέποντάς την όλη σε μηχανικό έργο.

$$Q_h = nRT \ln \frac{V_{\text{τελ}}}{V_{\text{αρχ}}} = 5 \cdot 8,314 \cdot 500 \cdot \ln 2 = \dots = 14549,5 \text{ Joule}$$

Οπότε

$$e = \frac{\Sigma W}{Q_h} \rightarrow \Sigma W = e \cdot Q_h \rightarrow \Sigma Q = 0,4 \cdot 14549,5 = 5819,5 \text{ Joule}$$