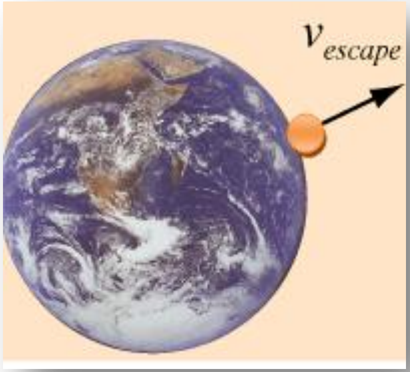
ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΙΑΦΥΓΗΣ

*Με ποια ταχύτητα πρέπει να εκτοξευθεί ένα αντικείμενο μάζας m, από την **επιφάνεια** της Γης ώστε να διαφύγει οριστικά από το πεδίο βαρύτητας της Γης;*



Για να απλουστεύσουμε το πρόβλημα θα θεωρήσουμε ότι η Γη δεν κινείται, θα αγνοήσουμε τις βαρυτικές επιδράσεις από τα άλλα ουράνια σώματα και θα αγνοήσουμε την αντίσταση του ατμοσφαιρικού αέρα.

Εφόσον το βαρυτικό πεδίο είναι διατηρητικό η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων (Γη και σώμα) διατηρείται.

Επομένως κατά την κίνηση του σώματος μεταξύ δύο θέσεων θα ισχύει η ΑΔΜΕ

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ,\ \infty} + U_{τελ,\ \infty}$$

Εφαρμόζουμε τη σχέση αυτή για ένα σημείο πάνω στην επιφάνεια της Γης και για το άπειρο (εκεί όπου δεν υπάρχει πλέον βαρυτική επίδραση και η δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα – Γη είναι μηδέν $U_{τελ,\ \infty} = 0$). Η **ελάχιστη τιμή** της ταχύτητας με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε το σώμα είναι εκείνη για την οποία το σώμα θα φτάνει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα, άρα $K_{τελ,\ \infty} = 0$

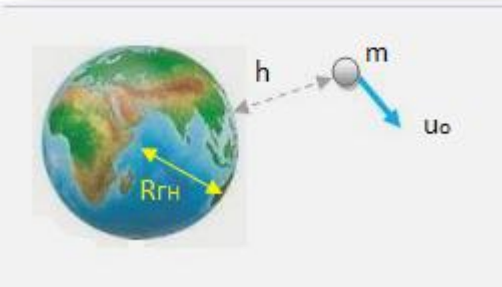
Από την (3) έχουμε

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = 0 + 0 \rightarrow \ K_{αρχ} + U_{αρχ} = \ \frac{1}{2}\,mu_δ^2 + \left(-G\frac{m.M_{ΓΗ}}{R_{ΓΗ}}\right) = 0$$

Λύνοντας ως προς $u_δ$ βρίσκουμε

$$u_δ = \sqrt{\frac{2GM_{ΓΗ}}{R_{ΓΗ}}} = \cdots = 11{,}2\ km/sec$$ *Αδιάφορο το ποια θα είναι η κατεύθυνση της!*

5.14 Από το σημείο Α του πεδίου βαρύτητας της Γης, που βρίσκεται σε ύψος $h=R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης ($R_Γ$ η ακτίνα της Γης), βάλλεται προς το Διάστημα ένα σώμα με ταχύτητα $υ_o=16 \times 10^3$ m/s. Να εξετάσετε αν το σώμα θα διαφύγει από τη βαρυτική έλξη της Γης. Αν θα διαφύγει να βρείτε την ταχύτητά του όταν φτάσει σε πολύ μεγάλη απόσταση από τη Γη. Δίνονται: η ακτίνα της Γης RΓ=6400 km και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της $g_o=10\ m/s^2$.



ΑΔΜΕ για τη μετάβαση της m από θέση σε ύψος $h = R_{ΓΗ}$ στο άπειρο.

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = 0 + 0 \rightarrow \ K_{αρχ} + U_{αρχ} = \frac{1}{2}\,mu_δ^2 + \left(-G\frac{m.M_{ΓΗ}}{2R_{ΓΗ}}\right) = 0 \ \rightarrow u_δ = \sqrt{\frac{GM_{ΓΗ}}{R_{ΓΗ}}} \qquad (1)$$

Στη θεωρία των δορυφόρων και εν γένει στη μελέτη κινήσεων εντός του ανομοιογενούς γήινου βαρυτικού πεδίου, είναι συνηθισμένη η εξής διαχείριση…

$$g_o = \frac{G.M_{ΓH}}{R_{ΓH}^2} \rightarrow G.M_{ΓH} = g_o.R_{ΓH}^2 \qquad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2)

$$u_\delta = \sqrt{g_o.R_{ΓH}} \rightarrow \{s.i.\} \rightarrow u_\delta = \cdots = 8\,.10^3 \; m/sec$$

Αφού η δοσμένη ταχύτητας βολής είναι μεγαλύτερη από την ελάχιστη απαιτούμενη, το σώμα m θα διαφύγει έχοντας στο άπειρο μη μηδενική ταχύτητα.

Εργαζόμαστε πάλι με ΑΔΜΕ (*) , αλλά με δεδομένο ότι στο άπειρο το σώμα έχει ταχύτητα…

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_\infty + 0 \rightarrow \quad \frac{1}{2}\,m\,{u_0}^2 + \left(-G\frac{m.M_{ΓH}}{2R_{ΓH}}\right) = \frac{1}{2}\,m\,{u_\infty}^2 \rightarrow {u_0}^2 - G\frac{M_{ΓH}}{R_{ΓH}} = {u_\infty}^2 \rightarrow λόγω\ της\ (2)$$

$$\rightarrow {u_0}^2 - g_o.R_{ΓH} = {u_\infty}^2 \rightarrow \cdots u_\infty = 8\sqrt{3}\,.10^3\, m/sec$$

(*) *Θα μπορούσαμε να δουλέψουμε και με το ΘΜΚΕ… Η εύρεση της ταχύτητας διαφυγής από ύψος h και η σύγκρισή της με την ταχύτητα βολής, δεν ήταν αναγκαίο να γίνει. Αρκούσε η τελευταία διαχείριση με εξίσωση ΑΔΜΕ.*

ΜΑΥΡΕΣ ΟΠΕΣ

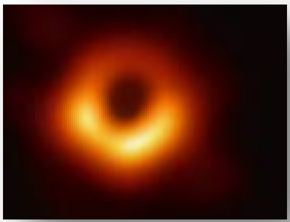
…Ας βρούμε τι ακτίνα πρέπει να έχει ένα ουράνιο σώμα μάζας Μ ώστε να μην επιτρέπει σε ***τίποτα*** *να διαφύγει από την επιφάνειά του, ούτε το φως.*

Η μεγαλύτερη ταχύτητα στη φύση είναι η ταχύτητα του φωτός *c* = 3 x 10^8 *m*/s.

Αν στη σχέση $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ που δίνει την ταχύτητα διαφυγής θέσουμε $\upsilon_\delta = c$ και λύσουμε ως προς R βρίσκουμε :

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$, Η ακτίνα αυτή είναι γνωστή με το όνομα **ακτίνα Schwarzschild**.

Ένα ουράνιο σώμα μάζας Μ με ακτίνα μικρότερη από αυτή την ακτίνα δεν επιτρέπει σε τίποτε, ούτε καν στο φως, να διαφύγει από το πεδίο βαρύτητάς του.



Ένα τέτοιο σώμα δεν είναι άμεσα παρατηρήσιμο, κάνει όμως αντιληπτή την παρουσία του από τις ισχυρότατες βαρυτικές έλξεις που ασκεί στον περίγυρό του. Τέτοια σώματα στη σύγχρονη φυσική χαρακτηρίζονται **μαύρες τρύπες**.

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)