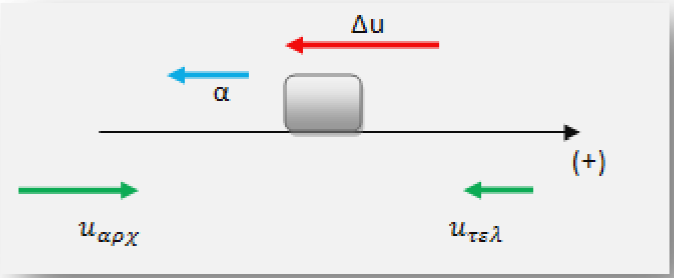
(I) Ένα αυτοκίνητο κινείται με μέση επιτάχυνση -3 $\frac{m}{sec^2}$ για χρονικό διάστημα 8 sec. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ταχύτητας του αυτοκινήτου κατά τη διάρκεια του χρονικού αυτού διαστήματος…



Εργαζόμαστε με την αλγεβρική εξίσωση

$$α = \frac{Δu}{Δt} \rightarrow s.i. \rightarrow -3 = \frac{Δu}{8} \rightarrow Δu = -24\ \frac{m}{sec}$$

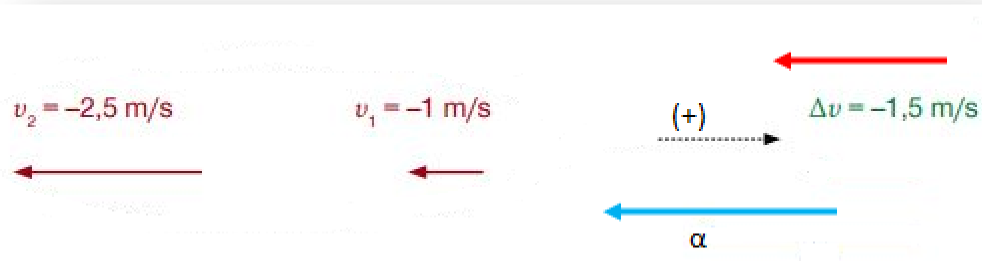
Η φορά του διανύσματος $\overrightarrow{Δu}$ είναι αντίθετη της θετικής.

Αν η ταχύτητα στην αρχή του χρονικού διαστήματος είναι + 14 m/sec, ποια είναι στο τέλος του χρονικού διαστήματος;

$Δu = u_{τελ} - u_{αρχ} \rightarrow αλγεβρικά\ στο\ s.i. \rightarrow -24 = u_{τελ} - (+14) \rightarrow u_{τελ} = -10\ m/sec$ *Δηλαδή το κινητό αρχικά κινούνταν ομόρροπα με τον άξονα και στο τέλος των 8 sec έχει ταχύτητα αντίρροπη της θετικής.*

Ηθικό δίδαγμα *: Όταν εργάζεσαι αλγεβρικά, ουσιαστικά εργάζεσαι διανυσματικά. Τα διανύσματα εικονοποιούν τις αλγεβρικές τιμές.*

(II) Μια άσκηση σε μια εικόνα!



Επαληθεύστε ότι το σχήμα στο πλαίσιο είναι καθ' όλα σωστό ($Δu = u_{τελ} - u_{αρχ} \rightarrow \cdots$)

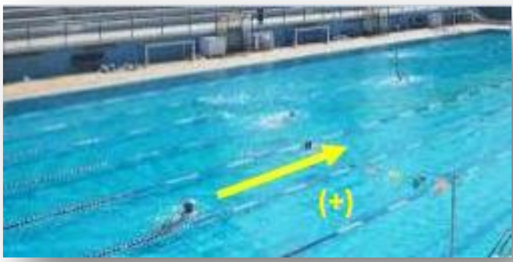
Κάτι ακόμη…

- Ποια ταχύτητα –στην εικόνα- έχει μεγαλύτερο μέτρο ; *Απαντάμε η u_2 (έχει μέτρο 2,5 m/sec)*
- Είναι δυνατόν αρνητική επιτάχυνση να προκαλεί αύξηση της ταχύτητας; *Ναι! Αυτό λέει η εικόνα. Στην εικόνα η αρνητική επιτάχυνση συνδέεται με αύξηση μέτρου ταχύτητας από 1 m/sec σε 2,5 m/sec.*

Ηθικό δίδαγμα *: Αν μια στιγμή ή σε μια διάρκεια, η ταχύτητα και επιτάχυνση είναι* ***ομόρροπα*** *διανύσματα, το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται. Αν είναι* ***αντίρροπα****, το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται.*

(III) Μια εικόνα για …χαλάρωση

Στο κολυμβητήριο η ταχύτητα και η επιτάχυνση μπορούν να εμφανίζουν θετικές, αλλά και αρνητικές τιμές.

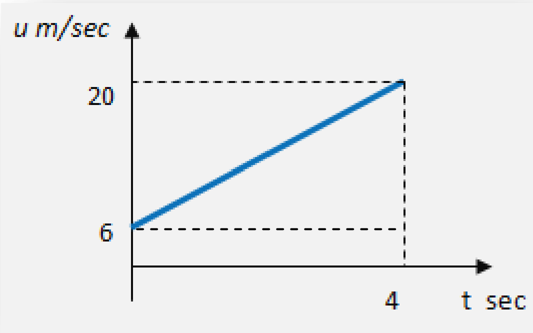


*Ταχύτητα +0.7 m/sec και επιτάχυνση -0,2 m/sec σημαίνει διανύσματα **αντίρροπα** και επομένως η ταχύτητα μειώνει το μέτρο της. Εφόσον η επιτάχυνση είναι σταθερή, η ταχύτητα στο επόμενο sec θα είναι +0,5 m/sec, στο μεθεπόμενο +0,3 m/sec, …*

Υπόδειξη

Επαληθεύστε με, εργαζόμενοι με την αλγεβρική εξίσωση $\boxed{a = \frac{u_{τελ} - u_{αρχ}}{Δt}}$

***Ηθικό δίδαγμα** : Αν μια στιγμή ή σε μια διάρκεια, η ταχύτητα και επιτάχυνση έχουν **ομόσημες** αλγεβρικές τιμές, το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται. Αν είναι **ετερόσημες**, το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται.*



(IV) Μελέτη απλού διαγράμματος u-t

- *Αφού στο u – t έχουμε πλάγιο ευθύγραμμο τμήμα, η κίνηση είναι ε.ο.μ.κ.*
- *Η ταχύτητα έχει σε όλη τη διάρκεια της κίνησης αλγεβρική τιμή θετική. Άρα το σωμάτιο κινείται **ομόρροπα** με τον άξονα.*
- *Το μέτρο της ταχύτητας από τιμή 6 m/sec , ανεβαίνει σε τιμή 20 m/sec. Επομένως αναμένω ομόσημη με την ταχύτητα αλγεβρική τιμή στην επιτάχυνση (θετική).*

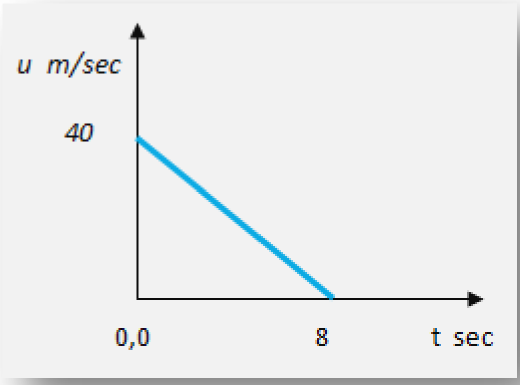
- *Αλγεβρικά στο s.i.* $a = \frac{u_{τελ} - u_{αρχ}}{Δt} = \frac{20-6}{4} = \frac{14}{4} = +3{,}5\ m/sec^2$

  Με εξίσωση κίνησης : $u = u_o + a.t \xrightarrow{για\ \ t=4\ sec} 20 = 6 + a\,.4 \rightarrow a = \cdots = 3{,}5\, m/sec^2$

- *Μετατόπιση* $Δx = \text{"εμβαδόν τραπεζίου"} = (s.i.) = \frac{20+6}{2}\,.4 = \ +52\, m$

  Με εξίσωση κίνησης : $Δx = u_o t + \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{για\ \ t=4\ sec} (s.i.) \rightarrow\ Δx = 6\,.4 + \frac{1}{2}\,.3{,}5\,.16\ = \cdots = 52\, m$

***Ηθικό δίδαγμα** : Το διάγραμμα u – t εμφανίζει πλάγιο ευθύγραμμο τμήμα και προσφέρει επιτάχυνση και μετατόπιση. Δίνει όμως –εν γένει- και ό,τι πληροφορίες θες, για να εργαστείς με εξισώσεις.*



(V) Μελέτη διαγράμματος u – t

- *Αφού στο u – t έχουμε πλάγιο ευθύγραμμο τμήμα, η κίνηση είναι ε.ο.μ.κ.*
- *Η ταχύτητα έχει σε όλη τη διάρκεια της κίνησης αλγεβρική τιμή θετική. Άρα το σωμάτιο κινείται **ομόρροπα** με τον άξονα. Τη στιγμή t=8 sec, η ταχύτητα μηδενίζεται, δηλαδή το κινητό σταματά.*
- *Το μέτρο της ταχύτητας από τιμή 40 m/sec , μειώνεται σε τιμή 0 m/sec. Επομένως αναμένω **ετερόσημη** με την ταχύτητα αλγεβρική τιμή στην επιτάχυνση (αρνητική). Έχουμε δηλαδή επιβράδυνση!*

- *Αλγεβρικά στο s.i.* $a = \frac{u_{\tau\varepsilon\lambda} - u_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} = \frac{0-40}{8} = -5 \;\; m/sec^2$

(α) *Με εξίσωση κίνησης :* $u = u_o + a.t \xrightarrow{\gamma\iota\alpha \;\; t=8sec} 0 = 40 + a\,.8 \rightarrow a = \cdots = -5\, m/sec^2$

ή

~~(β)~~ $u = u_o - \boldsymbol{\alpha}.t \xrightarrow{\gamma\iota\alpha \;\; t=8sec} 0 = 40 - \boldsymbol{\alpha}\,.8 \rightarrow \alpha = \cdots = \mathbf{5}\, m/sec^2$ *αυτό είναι το **μέτρο** της επιτάχυνσης, η φορά της έχει ήδη δηλωθεί και έχει ενσωματωθεί στο (-) της εξίσωσης.*

- *Μετατόπιση* $\Delta x =$ "εμβαδόν τριγώνου" $= (s.i.) = \frac{1}{2}\,.8\,.\;40 = \;+160\, m$

(α) *Με εξίσωση κίνησης :* $\Delta x = u_o t + \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{\gamma\iota\alpha \;\; t=8\;sec} (s.i.) \;\rightarrow\; \Delta x = 40\,.8 + \frac{1}{2}\,.(-5)\,.64 \;= \cdots = 160\, m$

ή

~~(β)~~ $\Delta x = u_o t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{\gamma\iota\alpha \;\; t=8\;sec} (s.i.) \;\rightarrow\; \Delta x = 40\,.8 - \frac{1}{2}\,.5\,.64 \;= \cdots = 160\, m$

Ηθικό δίδαγμα *: Όταν εργάζεστε με τις εξισώσεις της ε.ο.μ.κ. σε άξονες ή με διαγράμματα, τότε χρησιμοποιείστε την τεχνική (α).*
Όταν εργάζεστε –περιγραφικές ασκήσεις- με διαστήματα s, τότε μπορείτε να χρησιμοποιείστε την τεχνική (β).

VI Όχημα κινείται με σταθερή ταχύτητα $u_o = 32\ \mathrm{m/sec}$. Ο οδηγός αντιλαμβανόμενος εμπόδιο, πατάει φρένο και το όχημα επιβραδύνει με σταθερή επιβράδυνση μέτρου $\alpha = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}^2}$ Βρείτε :

Πότε και πόσο μακριά θα σταματήσει το όχημα, από την στιγμή που πατήθηκε το φρένο.

Είναι φανερό ότι αν αποδώσουμε θετική αλγεβρική τιμή στην αρχική ταχύτητα, η επιβράδυνση θα έχει αρνητική οπότε μπορούμε να λέμε :
Εξίσωση ταχύτητας :

$u = u_o - \boldsymbol{a}.t \rightarrow \cdots σταματά \rightarrow 0 = u_o - a.t \rightarrow t = \frac{u_o}{a} \rightarrow s.i. \rightarrow t = \frac{32}{4} = 8\,sec$ *(Εδώ αντικαθιστούμε την επιτάχυνση με το μέτρο της **α**)*

ή

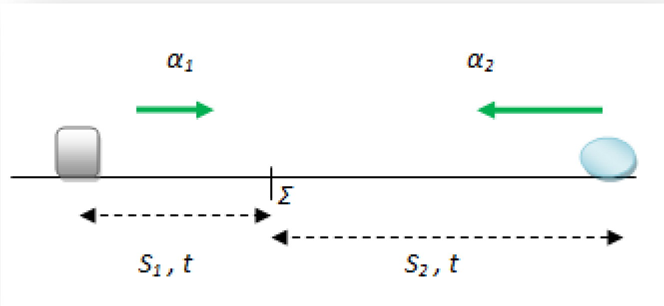
$u = u_o + a.t \rightarrow \cdots σταματά \rightarrow 0 = u_o + a.t \rightarrow t = -\frac{u_o}{a} \rightarrow s.i. \rightarrow t = -\frac{32}{-4} = 8\,sec$ *(Εδώ αντικαθιστούμε την επιτάχυνση με την αλγεβρική της τιμή)*

Διάστημα :

$$s = u_o t - \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2 \rightarrow s.i. \rightarrow s = 32\,.8 - \frac{1}{2}\,4\,.64 = 128\,m \quad (\,α :\ μέτρο\,)$$

ή $\Delta x = u_o t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow s.i. \rightarrow s = 32\,.8 + \frac{1}{2}\,(-4).64 = 128\,m$ *(α : αλγεβρική τιμή)*

VII . Δυο σώματα απέχουν απόσταση d=250 m σε ευθύ δρόμο και κάποια στιγμή ξεκινούν ταυτόχρονα να κινούνται το ένα προς το άλλο, με επιταχύνσεις $\alpha_1 = 2\,m/sec^2$ και $\alpha_2 = 3\,m/sec^2$. Πότε θα συναντηθούν και σε ποιο σημείο;



Θα συναντηθούν στο σημείο Σ. Αυτό σημαίνει ότι

$S_1 + S_2 = d$ *(1)*

Αν εξετάσουμε κάθε όχημα χωριστά, μετατόπιση και διάστημα έχουν ίσες τιμές, οπότε με ελευθερία γράφω :

$S_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2$ *(2)* *Και* $S_2 = \frac{1}{2}a_2 t^2$ *(3)*

Αντικαθιστώ τις (2) και (3) στην (1) οπότε :

$$\frac{1}{2}a_1 t^2 + \frac{1}{2}a_2 t^2 = d \rightarrow (a_1 + a_2).t^2 = 2d \rightarrow s.i. \rightarrow 5\,.t^2 = 2\,.250 \rightarrow t = 10\,sec$$

Εύκολα πλέον από τις εξισώσεις (2) και (3) βρίσκουμε ότι : $S_1 = 100\,m$ *και* $S_2 = 150\,m$

Ηθικό δίδαγμα *: Σε ασκήσεις περιγραφικές, όταν επιτρέπεται να εργάζεσαι με διαστήματα S, η μελέτη ολοκληρώνεται γρήγορα και εύκολα…*

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)