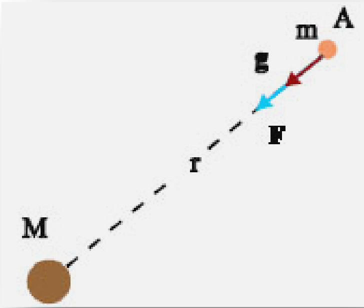
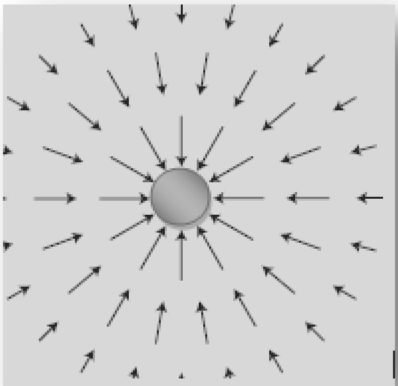
ΕΝΤΑΣΗ ΒΑΡΥΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ (λέγε με επιτάχυνση βαρύτητας !)

Η ένταση του βαρυτικού πεδίου είναι μέγεθος **διανυσματικό**. Κάθε σημείο έχει τη δική του ένταση. Ως μέγεθος **συμμετέχει στην διαμόρφωση της δύναμης** -που θα δεχτεί μια μάζα, όταν βρεθεί σε οιοδήποτε σημείο του πεδίου.



Στο σχήμα, η μάζα Μ δημιουργεί βαρυτικό πεδίο και η μάζα m ευρίσκεται σε ένα σημείο Α του εν λόγω πεδίου και δέχεται δύναμη $\vec{F}$. Στο σημείο Α, ένταση είναι $\vec{g}$.



- Το **μέτρο του διανύσματος** της έντασης εκφράζεται από τη σχέση

$g = G\frac{M}{r^2}$ (1)

Όπου Μ είναι η μάζα που δημιουργεί το πεδίο και **r** η απόσταση του όποιου σημείου Α από τη μάζα-πηγή.

- Η ένταση έχει **φορά πάντα** προς το κέντρο της πηγής (*)

- Η δύναμη που δέχεται μια μάζα m, όταν βρεθεί σε ένα σημείο του πεδίου, το οποίο –πεδίο- δημιουργεί η Μ :

$$\vec{F} = m\,.\vec{g} \qquad (2)$$

Η σχέση (2), λέει ότι η δύναμη είναι πάντα ομόρροπη της έντασης και αυτό πρακτικά οδηγεί στον ελκτικό χαρακτήρα των δυνάμεων βαρύτητας.

- Μονάδα της έντασης είναι το 1N/kg ή 1m/sec^2, δηλαδή μετριέται σε μονάδες επιτάχυνσης.

- Να πώς ενσωματώνεται το μέτρο της έντασης στον νόμο της παγκόσμιας έλξης:

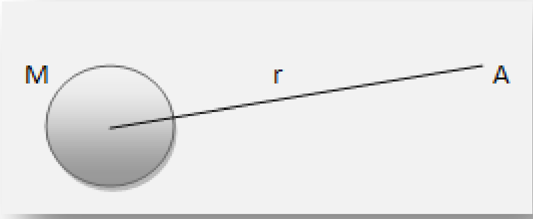
$$(2) \rightarrow F = m\,.g \rightarrow \lambda\acute{o}\gamma\omega\ \tau\eta\varsigma\ (1) \rightarrow F = G\frac{M\,.m}{r^2} \qquad (3)$$

- Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής λέει ότι αν σε σώμα δράσει μια δύναμη, τότε θα αποκτήσει επιτάχυνση, σύμφωνα με την εξίσωση $\vec{F} = m\,.\vec{a}$ (4)
  Από τη σύγκριση των εξισώσεων (2) και (4) προκύπτει αβίαστα ότι : Στο πεδίο βαρύτητας, η ένταση του πεδίου σε ένα σημείο ταυτίζεται με την επιτάχυνση που θα αποκτήσει ένα σώμα αν αφεθεί ελεύθερο σε εκείνο το σημείο.

(*) Αν η μάζα-πηγή δεν είναι σημειακή, αλλά ομογενής σφαίρα ή σφαιρικός φλοιός, τότε η απόσταση r σε όλες τις προαναφερόμενες εξισώσεις, μετράτε από το κέντρο της σφαίρας. Σε κάθε περίπτωση μελετάμε το τι συμβαίνει **έξω** από την μάζα-πηγή και όχι στο εσωτερικό της…

ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΕ ΣΗΜΕΙΟ ΒΑΡΥΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Έστω μια μάζα M που είναι η πηγή βαρυτικού πεδίου. Η μάζα μπορεί να είναι σημειακή ή σφαιρική. Έστω A ένα σημείο σε απόσταση r από την πηγή.



Λέμε δυναμικό στο σημείο A (συμβολισμός V_A), ένα **μονόμετρο** μέγεθος $V_A = -\frac{GM}{r} < 0$, που μας δίνει την δυνατότητα να εργαστούμε ενεργειακά, υπολογίζοντας έργο δύναμης (W) και δυναμική ενέργεια συστήματος μαζών (U).

Μονάδα δυναμικού στο s.i. είναι το 1 joule/kg

▶ *Ποιο έργο υπολογίζουμε ;*

α) Υπολογίζουμε το έργο της δύναμης του πεδίου $F = G\frac{M.m_o}{r^2}$ για την μετάβαση μιας μάζας m_o από το A στο άπειρο!

$$W_{A \xrightarrow{\text{δύναμης πεδίου}} \infty} = m_o V_A$$

Το δυναμικό σε ένα σημείο βαρυτικού πεδίου είναι V_A = -6 joule/kg. Αν θελήσουμε να μεταφέρουμε μάζα m_o=60 kg, από το A μέχρι το άπειρο, πρέπει να δώσουμε τουλάχιστον ενέργεια ίση με 360 joule.

ΘΜΚΕ, για να πάμε μια μάζα στο άπειρο, χωρίς να έχει εκεί ταχύτητα.

$$K_\infty - K_A = W_{A \xrightarrow{\text{δύναμης πεδίου}} \infty} + E_{\text{προφερόμενη δική μας}} \to 0 - 0 = m_o V_A + E_{\text{προφερόμενη δική μας}}$$

$$\to \quad E_{\text{προφερόμενη δική μας}} = -m_o V_A = -60 . (-6) = 360\, joule$$

β) Υπολογίζουμε το έργο της δύναμης του πεδίου για μετάβαση μιας μάζας m_o από ένα σημείο A σε κάποιο άλλο σημείο B του πεδίου.

$$W_{A \xrightarrow{\text{δύναμης πεδίου}} B} = m_o(V_A - V_B)$$

Είδαμε ότι το δυναμικό μας προσφέρει τη δυνατότητα να υπολογίσουμε με άνεση το έργο μιας μεταβλητού μέτρου δύναμης, όπως είναι η δύναμη της παγκόσμιας έλξης. Το έργο όμως είναι δομικό στοιχείο το ΘΜΚΕ. Επομένως το δυναμικό μας βοηθά να γράψουμε μια σπουδαία –στο χώρο της μηχανικής- εξίσωση.

▶ *Ποια ενέργεια υπολογίζουμε;*

Έστω ότι έχουμε ένα βαρυτικό πεδίο που φτιάχνει κάποια μάζα ή κάποιες μάζες. Έστω επίσης ένα σημείο A του πεδίου αυτού, με τιμή δυναμικού V_A. Στο σημείο αυτό τοποθετούμε μια μάζα m_o.

Η δυναμική βαρυτική ενέργεια στο σύστημα ***που οφείλεται στη παρουσία της m_o στο σημείο A***, δίνεται από την εξίσωση :

$$U = m_o V_A \qquad (1)$$

Ας δούμε πώς διαμορφώνεται η (1) όταν υπάρχει μια μάζα πηγή M.

$$U = m_o\, V_A \;\rightarrow U = \; m_o\left(-\frac{GM}{r_A}\right) = \; -G\,\frac{M.m_o}{r_A} \qquad (2)$$

…Και αν έχουμε πολλές πηγές :

$$U = m_o\, V_A \;\rightarrow U = \; m_o\left\{\left(-\frac{GM_1}{r_{1A}}\right) + \left(-\frac{GM_2}{r_{2A}}\right) + \left(-\frac{GM_3}{r_{3A}}\right) + \cdots\right\} = \; \kappa\lambda\pi \qquad (3)$$

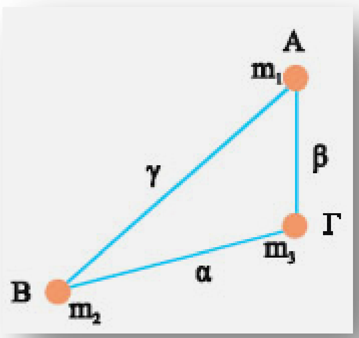
Η προσφορά του δυναμικού στον υπολογισμό της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι σημαντική, διότι μας δίνει τη δυνατότητα να εργαστούμε με ΑΔΜΕ και ΑΔΕ, αφού σε αυτές τις εξισώσεις η παρουσία της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας U, είναι απαραίτητη.

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΒΑΡΥΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Η δυναμική ενέργεια συστήματος δύο υλικών σημείων με μάζες m_1, m_2, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση r, αποδίδεται από τη διπλανή εξίσωση.

$$U = -G\,\frac{m_1 m_2}{r}$$

Το αρνητικό πρόσημο στη σχέση υποδηλώνει ότι για να κάνουμε άπειρη την απόσταση δυο μαζών που βρίσκονται αρχικά σε απόσταση r πρέπει να προσφέρουμε ενέργεια στο σύστημα.



Η δυναμική ενέργεια συστήματος τριών υλικών σημείων υπολογίζεται ως άθροισμα όλων των δυναμικών ενεργειών **όλων** των ζευγαριών μάζας.

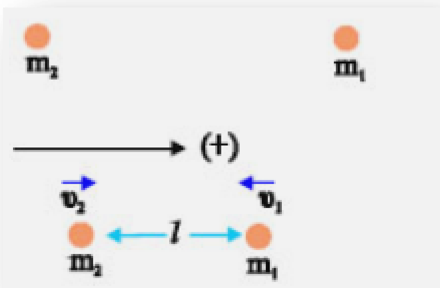
Έτσι :

$$U = -G\,\frac{m_1 m_2}{\gamma}\; -G\,\frac{m_1 m_3}{\beta}\; -G\,\frac{m_2 m_3}{\alpha}$$

5.13 Δύο σφαιρικές μάζες m_1 και m_2 ηρεμούν σε **άπειρη** απόσταση μεταξύ τους. Εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης που ασκεί η μια στην άλλη αρχίζουν να κινούνται πλησιάζοντας μεταξύ τους. Αν κατά τη διάρκεια της κίνησής τους δεν ασκείται σε αυτές άλλη δύναμη, να βρείτε τις ταχύτητες των μαζών τη στιγμή που βρίσκονται σε απόσταση ***L*** μεταξύ τους. Δίνεται το G.

Εφόσον οι μάζες δε δέχονται άλλες δυνάμεις εκτός από τη μεταξύ τους ελκτική δύναμη, το σύστημά τους είναι απομονωμένο και η ορμή του διατηρείται εσαεί.

Αν θεωρήσουμε ως αρχική θέση τη θέση όπου οι μάζες ηρεμούν και ως τελική αυτή όπου οι μάζες απέχουν μεταξύ τους απόσταση θα ισχύει:



ΑΔΟ : $0+0=m_1\overrightarrow{u_1}+m_2\overrightarrow{u_2} \rightarrow 0=m_1(-u_1)+m_2u_2 \rightarrow \boxed{m_1u_1=m_2u_2}$ (1)

ΑΔΜΕ : $K_{\alpha\rho\chi}+U_{\alpha\rho\chi}= K_{\tau\varepsilon\lambda}+U_{\tau\varepsilon\lambda} \rightarrow \boxed{0+0=\frac{1}{2}\,m_1u_1^2+\frac{1}{2}\,m_2u_2^2-G\,\frac{m_1\,.\,m_2}{L}}$ (2)

Από τις παραπάνω εξισώσεις μπορούμε να εμφανίσουμε μορφές υπολογισμού δυο αγνώστων. Στη εν λόγω περίπτωση ζητούνται μέτρα ταχυτήτων.

$u_1=m_2\sqrt{\frac{2G}{L.(m_1+m_2)}}$ και $u_2=m_1\sqrt{\frac{2G}{L.(m_1+m_2)}}$ Αξίζει να προσπαθήσετε…

ΣΗΜΕΙΩΜΑ: Σας προτείνω να δείτε το υλικό, που αφορά τη μηχανική ενέργεια και την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (ΑΔΜΕ). Υλικό που θα βρείτε στις αναρτήσεις της Α λυκείου.

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)