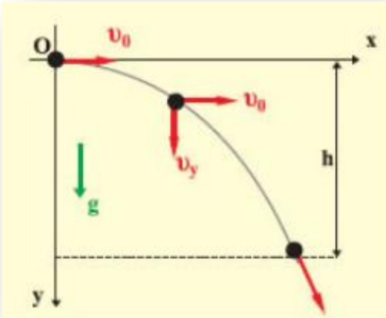
1. Ένας αστροναύτης βρίσκεται στη Σελήνη, και αφήνει ένα σώμα από ύψος 7,2m που φτάνει στο έδαφος μετά από 3s.

Α. Πόση είναι η επιτάχυνση βαρύτητας στη Σελήνη;

Β. Αν ο αστροναύτης πετάξει το σώμα **οριζόντια** με ταχύτητα 12m/s από το ίδιο ύψος,

i) Πόσος χρόνος χρειάζεται μέχρι να φτάσει το σώμα στο έδαφος;

ii)Πόση οριζόντια απόσταση θα διανύσει μέχρι να φτάσει στο έδαφος;



Α. Ελεύθερη πτώση είναι η κίνηση που κάνει το σώμα, όταν αφεθεί ελεύθερο σε ύψος h.

Η εξίσωση κίνησης στον κατακόρυφο άξονα Oy δίνει :

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 2y = gt^2 \rightarrow g = \frac{2y}{t^2} = (s.i.\ \ y = h) = \frac{2\ .\ 7{,}2}{9} = 1{,}6\ \ \frac{m}{sec^2}$$

Β(i). Ο χρόνος θα είναι πάλι t=3 sec, διότι η αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, επιβάλλει να γίνει χρήση της εξίσωσης, της προηγούμενης παραγράφου.

Β(ii). Η μέγιστη οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) υπολογίζεται από την εξίσωση:

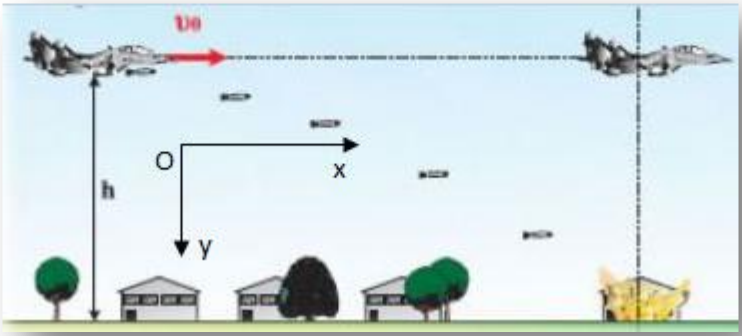
$x_{max} = u_o.t_{\kappa\iota\nu} = (s.i.) = 12\ .3 = 36\ m$

2. Ένα αεροπλάνο πετά οριζόντια σε ύψος h = 500m με ταχύτητα 150m/s και **αφήνει** μια βόμβα.

Α. Να γράψετε τις εξισώσεις για την ταχύτητα και τη μετατόπιση που περιγράφουν την κίνηση της βόμβας.

Β. Αν ο χρόνος πτώσης της βόμβας είναι 10s, να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Γ. Να βρείτε το σημείο που βρίσκεται το αεροπλάνο όταν η βόμβα φτάνει στο έδαφος.



Α. Για ένα σύστημα συντεταγμένων με οριζόντιο άξονα Ox και κατακόρυφο άξονα Oy, όπως φαίνεται *–μετατοπισμένο σε μικρογραφία-* ισχύουν οι εξισώσεις :

$x = u_o.t$ *(1)* $\qquad u_x = u_o$ *(2)*

$y = \frac{1}{2}gt^2$ *(3)* *και* $\qquad u_y = g.t$ *(4)*

Β. Από την εξίσωση (3), με δεδομένο ότι y=h έχουμε :

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 2y = gt^2 \rightarrow (y = h) \rightarrow g = \frac{2h}{t^2} = (s.i.) = \frac{2\ .\ 500}{100} = 10\ \frac{m}{sec^2}$$

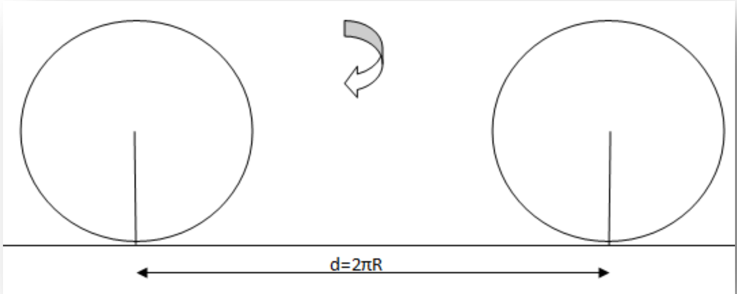
Γ. Η κίνηση του αεροπλάνου και η κίνηση της βόμβας, στον άξονα Ox, περιγράφονται –στο σύστημα συντεταγμένων- από τις ίδιες εξισώσεις, αρκεί το αεροπλάνο να μη αλλάξει ταχύτητα (διεύθυνση, φορά, μέτρο).

Επομένως η οριζόντια μετατόπιση –για τα δυο αντικείμενα- μέχρι να πέσει η βόμβα στο έδαφος, είναι:

$x_{max} = u_o.t_{\kappa\iota\nu} = (s.i.) = 150\ .10 = 1500\ m$

Κάθε στιγμή το αεροπλάνο (αφού έχουν ίδια θέση $x = u_o t$), θα βρίσκεται ακριβώς πάνω από τη βόμβα.

***3.** Ένα όχημα έχει λάστιχα διαμέτρου 0,8m. Βρείτε τη ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου στο πέλμα του ελαστικού όταν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 35m/s.



*Ο τροχός **κυλίεται**… Σε χρόνο Τ πραγματοποιεί μια πλήρη στροφή και ταυτόχρονα μεταφέρεται αφήνοντας ίχνος στο επίπεδο σε απόσταση ίση με τη περιφέρεια του δηλαδή d=2πR (σχήμα).*

✓ *Εφόσον στρέφεται **ομαλά**, σημαίνει ότι :*

$$\upsilon_{\gamma\rho\alpha\mu.\ \sigma\eta\mu\varepsilon\acute{\iota}\omega\nu\ \pi\varepsilon\rho\iota\varphi.} = \frac{\pi\varepsilon\rho\iota\varphi\acute{\varepsilon}\rho\varepsilon\iota\alpha}{\pi\varepsilon\rho\acute{\iota}o\delta o\varsigma} = \frac{2\pi.R}{T} \qquad (1)$$

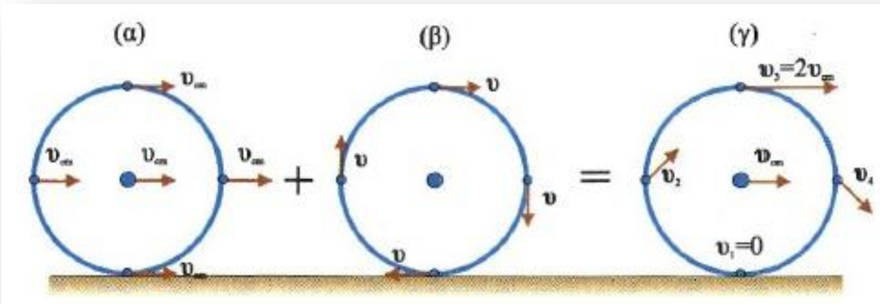
✓ *Και αφού μεταφέρεται με σταθερή ταχύτητα προς τα δεξιά, σημαίνει ότι όλα τα σημεία του θα έχουν μια σταθερή μεταφορική ταχύτητα (φανταστείτε τροχό αυτοκινήτου μπλοκαρισμένο να ολισθαίνει πάνω στο οδόστρωμα) :*

$$\upsilon_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho.} = \frac{\delta\iota\alpha\delta\rho o\mu\acute{\eta}}{\chi\rho\acute{o}\nu o\varsigma} = \frac{2\pi R}{T} = u_{cm} \qquad (2)$$

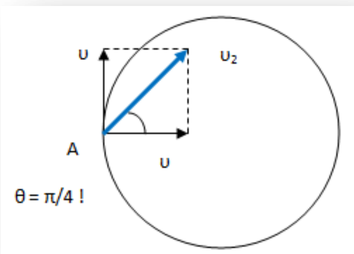
Από τις σχέσεις (1) και (2) γίνεται φανερό ότι σε κάθε σημείο της περιφέρειας του κυλιόμενου τροχού έχουμε δυο ίσου μέτρου ταχύτητες (την γραμμική και την μεταφορική).

Στο σχήμα φαίνεται ό,τι περιγράψαμε πιο πάνω για τις ταχύτητες (εικόνα από το βιβλίο θετικής ομάδας προσανατολισμού Γ τάξης Λυκείου).

*…Εδώ τώρα, μπορούμε να **συνθέσουμε** τις δυο ταχύτητες (μεταφορική στο α και γραμμική στο β) και να υποστηρίξουμε ότι η ταχύτητα σε κάθε σημείου της περιφέρειας του κυλιόμενου τροχού κυμαίνεται μεταξύ του μηδέν και της τιμής 2υ!*



Για την κεντρομόλο επιτάχυνση απαντάμε : $\alpha_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho.} = \frac{\upsilon^2_{\gamma\rho\alpha\mu\mu\iota\kappa\acute{\eta}}}{R} = \frac{35\ x\ 35}{0{,}4} = \cdots \frac{m}{sec^2}$



Αποδείξτε ότι : $\upsilon_2 = \upsilon_4 = \upsilon\sqrt{2} = \cdots = 35\sqrt{2}\ \frac{m}{sec}$. *Σας προσφέρω το σχήμα !*

***Υστερολόγιο** : Είναι προφανές ότι αυτή εδώ η άσκηση δεν μπορεί να διδαχτεί στη στην Α τάξη ούτε στη θετική ομάδα προσανατολισμού Β τάξης, όπου κι εμφανίζεται πάλι. Η εν λόγω άσκηση είναι αντικείμενο μελέτης στη Γ θετική …*

***4.** Υπολογίστε την ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση που οφείλεται στην περιστροφή της Γης, ενός αντικειμένου που βρίσκεται στον Ισημερινό της Γης. Δίνεται ότι η ακτίνα του Ισημερινού είναι 6.380km. Η περίοδος περιστροφής της Γης είναι Τ = 24h.

Γραμμική ταχύτητα : $u = \frac{2\pi.R}{T} = \frac{2\ .\ 3{,}14\ .\ 6380\ \ Km}{24\ \ h} \cong 1670\ km/h$

Κεντρομόλος επιτάχυνση : $\alpha_\kappa = \frac{u^2}{R} = \frac{1670\ .\ 1670}{6380} \cong 437\ \frac{km^2}{h}$

Προσοχή στις μονάδες…

5. Ένα pulsar (ταχέως περιστρεφόμενο αστέρι νετρονίων) έχει διάμετρο 13,8km και περιστρέφεται με συχνότητα 8,5Hz. Υπολογίστε την ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου που βρίσκεται στον Ισημερινό του αστεριού.

Συχνότητα f=8,5 Hz, σημαίνει ότι σε 1 sec κάνει 8,5 στροφές γύρω από τον άξονά του (η Γη κάνει 1 στροφή σε 24 h)!
Έχει τρομακτική πυκνότητα, τρομακτικό μαγνητικό πεδίο και εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικούς παλμούς… Τα Pulsar αποτελούν εξέλιξη της ζωής ενός μεγάλου αστέρα.

Βρείτε εύκολα από τις γνωστές εξισώσεις υ=26,9 m/sec & α=2193 m/sec^2

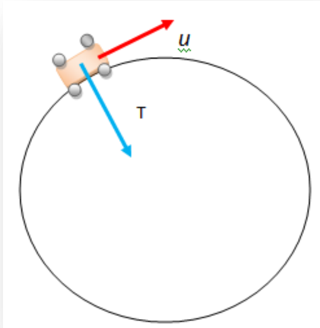
6. Ένας περιστρεφόμενος κάδος στεγνωτήρα λειτουργεί εκτελώντας 780 περιστροφές το λεπτό. Ο κάδος έχει **διάμετρο** 0,66m. Υπολογίστε:
Α. Την ταχύτητα ενός σημείου που βρίσκεται πάνω στο τοίχωμα του κάδου.
Β. Την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου του τοιχώματος.

Σε 1 λεπτό =60 sec κάνει 780 στροφές
Σε 1 sec κάνει f
f=780/60 = 13 Hz

Α. $u = 2\pi f R = (si) = 2\ .\ 3{,}14\ .\ 13\ .\left(\frac{0{,}66}{2}\right) \cong 27\ m/sec$

Β. $a_k = \frac{u^2}{R} = (si) = \cdots = 2.193\ m/sec^2$

***7.** Ένα αυτοκίνητο κινείται με **σταθερή ταχύτητα**, γύρω από μια κυκλική πλατεία **διαμέτρου** 135,2 m. Στην κίνηση αυτή η τριβή μεταξύ των τροχών και του οδοστρώματος, η οποία εμποδίζει την πλευρική ολίσθηση του αυτοκινήτου, λειτουργεί ως κεντρομόλος δύναμη. Εάν αυτή η τριβή δεν πρέπει να υπερβαίνει το 25% του βάρους του αυτοκινήτου, υπολογίστε τη *μέγιστη* ταχύτητα με την οποία μπορεί να κινείται το αυτοκίνητο χωρίς να ολισθαίνει. Δίνεται g = 10 m/s^2.



Η κίνηση είναι ομαλή κυκλική. Η τριβή παίζει –αυτή και μόνο αυτή- ρόλο κεντρομόλου δύναμης, οπότε :

$T_{\sigma\tau\alpha\tau} = m\,.\frac{u^2}{R}$

Η τριβή πρέπει να είναι στατική γιατί δεν θέλουμε πλαγιολίσθηση!

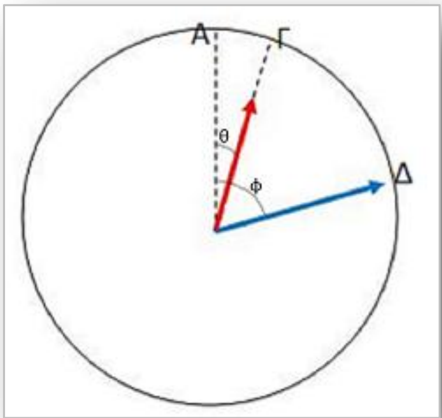
Όμως πρέπει…

$$T_{\sigma\tau\alpha\tau} \le \frac{25}{100}\,mg \;\to m\,.\frac{u^2}{R} \le \frac{mg}{4} \to 4u^2 \;\le gR \;\to u \le \frac{\sqrt{gR}}{2} \to \;u_{max} = \frac{\sqrt{gR}}{2} \to si \;\to u_{max} = 13\;m/sec$$

ΣΧΟΛΙΟ *: Είναι πολύ συνηθισμένο στη φυσική, η μέγιστη τιμή να προκύπτει ως αποτέλεσμα διαχείρισης κάποιας ανίσωσης.*

8. Να βρεθούν η περίοδος του ωροδείκτη και η περίοδος του λεπτοδείκτη ενός ρολογιού. Κάποια στιγμή το ρολόι δείχνει 12 το μεσημέρι. Μετά από πόση ώρα οι δείκτες σχηματίζουν γωνία π/3 rad για πρώτη φορά;

- *Περίοδος ωροδείκτη : T_1 = 12 h = 43200 sec (Όχι 24 h ! Είχε μπει και ως ερώτημα στις πανελλαδικές εξετάσεις και κάποια παιδιά έκαναν το λάθος…)*
- *Περίοδος λεπτοδείκτη : T_2=1 h=3600 sec*



Εξ ορισμού : $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \to$ *και στην ομαλή* $\to \omega = \frac{\theta}{t}$ *με τη γωνία να μετράται σε rad.*

Ύστερα από χρόνο t, από την σύμπτωση των δεικτών (12 μεσημέρι) έχουμε:

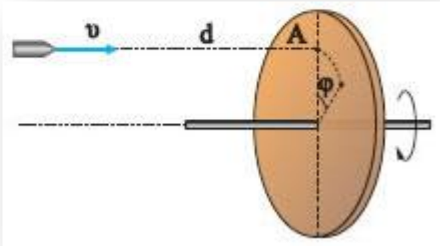
Ωροδείκτης γράφει γωνία ϑ : $\theta = \omega_{\omega\rho o\delta}\,.t \;\to\; \theta = \frac{2\pi}{T_1}\,t$ *(1)*

Λεπτοδείκτης γράφει γωνία φ: $\varphi = \frac{2\pi}{T_2}\,t$ *(2)*

Όμως –σύμφωνα με το σενάριο της άσκησης έχουμε:

$$\varphi - \theta = \frac{\pi}{3} \to \frac{2\pi}{T_2}\,t - \frac{2\pi}{T_1}\,t = \frac{\pi}{3} \to 2t.\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) = \frac{1}{3} \to \cdots t \cong 11\;min$$

9. Τη στιγμή που το βλήμα που φαίνεται στην εικόνα απέχει απόσταση d = 2m από το σημείο Α του δίσκου έχει ταχύτητα υ = 400m/s. Ο δίσκος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω. Τη στιγμή που το βλήμα κτυπά στο δίσκο, το σημείο Α έχει περιστραφεί κατά γωνία φ = 45°.
Να βρείτε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου.



Μελέτη κίνησης βλήματος : d =u . t (1)

Στον ίδιο χρόνο t, ο δίσκος στρέφεται κατά γωνία φ=45° =π/4 rad και εμείς μπορούμε να γράψουμε την εξίσωση, που αφορά αυτή τη στροφή:

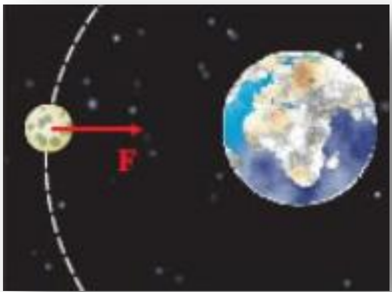
Δίσκος : φ=ω.t (2)

Διαιρούμε κατά μέλη τις δυο εξισώσεις :

$$\frac{d}{\varphi}=\frac{u}{\omega} \rightarrow (*) \rightarrow \frac{2}{\left(\frac{\pi}{4}\right)}=\frac{400}{\omega} \rightarrow 2\omega = 100\pi \rightarrow \omega = 50\pi\, rad/sec$$

(*) d, u μονάδες s.i. και φ, ω σε rad & rad/sec αντίστοιχα.

10. Δορυφόρος εκτελεί κυκλική κίνηση σε ύψος h = 6.400km **από την επιφάνεια της Γης** και έχει περίοδο 4h. Αν η ακτίνα της Γης είναι R = 6.400km, να υπολογιστούν:
Α. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου.
Β. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου.



Το κέντρο της κυκλική δορυφορικής τροχιάς είναι το κέντρο της Γης και αυτό σημαίνει ότι η ακτίνα είναι ίση με $r = R_{Γη} + h = 12800\ km$.

Η κίνηση του δορυφόρου είναι ομαλή, οπότε :

$$u = \frac{2\pi}{T}.r = \frac{2\,.\,3{,}14}{4\,h}.12800\,km = 20096\frac{km}{h} = 20096.\frac{1000\,m}{3600\ sec} \cong 5582\,m/sec$$

Γωνιακή ταχύτητα $\omega = \frac{2\pi}{T} = (si) = \frac{2\,.\,3{,}14}{4\,.\,3600} = 4{,}36\ 10^{-4} \quad rad/sec$