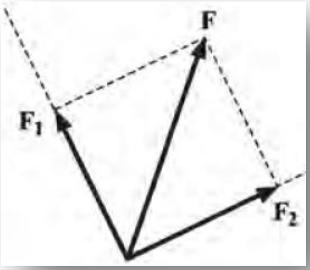
1. Έστω μια δύναμη F = 10N. Να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες F_1 και F_2, που είναι κάθετες μεταξύ τους και έχουν ίσες τιμές.

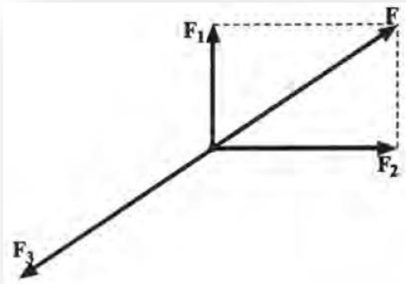


Αφού $F_1 = F_2$, έχουμε ένα γεωμετρικό σχήμα που είναι τετράγωνο.

Αυτό σημαίνει ότι κάθε συνιστώσα σχηματίζει με την αρχική δύναμη F, γωνία 45^{o} και το πυθαγόρειο θεώρημα –εφαρμοζόμενο- λέει :

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 \;\rightarrow\; F^2 = 2F_1^2 \rightarrow F = \sqrt{2}\,.F_1 \;\rightarrow\; F_1 = \frac{F}{\sqrt{2}} = \frac{F\,.\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}\;N$$

2. Δύο δυνάμεις F_1 = 4N και F_2 = 5N ασκούνται στο ίδιο σωμάτιο και είναι κάθετες μεταξύ τους. Να βρεθεί η δύναμη F_3 που πρέπει να ασκηθεί στο σωμάτιο, ώστε αυτό να ισορροπεί.



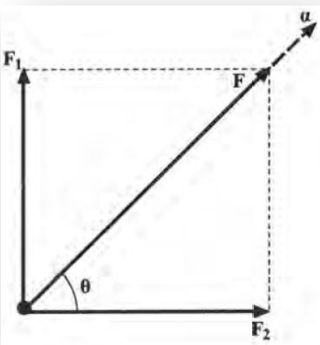
Πρέπει η συνισταμένη των δύο, να είναι αντίθετη της τρίτης, για να ισορροπεί το σωμάτιο.

Πυθαγόρειο :

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 \;\rightarrow\; F^2 = (s.i.) = 16 + 25 = 41 \;\rightarrow F = \sqrt{41}\;\; N$$

Η τρίτη δύναμη πρέπει να είναι αντίθετη της F…

3. Στο ίδιο σημείο ενός σώματος μάζας 1kg ασκούνται δύο κάθετες μεταξύ τους δυνάμεις F_1 = 6N και F_2 = 8N. Να προσδιορίσετε την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα (μέτρο και κατεύθυνση).



Κάθετες δυνάμεις σημαίνει σχεδίαση και δικαίωμα χρήσης πυθαγορείου θεωρήματος.

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 \;\rightarrow\; F^2 = (s.i.) = 36 + 64 = 100 \;\rightarrow F = 10\,N$$

Ο $2^{ος}$ νόμος του Νεύτωνα λέει : $\vec{F} = m\,.\vec{a}$ (1) Δηλαδή ότι το διάνυσμα της επιτάχυνσης έχει ΠΑΝΤΑ την ίδια κατεύθυνση με τη συνισταμένη δύναμη και μέτρο :

$$F = m.a \;\rightarrow a = \frac{F}{m} = (s.i.) = \frac{10}{1} = 10\;\frac{m}{sec^2}$$

Η κατεύθυνση του διανύσματος της επιτάχυνσης, εκφράζεται μέσω τριγωνομετρικού αριθμού **εφθ** (συνήθως) ή ημθ ή συνθ. Εδώ $\varepsilon\varphi\theta = \frac{F_1}{F_2} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ και αυτό αρκεί!

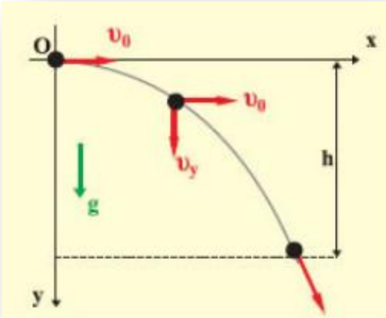
4. Ένας αστροναύτης βρίσκεται στη Σελήνη, και αφήνει ένα σώμα από ύψος 7,2m που φτάνει στο έδαφος μετά από 3s.

Α. Πόση είναι η επιτάχυνση βαρύτητας στη Σελήνη;

Β. Αν ο αστροναύτης πετάξει το σώμα **οριζόντια** με ταχύτητα 12m/s από το ίδιο ύψος,

i) Πόσος χρόνος χρειάζεται μέχρι να φτάσει το σώμα στο έδαφος;

ii)Πόση οριζόντια απόσταση θα διανύσει μέχρι να φτάσει στο έδαφος;



Α. Ελεύθερη πτώση είναι η κίνηση που κάνει το σώμα, όταν αφεθεί ελεύθερο σε ύψος h.

Η εξίσωση κίνησης στον κατακόρυφο άξονα Oy δίνει :

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 2y = gt^2 \rightarrow g = \frac{2y}{t^2} = (s.i.\ \ y = h) = \frac{2\ .\ 7{,}2}{9} = 1{,}6\ \ \frac{m}{sec^2}$$

Β(i). Ο χρόνος θα είναι πάλι t=3 sec, διότι η αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, επιβάλλει να γίνει χρήση της εξίσωσης, της προηγούμενης παραγράφου.

Β(ii). Η μέγιστη οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) υπολογίζεται από την εξίσωση:

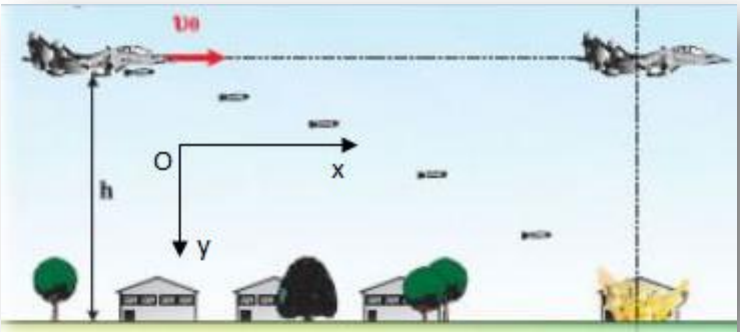
$x_{max} = u_o.t_{\kappa\iota\nu} = (s.i.) = 12\ .3 = 36\ m$

5. Ένα αεροπλάνο πετά οριζόντια σε ύψος h = 500m με ταχύτητα 150m/s και **αφήνει** μια βόμβα.

Α. Να γράψετε τις εξισώσεις για την ταχύτητα και τη μετατόπιση που περιγράφουν την κίνηση της βόμβας.

Β. Αν ο χρόνος πτώσης της βόμβας είναι 10s, να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Γ. Να βρείτε το σημείο που βρίσκεται το αεροπλάνο όταν η βόμβα φτάνει στο έδαφος.



Α. Για ένα σύστημα συντεταγμένων με οριζόντιο άξονα Ox και κατακόρυφο άξονα Oy, όπως φαίνεται –*μετατοπισμένο σε μικρογραφία*- ισχύουν οι εξισώσεις :

$x = u_o.t$ *(1)* $\quad\quad u_x = u_o$ *(2)*

$y = \frac{1}{2}gt^2$ *(3)* *και* $\quad\quad u_y = g.t$ *(4)*

Β. Από την εξίσωση (3), με δεδομένο ότι y=h έχουμε :

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 2y = gt^2 \rightarrow (y = h) \rightarrow g = \frac{2h}{t^2} = (s.i.) = \frac{2\ .\ 500}{100} = 10\ \frac{m}{sec^2}$$

Γ. Η κίνηση του αεροπλάνου και η κίνηση της βόμβας, στον άξονα Ox, περιγράφονται –στο σύστημα συντεταγμένων- από τις ίδιες εξισώσεις, αρκεί το αεροπλάνο να μη αλλάξει ταχύτητα (διεύθυνση, φορά, μέτρο).

Επομένως η οριζόντια μετατόπιση –για τα δυο αντικείμενα- μέχρι να πέσει η βόμβα στο έδαφος, είναι:

$x_{max} = u_o.t_{\kappa\iota\nu} = (s.i.) = 150\ .10 = 1500\ m$

Κάθε στιγμή το αεροπλάνο (αφού έχουν ίδια θέση $x = u_o t$ *), θα βρίσκεται ακριβώς πάνω από τη βόμβα.*

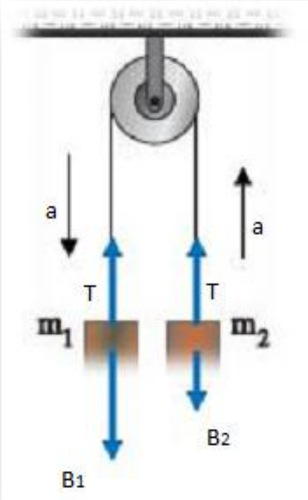
6. Τα σώματα που φαίνονται στην εικόνα έχουν μάζες m_1 = 3kg και m_2 = 1kg. Το σύστημα αφήνεται ελεύθερο από την ηρεμία.

Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται κάθε σώμα και να εφαρμόσετε για το καθένα το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής.

Β. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του κάθε σώματος.

Γ. Να υπολογιστεί η τάση του νήματος.

Να θεωρήσετε ότι και τα δύο σώματα δέχονται την ίδια τάση και ότι το g=10m/s^2.



ΓΕΝΙΚΑ

Αφού $B_1 > B_2$ *είναι λογικό να υποθέσουμε ότι τα σώματα στο σύστημα, θα κινηθούν όπως φαίνονται (*).*

Θα έχουν την ίδια ταχύτητα και την ίδια επομένως επιτάχυνση κάθε στιγμή, αφού το m_1 σέρνει το m_2, μη επιτρέποντάς το να κινηθεί πιο αργά. (αυτοκίνητο-τρέιλερ).

Θα δεχτούμε ότι στα άκρα του τεντωμένου νήματος, έχουμε ίσες σε μέτρο δυνάμεις να αναπτύσσονται στα δυο σώματα (κάτι που δεν είναι προφανές, όταν παρεμβάλλεται τροχαλία…)

Α. Σώμα μάζας m1 , 2^{ος} νόμος Νεύτωνα : $B_1 - T = m_1 . a$ *(1)*

Σώμα μάζας m2 , 2^{ος} νόμος Νεύτωνα : $T - B_2 = m_2 . a$ *(2)*

Β. Αν προσθέσουμε κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2) :

$$B_1 - B_2 = m_1 . \alpha + m_2 . a \;\rightarrow\; (m_1 - m_2) . g = (m_1 + m_2) . a \;\rightarrow a = \cdots = 5\ \frac{m}{sec^2}$$

Γ. Χρησιμοποιούμε μια από τις (1) ή (2) και βρίσκουμε την Τ (τάση νήματος την λέμε!)

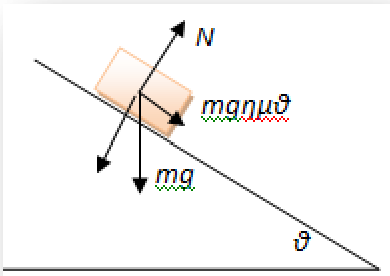
$$T - B_2 = m_2 . a \;\rightarrow T = (\alpha + g) . m_2 \rightarrow T = 15\,.1 = 15\ N$$

(*) Αν κάποιος υποστήριζε εξ αρχής, ότι το σύστημα θα κινηθεί ώστε η m2 να κατεβαίνει και η m1 να ανεβαίνει, θα υπολόγιζε αρνητική τιμή στην επιτάχυνση -5 $\frac{m}{sec^2}$ *! …και θα έπρεπε μετά να κάνει διορθώσεις.*

7. Ένα σώμα αφήνεται να γλιστρήσει από την κορυφή **λείου** κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης φ=30^o.

Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα και να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για την περίπτωση αυτή.

Β. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί το σώμα.

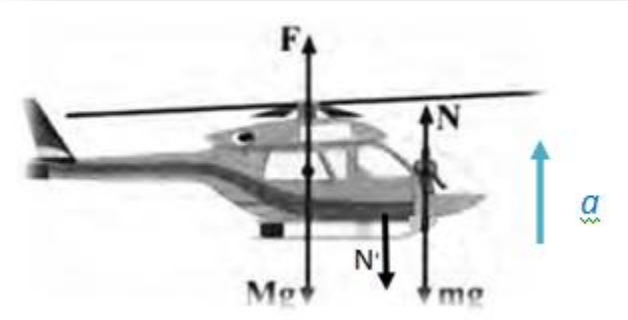


Α. Δεν υπάρχει τριβή. Στο σώμα ασκούνται το βάρος και η κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο απωστική δύναμη Ν.

Το βάρος αναλύεται στην mgσυνθ , που οφείλει να είναι αντίθετη της Ν (1^{ος} νόμος Νεύτωνα) και στην mgημθ, η οποία –σύμφωνα με τον 2^o νόμο του Νεύτωνα- θα προκαλέσει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Β. $mg . \eta\mu\theta = m\,.\,a \;\rightarrow a = g . \eta\mu\theta \;\rightarrow \alpha = g/2$

***8.** Ελικόπτερο έχει μάζα M = 1.920kg και ο πιλότος μάζα m = 80kg. Το σύστημα ανυψώνεται κατακόρυφα με επιτάχυνση $2m/s^2$.
Α. Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που δέχονται ο πιλότος και το ελικόπτερο.
Β. Να υπολογιστεί η ανυψωτική δύναμη που ασκείται στο ελικόπτερο.
Γ. Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται ο πιλότος από το κάθισμα.
Δίνεται g = $10m/s^2$.



Α. Οι δυνάμεις φαίνονται στο σχήμα. Ν και Ν' έχουν σχέση δράση –αντίδρασης και αφορούν την αλληλεπίδραση πιλότου-καθίσματος.
Η δύναμη F –ανυψωτική- ασκείται από τον αέρα στα πτερύγια του ελικοπτέρου, αφού τα πτερύγια σπρώχνουν αέρα προς τα κάτω.
Οριζόντια δύναμη δεν υπάρχει, διότι στη διεύθυνση αυτή δεν έχουμε κίνηση!

Β. Ελικόπτερο : $F - M.g - N' = M.a$ *(1)*

Πιλότος : N-mg = m.a (2)

προσθέτουμε κατά μέλη…

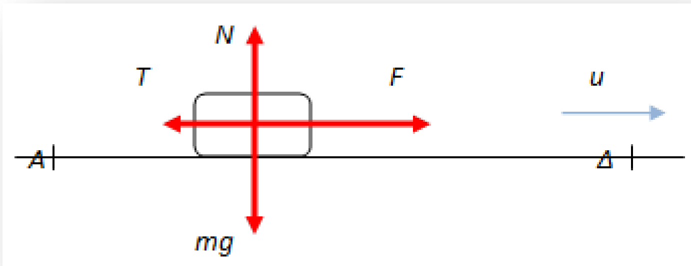
$$F - M.g - N' + N - mg = M.a + m.a \rightarrow F - (M+m)g = (M+m)a \rightarrow F = (M+M)(g+a) \rightarrow$$
$$F = (s.i) = 2000\,.12 = 24000\ N$$

Γ. Από την εξίσωση (2) : $N = m.(g+a) \rightarrow N = (s.i.) = 80\,.12 = 960\ N$ *ε! δεν τη λες και μικρή…*

***9.** Ένα κιβώτιο μάζας 5kg **ηρεμεί** σε οριζόντιο δάπεδο και δέχεται οριζόντια δύναμη F = 30N. Μετά από 10m έχει αποκτήσει ταχύτητα 10m/s.
Α. Να υπολογιστεί η τιμή της επιτάχυνσης του σώματος.
Β. Να δικαιολογήσετε γιατί υπάρχει δύναμη τριβής και να υπολογίσετε την τιμή της.
Γ. Να υπολογίσετε την τιμή του συντελεστή της τριβής ολίσθησης.
Δίνεται g = $10m/s^2$.

Αφού υπάρχει –ενδεχομένως- τριβή, πρέπει να τη σχεδιάσουμε κι αν βρούμε Τ=0, τότε θα πούμε ότι δεν υπάρχει.
Εξισώσεις κίνησης:

- *Ταχύτητα :* $u = a\,.\,t$ *(1)*
- *Διαδρομή :* $\Delta x = \frac{1}{2}a.t^2$ *(2)*
- *Δύναμη :* $F - T = m\,.\,a$ *(3)*



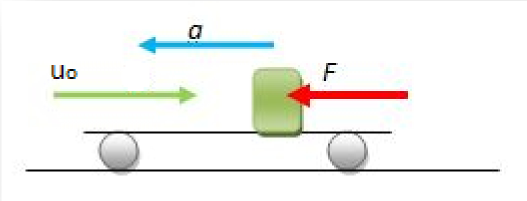
Α. Στις εξισώσεις (1) και (2) έχουμε δυο αγνώστους, επιτάχυνση και χρόνο! Επομένως θα εργαστούμε με αυτές

$$\Delta x = \frac{1}{2}a.t^2 \rightarrow 2\,.\Delta x = a\,.\left(\frac{u}{a}\right)^2 \rightarrow 2.\Delta x = \frac{u^2}{a} \rightarrow a = \frac{u^2}{2\,.\Delta x} = (s.i.) = \frac{100}{2\,.\,10} = 5\ \frac{m}{sec^2}$$

Β. Από την εξίσωση (3) έχουμε: $F - T = m\,.\,a \rightarrow T = F - m.a \rightarrow (s.i.) \rightarrow T = 30 - 25 = 5\ N$

Γ. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης «κρύβεται» στην εξίσωση : $T = \mu.N \rightarrow T = \mu\,.mg \rightarrow \cdots\ \mu = 0{,}1$

10. Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου έχει μάζα 60kg και φορά τη ζώνη ασφαλείας. Το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 30m/s πριν χτυπήσει σε τοίχο. Η ζώνη ασφαλείας επιτρέπει στον οδηγό να κινηθεί προς τα εμπρός, σε σχέση με την αρχική του θέση στο κάθισμα κατά 0,2m. Να υπολογίσετε:
Α. Την επιβράδυνση του οδηγού.
Β. Τη δύναμη που δέχεται από τη ζώνη ασφαλείας.



Στο σχήμα, φαίνεται η ταχύτητα του αυτοκινήτου λίγο πριν την σύγκρουση, η επιβράδυνση και η δύναμη που προκάλεσε την επιβράδυνση (όπως θέλει ο 2ος νόμος του Νεύτωνα). Τη δύναμη αυτή ΜΟΝΟ η ζώνη μπορεί να δικαιολογήσει την ύπαρξή της! (ο άνθρωπος δεν ήλθε σε επαφή με τον τοίχο)

Εξισώσεις κίνησης ανθρώπου : $F=m\,.\,a$ *(1)* $u = u_o - a.t$ *(2)* *και* $\Delta x = u_o.t - \frac{1}{2}at^2$ *(3)*

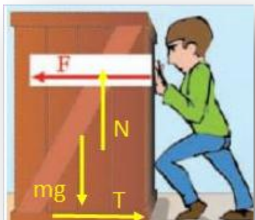
Α. Με την ολοκλήρωση της μετατόπισης κατά Δx=0,2 m το σώμα σταμάτησε και αυτό σημαίνει u=0 !!!
Από τις σχέσεις (1) , (2) : $0 = u_o - a.t \;\rightarrow t = \frac{u_o}{a}$ *και*

$$\Delta x = u_o.t - \frac{1}{2}at^2 \;\rightarrow \Delta x = u_0\,.\,\frac{u_o}{a} - \frac{1}{2}a\,.\left(\frac{u_o}{a}\right)^2 \rightarrow \Delta x = \frac{u_o^2}{2a} \rightarrow a = \frac{u_o^2}{2\Delta x} \rightarrow (s.i.) \rightarrow a = \frac{30\,.\,30}{2\,.\,0{,}2} = 2250\,\frac{m}{sec^2}$$

Β. F = m . a → (s.i.)→ F = 60 . 2250 =135000 N Τρομακτική! Όση το βάρος μάζας 13500 kg!!!

***ΣΗΜΕΙΩΜΑ**: Τα σύγχρονα αυτοκίνητα, έχουν παθητική ασφάλεια. Δηλαδή φρόντισαν η κατασκευαστές να επιτρέπουν στο αυτοκίνητο να τσαλακωθεί τόσο, με σκοπό να αυξήσουν το Δx! Αν –για παράδειγμα- το Δx γίνει 1 m, τότε η επιβράδυνση θα είναι 450 m/sec*^{2} *και η δύναμη από τη ζώνη 27000 N (ίσως σωθεί ο επιβάτης…)*

11. Μια φορητή ντουλάπα έχει συνολικό βάρος 250N και μετακινείται με **σταθερή** ταχύτητα, όταν ασκείται σ' αυτή **οριζόντια** δύναμη 120N.
Α. Να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής μεταξύ πατώματος και ντουλάπας.
Β. Αν αδειάσουμε την ντουλάπα ώστε να μειωθεί το βάρος της στα 160N, πόση οριζόντια δύναμη πρέπει να ασκήσουμε για να κινηθεί με σταθερή ταχύτητα;



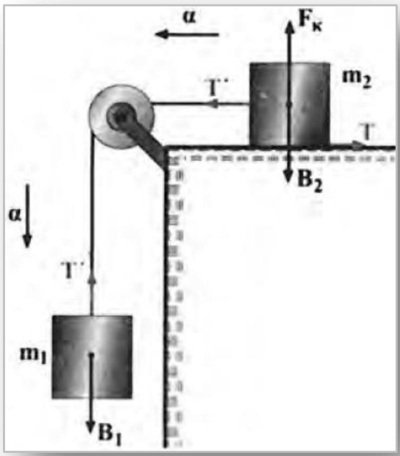
Ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα → 1ος νόμος Νεύτωνα → ΣF=0 → $F=T_{ολισθ}$ *(1)*

Α . $T_{ολισθ} = F \;\rightarrow \mu\,.\,N = F \;\rightarrow \mu\,.\,mg = F \;\rightarrow \mu = \frac{F}{mg} \;\rightarrow \mu = (s.i.) = \frac{120}{250}$ *=0,48*

Β. Ο συντελεστής τριβής μ παραμένει ο ίδιος (λέει η θεωρία), οπότε για έχουμε πάλι ολίσθηση με σταθερή ταχύτητα, πρέπει :

$$F' = T'_{ολισθ} \rightarrow F' = \mu\,.\,N' \rightarrow F' = \mu.B' \rightarrow F' = 0{,}48\,.\,160\;N \;\rightarrow F' = 76{,}8\;N$$

***12.** Τα σώματα της εικόνας έχουν μάζες m_1 = 8kg και m_2 = 12kg. Ο συντελεστής τριβής του σώματος μάζας m_2 με το δάπεδο είναι 0,25. Το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί.
Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται κάθε σώμα.
Β. Να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για κάθε σώμα.
Γ. Να υπολογίσετε την τιμή της επιτάχυνσης με την οποία κινείται κάθε σώμα. Δίνεται: g = 10m/s^2.



Α. Να δεχτούμε ότι στα άκρα του τεντωμένου νήματος αναπτύσσονται ίσου μέτρου δυνάμεις…

Β. Τα σώματα κάθε στιγμή –λόγω του νήματος που τα συνδέει- έχουν ίδια εξέλιξη στην ταχύτητα, δηλαδή ίδιες τιμές υ και ίδιες τιμές α !

Σώμα m1 $\quad B_1 - T' = m_1.a \ \rightarrow \ m_1 g - T' = m_1.a$ *(1)*

Σώμα m2 $\quad T' - T = m_2\ .\ a$ *(2)*

Και

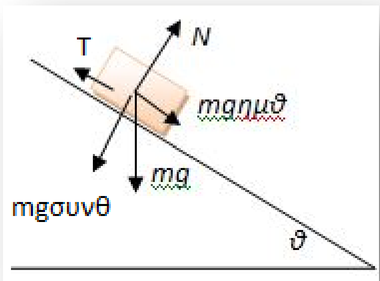
Τριβή ολίσθησης :

$$T = \mu\, .F_k \ \rightarrow T = \mu\, .m_2 g \ \rightarrow T = (si) = 0{,}25\, .12\, .10 = 30\ N$$

Γ. Προσθέτουμε κατά μέλη (1) και (2), με στόχο να διώξουμε τη δύναμη Τ' …

$$m_1 g - T' + T' - T = m_1.a + m_2\ .\ a \ \rightarrow \ m_1 g - T = (m_1 + m_2)\ .\ a \ \rightarrow \alpha = \frac{m_1 g - T}{(m_1+m_2)} = (si) = 2{,}5\ \frac{m}{sec^2}$$

13. Ένα σώμα μάζας m = 1kg **αφήνεται** να ολισθήσει από την κορυφή ενός κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ = 30^o. Ο συντελεστής τριβής σώματος - δαπέδου είναι μ = √3/6
Α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα.
Β. Να υπολογίσετε τη δύναμη της τριβής.
Γ. Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το σώμα σε 1s. Δίνεται: g = 10m/s^2.



Α,Β. Αν η συνιστώσα mgημθ είναι μεγαλύτερη σε μέτρο από την τριβή ολισθήσεως, τότε το σώμα θα αρχίσει να κατεβαίνει, διαφορετικά θα παραμείνει ακίνητο.

$mg.\eta\mu\theta = (si) = 1\ .\ 10\ .\ 0{,}5 = 5\ N$ *(1)*

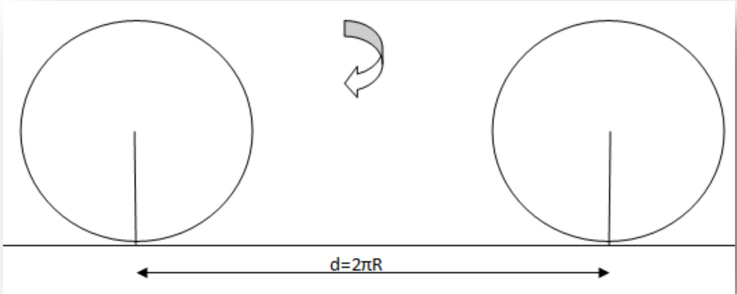
$T_{o\lambda\iota\sigma\theta} = \mu.N = \mu.mg.\sigma\upsilon\nu\theta = (si) = \frac{\sqrt{3}}{6}\, .1\, .10\, .\frac{\sqrt{3}}{2} = 2{,}5\ N$ *(2)*

Έτσι θα γίνει ολίσθηση, με εξισώσεις (εφεξής στην άσκησή μας Τ είναι $T_{o\lambda\iota\sigma\theta}$):

$mg\eta\mu\theta - T = m\, .a$ *(3)* $\quad u = a\, .t \quad ,u_o = 0$ *(4)* *και* $\quad \Delta x = \frac{1}{2}at^2$ *(5)*

Υπολογίζουμε την α από την εξίσωση (3) και μετά από την (5) την μετατόπιση. α=2,5 m/sec^2 & Δx=1,25 m

***14.** Ένα όχημα έχει λάστιχα διαμέτρου 0,8m. Βρείτε τη ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου στο πέλμα του ελαστικού όταν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 35m/s.



*Ο τροχός **κυλίεται**… Σε χρόνο Τ πραγματοποιεί μια πλήρη στροφή και ταυτόχρονα μεταφέρεται αφήνοντας ίχνος στο επίπεδο σε απόσταση ίση με τη περιφέρεια του δηλαδή d=2πR (σχήμα).*

✓ *Εφόσον στρέφεται **ομαλά**, σημαίνει ότι :*

$$\upsilon_{\gamma\rho\alpha\mu.\ \sigma\eta\mu\varepsilon\acute{\iota}\omega\nu\ \pi\varepsilon\rho\iota\varphi.} = \frac{\pi\varepsilon\rho\iota\varphi\acute{\varepsilon}\rho\varepsilon\iota\alpha}{\pi\varepsilon\rho\acute{\iota}o\delta o\varsigma} = \frac{2\pi.R}{T} \qquad (1)$$

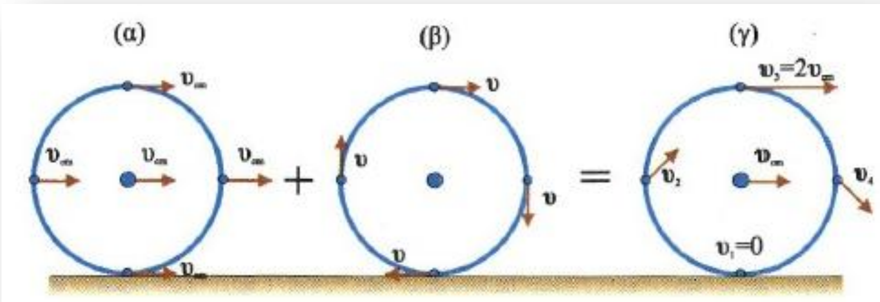
✓ *Και αφού μεταφέρεται με σταθερή ταχύτητα προς τα δεξιά, σημαίνει ότι <u>όλα τα σημεία του</u> θα έχουν μια σταθερή μεταφορική ταχύτητα (φανταστείτε τροχό αυτοκινήτου μπλοκαρισμένο να ολισθαίνει πάνω στο οδόστρωμα) :*

$$\upsilon_{\mu\varepsilon\tau\alpha\varphi o\rho.} = \frac{\delta\iota\alpha\delta\rho o\mu\acute{\eta}}{\chi\rho\acute{o}\nu o\varsigma} = \frac{2\pi R}{T} = u_{cm} \qquad (2)$$

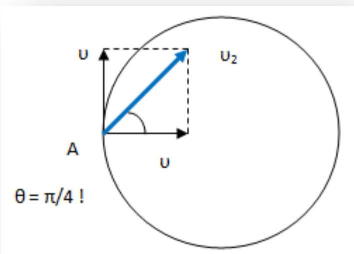
Από τις σχέσεις (1) και (2) γίνεται φανερό ότι σε κάθε σημείο της περιφέρειας του κυλιόμενου τροχού έχουμε δυο ίσου μέτρου ταχύτητες (την γραμμική και την μεταφορική).

Στο σχήμα φαίνεται ό,τι περιγράψαμε πιο πάνω για τις ταχύτητες (εικόνα από το βιβλίο θετικής ομάδας προσανατολισμού Γ τάξης Λυκείου).

*…Εδώ τώρα, μπορούμε να **συνθέσουμε** τις δυο ταχύτητες (μεταφορική στο α και γραμμική στο β) και να υποστηρίξουμε ότι η ταχύτητα σε κάθε σημείου της περιφέρειας του κυλιόμενου τροχού κυμαίνεται μεταξύ του μηδέν και της τιμής 2υ!*



Για την κεντρομόλο επιτάχυνση απαντάμε : $\alpha_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho.} = \frac{\upsilon^2_{\gamma\rho\alpha\mu\mu\iota\kappa\acute{\eta}}}{R} = \frac{35\ x\ 35}{0{,}4} = \cdots \frac{m}{sec^2}$



Αποδείξτε ότι : $\upsilon_2 = \upsilon_4 = \upsilon\sqrt{2} = \cdots = 35\sqrt{2}\ \frac{m}{sec}$. *Σας προσφέρω το σχήμα !*

Υστερολόγιο *: Είναι προφανές ότι αυτή εδώ η άσκηση δεν μπορεί να διδαχτεί στη στην Α τάξη ούτε στη θετική ομάδα προσανατολισμού Β τάξης, όπου κι εμφανίζεται πάλι. Η εν λόγω άσκηση είναι αντικείμενο μελέτης στη Γ θετική …*

***15.** Υπολογίστε την ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση που οφείλεται στην περιστροφή της Γης, ενός αντικειμένου που βρίσκεται στον Ισημερινό της Γης. Δίνεται ότι η ακτίνα του Ισημερινού είναι 6.380km. Η περίοδος περιστροφής της Γης είναι T = 24h.

Γραμμική ταχύτητα : $u = \frac{2\pi.R}{T} = \frac{2\ .\ 3{,}14\ .\ 6380\ \ Km}{24\ \ h} \cong 1670\ km/h$

Κεντρομόλος επιτάχυνση : $\alpha_\kappa = \frac{u^2}{R} = \frac{1670\ .\ 1670}{6380} \cong 437\ \frac{km^2}{h}$

Προσοχή στις μονάδες…

16. Ένα pulsar (ταχέως περιστρεφόμενο αστέρι νετρονίων) έχει διάμετρο 13,8km και περιστρέφεται με συχνότητα 8,5Hz. Υπολογίστε την ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου που βρίσκεται στον Ισημερινό του αστεριού.

Συχνότητα f=8,5 Hz, σημαίνει ότι σε 1 sec κάνει 8,5 στροφές γύρω από τον άξονά του (η Γη κάνει 1 στροφή σε 24 h)!
Έχει τρομακτική πυκνότητα, τρομακτικό μαγνητικό πεδίο και εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικούς παλμούς… Τα Pulsar αποτελούν εξέλιξη της ζωής ενός μεγάλου αστέρα.

Βρείτε εύκολα από τις γνωστές εξισώσεις υ=26,9 m/sec & α=2193 m/sec^2

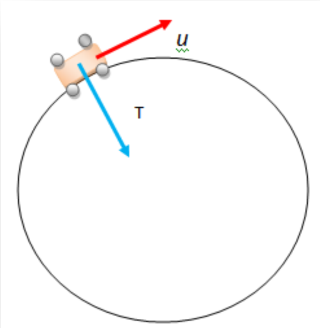
17. Ένας περιστρεφόμενος κάδος στεγνωτήρα λειτουργεί εκτελώντας 780 περιστροφές το λεπτό. Ο κάδος έχει **διάμετρο** 0,66m. Υπολογίστε:
Α. Την ταχύτητα ενός σημείου που βρίσκεται πάνω στο τοίχωμα του κάδου.
Β. Την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου του τοιχώματος.

$\left.\begin{array}{ll} \textit{Σε 1 λεπτό =60 sec} & \textit{κάνει 780 στροφές} \\ \textit{Σε 1 sec} & \textit{κάνει } f \end{array}\right\}$ *f=780/60 = 13 Hz*

Α. $u = 2\pi f R = (si) = 2\ .\ 3{,}14\ .\ 13\ .\left(\frac{0{,}66}{2}\right) \cong 27\ m/sec$

Β. $a_k = \frac{u^2}{R} = (si) = \cdots = 2.193\ m/sec^2$

***18.** Ένα αυτοκίνητο κινείται με **σταθερή ταχύτητα**, γύρω από μια κυκλική πλατεία **διαμέτρου** 135,2 m. Στην κίνηση αυτή η τριβή μεταξύ των τροχών και του οδοστρώματος, η οποία εμποδίζει την πλευρική ολίσθηση του αυτοκινήτου, λειτουργεί ως κεντρομόλος δύναμη. Εάν αυτή η τριβή δεν πρέπει να υπερβαίνει το 25% του βάρους του αυτοκινήτου, υπολογίστε τη *μέγιστη* ταχύτητα με την οποία μπορεί να κινείται το αυτοκίνητο χωρίς να ολισθαίνει. Δίνεται g = 10 m/s^2.



Η κίνηση είναι ομαλή κυκλική. Η τριβή παίζει –αυτή και μόνο αυτή- ρόλο κεντρομόλου δύναμης, οπότε :

$T_{\sigma\tau\alpha\tau} = m\,.\frac{u^2}{R}$

Η τριβή πρέπει να είναι στατική γιατί δεν θέλουμε πλαγιολίσθηση!

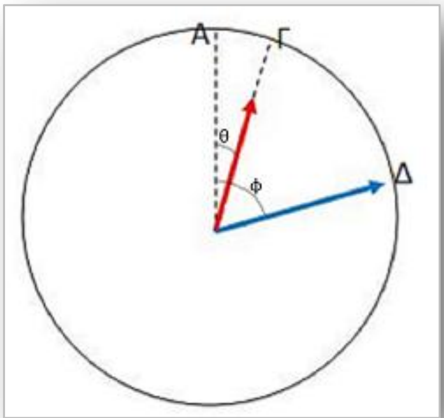
Όμως πρέπει…

$$T_{\sigma\tau\alpha\tau} \le \frac{25}{100}\,mg \to m\,.\frac{u^2}{R} \le \frac{mg}{4} \to 4u^2 \le gR \to u \le \frac{\sqrt{gR}}{2} \to u_{max} = \frac{\sqrt{gR}}{2} \to si \to u_{max} = 13\,m/sec$$

ΣΧΟΛΙΟ *: Είναι πολύ συνηθισμένο στη φυσική, η μέγιστη τιμή να προκύπτει ως αποτέλεσμα διαχείρισης κάποιας ανίσωσης.*

19. Να βρεθούν η περίοδος του ωροδείκτη και η περίοδος του λεπτοδείκτη ενός ρολογιού. Κάποια στιγμή το ρολόι δείχνει 12 το μεσημέρι. Μετά από πόση ώρα οι δείκτες σχηματίζουν γωνία π/3 rad για πρώτη φορά;

- *Περίοδος ωροδείκτη : T_1 = 12 h = 43200 sec (Όχι 24 h ! Είχε μπει και ως ερώτημα στις πανελλαδικές εξετάσεις και κάποια παιδιά έκαναν το λάθος…)*
- *Περίοδος λεπτοδείκτη : T_2=1 h=3600 sec*



Εξ ορισμού : $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \to$ *και στην ομαλή* $\to \omega = \frac{\theta}{t}$ *με τη γωνία να μετράται σε rad.*

Ύστερα από χρόνο t, από την σύμπτωση των δεικτών (12 μεσημέρι) έχουμε:

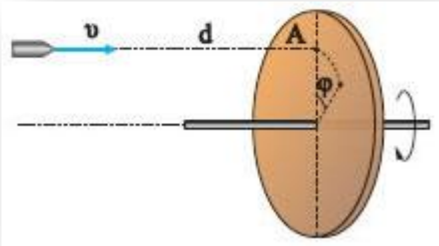
Ωροδείκτης γράφει γωνία ϑ : $\theta = \omega_{\omega\rho o\delta}\,.t \;\to\; \theta = \frac{2\pi}{T_1}\,t$ *(1)*

Λεπτοδείκτης γράφει γωνία φ: $\varphi = \frac{2\pi}{T_2}\,t$ *(2)*

Όμως –σύμφωνα με το σενάριο της άσκησης έχουμε:

$$\varphi - \theta = \frac{\pi}{3} \to \frac{2\pi}{T_2}\,t - \frac{2\pi}{T_1}\,t = \frac{\pi}{3} \to 2t.\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) = \frac{1}{3} \to \cdots t \cong 11\,min$$

20. Τη στιγμή που το βλήμα που φαίνεται στην εικόνα απέχει απόσταση d = 2m από το σημείο Α του δίσκου έχει ταχύτητα υ = 400m/s. Ο δίσκος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω. Τη στιγμή που το βλήμα κτυπά στο δίσκο, το σημείο Α έχει περιστραφεί κατά γωνία φ = 45°.
Να βρείτε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου.



Μελέτη κίνησης βλήματος : d =u . t (1)

Στον ίδιο χρόνο t, ο δίσκος στρέφεται κατά γωνία φ=45° =π/4 rad και εμείς μπορούμε να γράψουμε την εξίσωση, που αφορά αυτή τη στροφή:

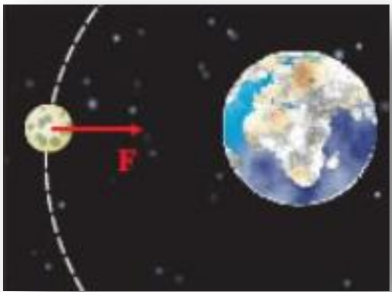
Δίσκος : φ=ω.t (2)

Διαιρούμε κατά μέλη τις δυο εξισώσεις :

$$\frac{d}{\varphi} = \frac{u}{\omega} \rightarrow (*) \rightarrow \frac{2}{\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{400}{\omega} \rightarrow 2\omega = 100\pi \rightarrow \omega = 50\pi \; rad/sec$$

(*) d, u μονάδες s.i. και φ, ω σε rad & rad/sec αντίστοιχα.

21. Δορυφόρος εκτελεί κυκλική κίνηση σε ύψος h = 6.400km **από την επιφάνεια της Γης** και έχει περίοδο 4h. Αν η ακτίνα της Γης είναι R = 6.400km, να υπολογιστούν:
Α. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου.
Β. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου.



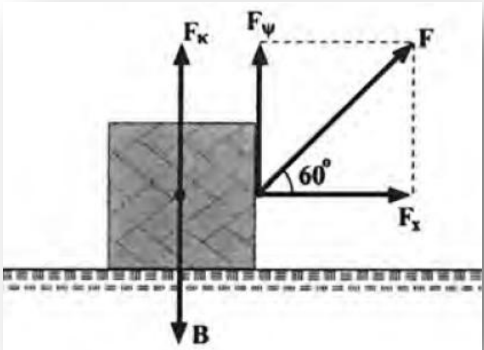
Το κέντρο της κυκλική δορυφορικής τροχιάς είναι το κέντρο της Γης και αυτό σημαίνει ότι η ακτίνα είναι ίση με $r = R_{\Gamma\eta} + h = 12800 \; km.$

Η κίνηση του δορυφόρου είναι ομαλή, οπότε :

$$u = \frac{2\pi}{T} . r = \frac{2 \, . \, 3{,}14}{4 \, h} .12800 \; km = 20096 \frac{km}{h} = 20096 \, . \frac{1000 \; m}{3600 \;\; sec} \cong 5582 \; m/sec$$

Γωνιακή ταχύτητα $\omega = \frac{2\pi}{T} = (si) = \frac{2 \, . \, 3{,}14}{4 \, . \, 3600} = 4{,}36 \; 10^{-4} \quad rad/sec$

***22.** Ένα σώμα μάζας m = 10kg **ηρεμεί** σε **λείο** οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στο σώμα δύναμη F = 40N η οποία σχηματίζει γωνία 60° με το οριζόντιο επίπεδο.
Να υπολογίσετε:
Α. Τη δύναμη που δέχεται το σώμα από το οριζόντιο επίπεδο.
Β. Την ταχύτητα του σώματος μετά από 5s.
Γ. Την απόσταση που διανύει το σώμα κατά τη διάρκεια του πέμπτου δευτερόλεπτου της κίνησής του. Δίνεται g = 10m/s².



Αναλύουμε την δύναμη F σε δυο συνιστώσες.

Κατακόρυφος άξονας : Ισορροπία, 1^{ος} νόμος Νεύτωνα.

$$mg = F_k + F_y \to mg = F_k + F\eta\mu\theta \to F_k = mg - F.\eta\mu\theta \to F_k = 10\,.10 - 40\,.\frac{\sqrt{3}}{2} = 100 - 20\sqrt{3} = 65{,}35\,N$$

Οριζόντιος άξονας, 2^{ος} νόμος Νεύτωνα.

$$F_x = m.a \to F.\sigma\upsilon\nu\theta = m\,.a \to a = 2\,m/sec^2$$

Ταχύτητα σώματος, που αρχικά ηρεμεί : $u = a\,.t \to u = (si) = 2\,.\,5 = 10\,\frac{m}{sec}$

Γ. Το διάστημα που διανύει κατά τη διάρκεια του πέμπτου δευτερολέπτου:

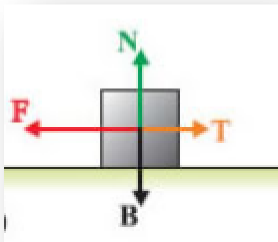
0 1 2 3 4 5 6 … t (sec)

Δείτε στο παραπάνω άξονα χρόνου ποια είναι η διάρκεια του 5^{ου} δευτερολέπτου!
Ε! θα βρούμε πόσο περπάτησε από μηδέν έως τέσσερα sec, πόσο περπάτησε από μηδέν έως πέντε sec και θα αφαιρέσουμε! Εργαζόμαστε στο s.i.

$s_5 = \frac{1}{2}\,a\,t^2 = \frac{1}{2}\,2\;25 = 25\,m$ *και* $s_4 = \frac{1}{2}\,a\,t^2 = \frac{1}{2}\;2\;16 = 16\,m$ *Επομένως* $d = s_5 - s_4 = 9\,m$

23. Υποθέστε ότι πρέπει να μετακινήσουμε ένα κιβώτιο βάρους 1.000N, το οποίο ισορροπεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ = 0,2.
Α. Ποια είναι η μικρότερη οριζόντια δύναμη που πρέπει να εφαρμόσουμε, ώστε να μετακινήσουμε το κιβώτιο;
Β. Αν εφαρμόσουμε οριζόντια δύναμη 500N με ποια επιτάχυνση θα κινηθεί το κιβώτιο;
Γ. Πόσος χρόνος θα χρειαστεί για την μετακίνηση του κιβωτίου, κατά 24m με τη δύναμη των 500N; Ποια θα είναι τότε η ταχύτητα του κιβωτίου;
Δίνεται g = 10m/s^2. (Να δεχθείτε ότι οριακή τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης).

Α. Αρκεί $F \geq T_{o\lambda\iota\sigma\theta} \to F \geq \mu.N \to F \geq \mu.mg \to F \geq 0{,}2\,.\,1000 = 200\,N$

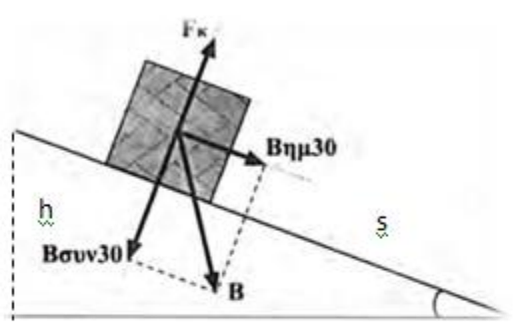


Β. Ο 2^{ος} νόμος του Νεύτωνα λέει : $F' - T_{o\lambda\iota\sigma\theta} = m\,.a \to a = \frac{(500-200)}{100} = 3\,m/sec^2$

Γ. $\Delta x = \frac{1}{2}a\,t^2 \to t^2 = \frac{2\,\Delta x}{a} \to t = \sqrt{\frac{2\,\Delta x}{a}} = (si) = \sqrt{\frac{2\,.\,24}{3}} = 4\,sec$

Και $u = a.t = (si) = 3\,.4 = 12\,m/sec$

***24.** Στην κορυφή Α ενός **λείου** κεκλιμένου επιπέδου ύψους h = 5m και γωνίας θ = 30^o, **αφήνουμε** ένα σώμα μάζας m = 1kg.Να υπολογίσετε:
Α. Την αντίδραση που ασκείται στο σώμα από το κεκλιμένο επίπεδο.
Β. Την επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα.
Γ. Το χρόνο κίνησης του σώματος στο κεκλιμένο επίπεδο και την ταχύτητα με την οποία φτάνει στη βάση του.
Δ. Την ταχύτητα με την οποία θα φτάσει το σώμα στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, αν η γωνία γίνει 45^o.
Δίνεται g = 10m/s^2.



Λείο: όχι τριβές *Αφήνουμε: όχι αρχική ταχύτητα*

Άξονας κάθετος στο κεκλιμένο επίπεδο:

$$F_k = mg.\sigma\upsilon\nu\theta = 1\,.10\,.\left(\sqrt{3}/2\right) = 5\sqrt{3}\ \ N$$

Άξονας παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο:

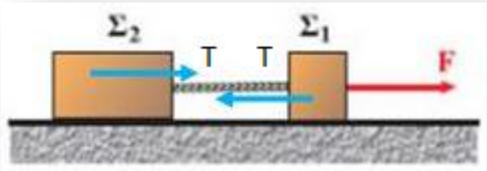
$$mg\,.\eta\mu\theta = m\,.a\ \to a = g.\eta\mu\theta = 5\ m/sec^2$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο έχουμε $\eta\mu\theta = \frac{h}{s} \to s = \frac{h}{\eta\mu\theta} \to s = \frac{5\ m}{0{,}5} = 10\ m$

Εύκολα πλέον από τις εξισώσεις βρείτε $\Delta x = s = \frac{1}{2}a\,t^2$ *(**t=2s**)* *και* $u = a.t$ *(u=10 m/sec)*

Δ. Δείτε πάλι την άσκηση από την αρχή, με μόνη αλλαγή, ότι η γωνία είναι 45^o και θα βρείτε νέα επιτάχυνση, νέο διάστημα , νέο χρόνο, αλλά ίδια ταχύτητα! *(στο επόμενο κεφάλαιο, η απόδειξη μη αλλαγής της ταχύτητας γίνεται γράφοντας μισή σειρά)*

***25.** Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν αντίστοιχα βάρος B_1 = 200N και B_2 = 500N και έλκονται από μια σταθερή δύναμη F, όπως φαίνεται στην εικόνα σε **λείο** δάπεδο. Αν η κοινή επιτάχυνση με την οποία κινούνται τα δύο σώματα είναι α = g/8 , να υπολογίσετε:
Α. Τη δύναμη F.
Β. Την τάση του νήματος που συνδέει τα δύο σώματα. Δίνεται g = 10m/s^2.



Το δάπεδο είναι λείο, αλλιώς η άσκηση δεν μπορεί να λυθεί. Τα σώματα έχουν ίδια ταχύτητα, ίδια εξέλιξη στην ταχύτητα, άρα ίδια επιτάχυνση.

Σώμα Σ1 : $F - T = m_1\,.a$ *(1)*

Σώμα Σ2 : $T = m_2\,.a$ *(2) Προσθέτουμε κατά μέλη*

$$F - T + T = (m_1 + m_2).a\ \to F = (m_1+m_2).\frac{g}{8} \to F = \frac{B_1+B_2}{8} \to F = (si) = \frac{700}{8} = 87{,}5\ N$$

Πάμε –πίσω- στην εξίσωση (2) και … $T = m_2\,.\frac{g}{8} = \frac{B_2}{8} = (si) = \frac{500}{8} = 62{,}5\ N$

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)