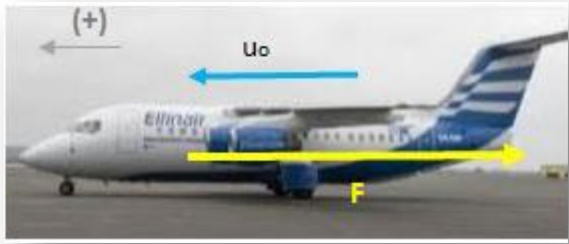
1. Πόση είναι η ορμή ενός λεωφορείου μάζας m = 2.500kg που κινείται με ταχύτητα υ = 72km/h;

Μέτρο ορμής: $P = m.u \ \to s.i. \ \to 2500\ kg\ .72\ \frac{1000\ m}{3600\ sec} = 2500\ .72\ .\ \frac{10}{36}\ kg\frac{m}{sec} = 5\ .10^4\ kg\frac{m}{sec}$

2. Πόση είναι η δύναμη που επιβραδύνει ένα Boeing 747, αν αυτό αγγίζει το διάδρομο προσγείωσης με ταχύτητα υ = 216km/h και ακινητοποιείται μετά από χρόνο t = 120s; (*Η μάζα του Boeing είναι περίπου* 10^5*kg*)

Θεμελιώδης νόμος της μηχανικής :

$$\vec{F} = \frac{0 - m.\overrightarrow{u_o}}{\Delta t} \ \to \ \vec{F} = -\frac{m.\overrightarrow{u_o}}{\Delta t} \qquad (1)$$



Η (1) λέει ότι η δύναμη που προκαλεί τη μεταβολή στην ορμή, είναι αντίρροπη της ταχύτητας που είχε το αεροπλάνου, την στιγμή που ξεκίνησε η επιβράδυνση.

Επιλύουμε την (1) αλγεβρικά

$$F = -m.\frac{u_o}{\Delta t} \ \to s.i.\to F = \ -10^5\ .\ \frac{216\ \frac{1000}{3600}}{120}\ N = -\frac{10^5\ .\ 216\ .\ 1000}{3600\ .\ 120}\ N = -\frac{10^5.\ 6\ .\ 36}{36\ .12}\ N = -5.10^4\ N$$

Στο σχήμα σχεδιάστηκε –εκ των υστέρων- και το διάνυσμα της δύναμης…

3. Ένας ποδοσφαιριστής κτυπάει μία ακίνητη μπάλα και αυτή αποκτά ταχύτητα 24 m/s. Αν η μπάλα έχει μάζα 0,5kg και η διάρκεια της επαφής του ποδιού του ποδοσφαιριστή με τη μπάλα είναι 0,03s, ποια είναι η μέση τιμή δύναμης που ασκήθηκε στην μπάλα;

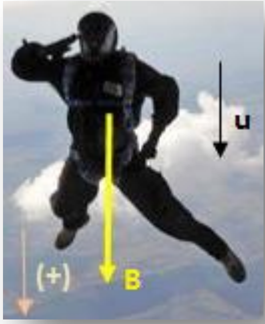
Θεωρούμε ότι κατά την διάρκεια που η μπάλα δέχεται χτύπημα, ασκείται σε αυτή μόνο η δύναμη από το πόδι. Οι κατακόρυφες δυνάμεις N και B αλληλοεξουδετερώνονται.

$$\vec{F} = \frac{m.\overrightarrow{u_{\tau\varepsilon\lambda}} - 0}{\Delta t} \ \to \ \vec{F} = \frac{m.\overrightarrow{u_{\tau\varepsilon\lambda}}}{\Delta t} \qquad (1)$$

Η σχέση (1) λέει ότι η δύναμη είναι ομόρροπη με την ταχύτητα που αποκτά η μπάλα, αμέσως μετά την δράση της δύναμης.

(1) επιλύουμε αλγεβρικά… $F = \frac{m}{\Delta t}.u_{\tau\varepsilon\lambda} \to s.i.\to F = \frac{0,5}{0,03}\ .\ 24\ N = \frac{50}{3}.24\ N = 400\ N$

4. Ένας αλεξιπτωτιστής εγκαταλείπει το ελικόπτερο και πέφτει με το αλεξίπτωτό του να μην έχει ανοίξει ακόμη. Αν η συνολική του μάζα είναι m = 90kg, ποιος νομίζετε ότι είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του; Πόση ταχύτητα θα αποκτήσει ο αλεξιπτωτιστής μετά από ένα δευτερόλεπτο; Δίνεται: $g = 10m/s^2$.



Δεχόμαστε ότι η μόνη δύναμη που δρα στον αλεξιπτωτιστή –πριν το άνοιγμα του αλεξίπτωτου- είναι το βάρος του.

Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής λέει:

$$\vec{B} = \frac{\overrightarrow{\Delta P}}{\Delta t} \to \frac{\overrightarrow{\Delta P}}{\Delta t} = m.\vec{g} \qquad (1)$$

Δηλαδή ο ρυθμός μεταβολής είναι διάνυσμα κατακόρυφο με φορά προς τα κάτω.

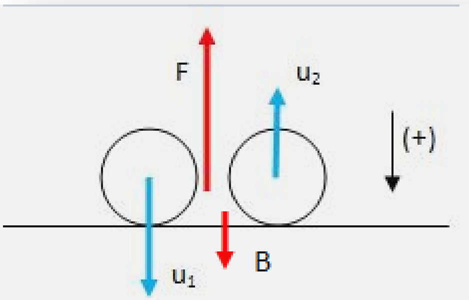
Επιλύουμε την (1) αλγεβρικά : $\frac{\Delta P}{\Delta t} = m.g = 90\,.10\; kg\frac{m}{sec^2} = 900\; kg\frac{m}{sec^2}$ (Σταθερός ο ρυθμός)

Εργαζόμαστε με την (1) … $\frac{\overrightarrow{\Delta P}}{\Delta t} = m.\vec{g} \to m.\vec{g} = \frac{m\;.\;\vec{u}-0}{\Delta t} \to \vec{g} = \frac{\vec{u}}{\Delta t}$ (2)

Η σχέση (2) λέει ότι η ταχύτητα είναι ομόρροπη της επιτάχυνσης βαρύτητας. Αλγεβρικά η (2) δίνει…

$$u = g.t \to s.i. \to u = 10\,.1 = 10\; m/sec$$

5. Μια μπάλα μάζας 0,5kg αφήνεται να πέσει από τέτοιο ύψος, ώστε να φτάσει στο δάπεδο με ταχύτητα $υ_1$ = 30 m/s. Η μπάλα αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα $υ_2$ = 10m/s, αφού μείνει σ' επαφή με το δάπεδο για χρόνο Δt = 0,25 s. Να βρείτε:
Α. Τη μεταβολή της ορμής της μπάλας κατά τη διάρκεια Δt.
Β. Τη μέση δύναμη που δέχθηκε η μπάλα. Δίνεται: $g = 10m/s^2$.



Η μεταβολή της ορμής είναι διάνυσμα και αυτό σημαίνει ότι πρέπει να εντοπίσουμε τον διανυσματικό χαρακτήρα της.

Δεν θα αγνοήσουμε το βάρος , το οποίο μαζί με την δύναμη επαφής F, συναποφασίζουν για τη μεταβολή στην ορμή -σύμφωνα με το 2ο νόμο του Νεύτωνα.

$$\overrightarrow{\Delta P} = m.\overrightarrow{u_2} - m.\overrightarrow{u_1} \to αλγεβρικά \to \Delta P = m.(-u_2) - m.u_1 \to s.i. \to \Delta P = -0{,}5\,.10 - 0{,}5\,.30 = -20\; kg\frac{m}{sec}$$

*Βρήκαμε, ότι η μεταβολή της ορμής είναι αλγεβρικά αρνητική και επομένως έχει φορά κατακόρυφα **προς τα άνω**.*

Εφαρμόζουμε τώρα τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής (2ος νόμος του Νεύτωνα)…

$$\overrightarrow{\Sigma F} = \frac{\overrightarrow{\Delta P}}{\Delta t} \to \vec{F} + \vec{B} = \frac{\overrightarrow{\Delta P}}{\Delta t} \to άλγεβρα \to F + B = \frac{-\Delta P}{\Delta t} \to F = -mg - \frac{\Delta P}{\Delta t} \to F = -5 - \frac{20}{0{,}25} = -85\; N$$

Η «άγνωστη» F έχει μέτρο 85 N και φορά κατακόρυφη προς τα άνω…

6. Ένα σπορ αυτοκίνητο Maserati ξεκινάει από την ηρεμία και αποκτά, κινούμενο σε οριζόντιο δρόμο, ταχύτητα 90km/h σε χρόνο t = 5s. Αν η μάζα του αυτοκινήτου είναι 1.600kg να βρείτε;

Α. Τη μεταβολή της ορμής του αυτοκινήτου.

Β. Τη δύναμη που μπορεί να προκαλέσει μία τέτοια μεταβολή ορμής στο χρόνο αυτό.

$$\overrightarrow{\Delta P} = m.\vec{u} - 0 \rightarrow \alpha\lambda\gamma\varepsilon\beta\rho\iota\kappa\acute{\alpha} \rightarrow \Delta P = m.u \rightarrow s.i. \rightarrow \Delta P = 1600\,.90\,\frac{1000}{3600}\,kg\,\frac{m}{sec} = 4.10^4\,kg\,\frac{m}{sec}$$

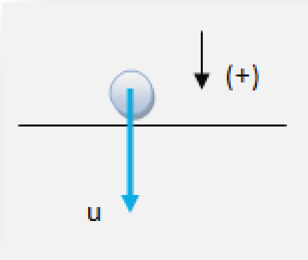
Η παραπάνω διαχείριση, λέει ότι η μεταβολή της ορμής είναι ομόρροπη της ταχύτητας που απέκτησε το όχημα.

$$\overrightarrow{\Sigma F} = \frac{\overrightarrow{\Delta P}}{\Delta t} \rightarrow \text{Άρα } \overrightarrow{\Sigma F} \uparrow\uparrow \overrightarrow{\Delta P} \rightarrow \acute{\alpha}\lambda\gamma\varepsilon\beta\rho\alpha \rightarrow F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \rightarrow s.i. \rightarrow F = \frac{40\,.\,10^3}{5}\,N = 8.10^3 N$$

7. Κατά τη διάρκεια μίας καταιγίδας πέφτουν κάθετα σ' ένα υπόστεγο 500 σταγόνες βροχής ανά δευτερόλεπτο με μέση ταχύτητα 17 m/s. Οι σταγόνες, που έχουν μέση μάζα $3{\cdot}10^{-5}$kg, δεν αναπηδούν κατά την πτώση τους στο υπόστεγο, και γλιστρούν χωρίς να συσσωρεύονται σ' αυτό.

Α. Πόση είναι η μεταβολή της ορμής κάθε σταγόνας καθώς πέφτει στο υπόστεγο;

Β. Πόση είναι η μέση δύναμη που προκαλείται από τις σταγόνες της βροχής στο υπόστεγο;



Μελέτη μεταβολής ορμής μίας σταγόνας…

$$\overrightarrow{\Delta P} = 0 - m.\vec{u} \rightarrow \alpha\lambda\gamma\varepsilon\beta\rho\iota\kappa\acute{\alpha} \rightarrow \Delta P = -m.u \rightarrow s.i. \rightarrow \Delta P = -3.10^{-5}.17\,kg\frac{m}{sec} = -51\,.10^{-5}\,kg\frac{m}{sec}$$ *(φορά προς τα άνω)*

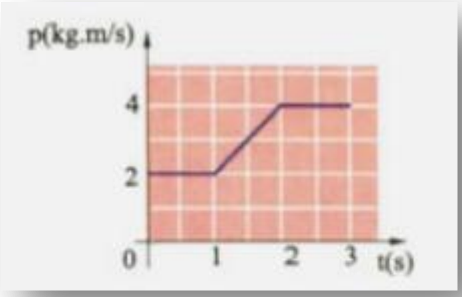
Ξέρουμε ότι μάζα νερού ίση με 500 x 3.10^5 kg πέφτει με ταχύτητα 17 m/sec στη στέγη κάθε 1 sec και μηδενίζει την ορμή της. Η συνολική μεταβολή της ορμής για τις 500 σταγόνες είναι το αλγεβρικό άθροισμα όλων των επιμέρους μεταβολών ορμής εκάστης σταγόνας.

Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής λέει:

$$\overrightarrow{\Sigma F} = \frac{\overrightarrow{\Delta P}}{\Delta t} \rightarrow \text{Άρα } \overrightarrow{\Sigma F} \uparrow\uparrow \overrightarrow{\Delta P} \rightarrow \acute{\alpha}\lambda\gamma\varepsilon\beta\rho\alpha \rightarrow F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \rightarrow s.i. \rightarrow F = \frac{500\,.\,(-51).10^{-5}}{1}\,N = -255\,.10^{-3}\,N$$

(φορά αντίθετη της ορισθείσης -στο σχήμα- ως θετικής)

8. Η ορμή ενός σώματος μάζας m = 1kg μεταβάλλεται όπως φαίνεται στην εικόνα. Η αρχική και η τελική ορμή έχουν την ίδια κατεύθυνση.
A. Πόση είναι η ελάχιστη και πόση είναι η μέγιστη ταχύτητα του σώματος;
B. Να παραστήσετε γραφικά τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο.



Το μέτρο της ορμής εκφράζεται από την εξίσωση $P = m.u$ *(1)*

Το σχήμα λέει …

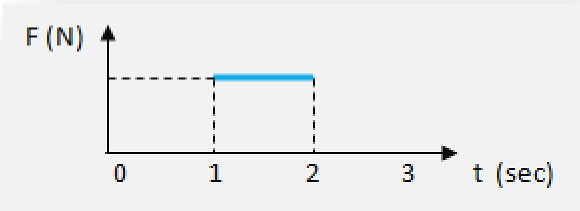
$$P_{min} = m \,.\, u_{min} \;\rightarrow s.i. \rightarrow 2 = 1 \,.\, u_{min} \rightarrow \;\; u_{min} = 2\, m/sec$$

$$P_{max} = m \,.\, u_{max} \;\rightarrow s.i. \rightarrow 4 = 1 \,.\, u_{max} \rightarrow \;\; u_{max} = 2\, m/sec$$

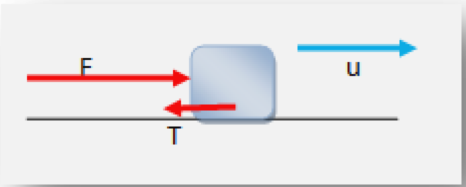
Στα χρονικά διαστήματα 0 – 1 sec και 2 – 3 sec η ορμή δεν αλλάζει, όποτε δεν υπάρχει δύναμη, που να ασκείται στο σώμα.

*Στο χρονικό διάστημα 1 – 2 sec έχουμε πλάγιο ευθύγραμμο τμήμα, οπότε η αλλαγή στην ορμή είναι ομαλή και ο ρυθμός μεταβολής της είναι **ένας**!*

Αλγεβρικά : $\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_2 - P_1}{\Delta t} = \{\, s.i.\} = \frac{4-2}{1} = 2\, kg \frac{m}{sec^2} = 2\, N = F, \;\; σύμφωνα\ με\ θεμελ. νόμο\ μηχανικής$



9. Ένα βαρύ κιβώτιο μάζας 200kg, ωθείται από έναν εργάτη πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο το κιβώτιο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ = 0,1. Ο εργάτης ασκώντας στο αρχικά ακίνητο κιβώτιο οριζόντια μέση δύναμη F = 500N, το μετακινεί για χρόνο t = 4s. Πόση νομίζετε ότι θα είναι τότε η ταχύτητα του κιβωτίου; Δίνεται: $g = 10m/s^2$.



Θεμελιώδης νόμος μηχανικής…

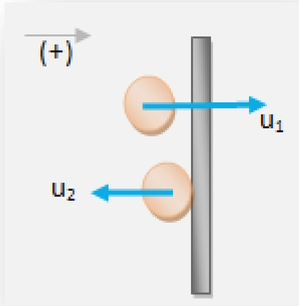
$$\overrightarrow{\Sigma F} = \frac{\overrightarrow{\Delta P}}{\Delta t} \rightarrow \vec{F} + \vec{T} = \frac{m\,.\vec{u} - 0}{\Delta t} \rightarrow \; άλγεβρα \; \rightarrow F + (-T) = \frac{m.u}{\Delta t}$$

$$\rightarrow F - \mu m g = \frac{m.u}{\Delta t} \rightarrow s.i. \rightarrow \; 500 - 200 = \frac{200.u}{4}$$

$$\rightarrow 300 = 50.u \;\rightarrow u = 6\, m/sec$$

Θεωρώ ότι δεν έχετε δυσκολία να δεχτείτε ότι $T = \mu. N = \mu. m. g$

10. Ένα μπαλάκι του τένις μάζας m = 100g πέφτει με οριζόντια ταχύτητα $υ_1$ = 10m/s σε κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με επίσης οριζόντια ταχύτητα $υ_2$ = 8m/s. Να βρείτε:
Α. Την ορμή που έχει το μπαλάκι πριν και μετά την επαφή του με τον τοίχο.
Β. Τη μεταβολή της ορμής του, λόγω της σύγκρουσης με τον τοίχο.
Γ. Τη μέση δύναμη που δέχθηκε το μπαλάκι από τον τοίχο, αν η επαφή διαρκεί χρόνο Δt = 0,1s.



Ορμή πριν, αλγεβρικά : $P_1 = +m.u_1 = \{s.i.\} = 0{,}1\,.10 = 1\,kg\frac{m}{sec}$

Ορμή μετά, αλγεβρικά : $P_2 = +m.u_2 = \{s.i.\} = 0{,}1\,.\;8 = 0{,}8\,kg\frac{m}{sec}$

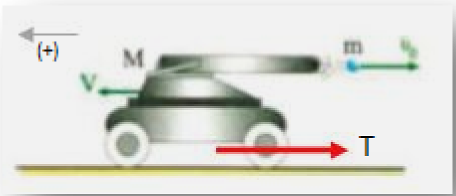
Μεταβολή ορμής :

$\overrightarrow{ΔP} = m.\overrightarrow{u_2} - m.\overrightarrow{u_1} \rightarrow αλγεβρικά \rightarrow ΔP = m.(-u_2) - m.u_1 \rightarrow s.i. \rightarrow ΔP = -0{,}8 - 1 = -1{,}8\;kg\frac{m}{sec}$ *(φορά οριζόντια προς τα αριστερά).*

Δύναμη επαφής (δεχόμαστε ότι μόνο αυτή ασκείται στο Δt , όχι το βάρος.

$$\vec{F} = \frac{\overrightarrow{ΔP}}{Δt} \rightarrow \;Άρα\; \vec{F} \uparrow\uparrow \overrightarrow{ΔP} \rightarrow άλγεβρα \rightarrow F = \frac{ΔP}{Δt} = \frac{-1{,}8}{0{,}1}\,N = -18\,N$$

***11.** Από ακίνητο πυροβόλο, του οποίου η μάζα είναι M = 1.000kg, εκτοξεύεται βλήμα μάζας m = 1kg με οριζόντια ταχύτητα $υ_0$ = 1.000m/s.
Α. Πόση ταχύτητα αποκτά το πυροβόλο μετά την εκπυρσοκρότηση;
Β. Αν το πυροβόλο έχει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ = 0,05, για πόσο χρόνο θα κινηθεί;



Το σύστημα είναι μονωμένο στο οριζόντιο επίπεδο για τον μικρό χρόνο Δt, που διαρκεί η διάσπαση (όπλο – βλήμα).

Α.Δ.Ο. $0 + 0 = m.\vec{u}_o + M.\vec{V} \rightarrow \vec{V} = -\frac{m}{M}.\vec{u}_o$ (1)

Η σχέση (1), λέει ότι η ταχύτητα ανάκρουσης του πολυβόλου, είναι αντίρροπη της ταχύτητας του βλήματος. Λύνουμε την (1) αλγεβρικά

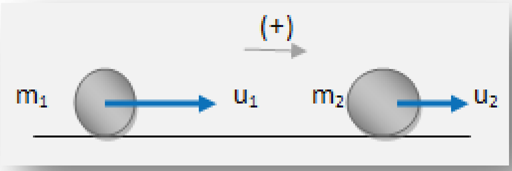
$(1) \rightarrow V = -\frac{m}{M}.(-u_o) \rightarrow \; s.i. \rightarrow V = \frac{1}{1000}.1000 = 1\,m/sec$ *Θετική αλγεβρικά, άρα ομόρροπη της φοράς που ορίστηκε –στο σχήμα- ως θετική.*

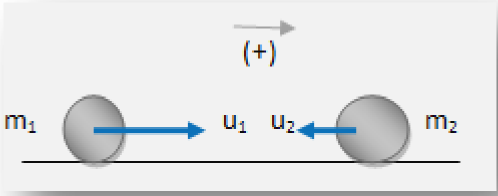
Θα εργαστούμε με θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για να βρούμε τον χρόνο Δt, που θα απαιτηθεί για να μηδενιστεί- λόγω τριβής- η ορμή του πολυβόλου (και η ταχύτητα προφανώς!)

$$\overrightarrow{ΣF} = \frac{\overrightarrow{ΔP}}{Δt} \rightarrow \vec{T} = \frac{0 - M.\overrightarrow{u_o}}{Δt} \rightarrow άλγεβρα \rightarrow -T = -\frac{M.u_o}{Δt} \rightarrow Δt = \frac{M.u_o}{μMg} = \{s.i.\} = \frac{1000\,.1}{0{,}05\,.1000\,.10} = 2\,sec$$

…και εδώ ισχύει $T = μ.N = μ\,.M.g$

***12.** Δύο σώματα m_1 = 2kg και m_2 = 4kg κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες $υ_1$ = 10m/s και $υ_2$ = 6m/s αντίστοιχα.
Α. Να βρείτε την ορμή του συστήματος m_1-m_2, στην περίπτωση που οι ταχύτητες των σωμάτων έχουν ίδια κατεύθυνση και στην περίπτωση που η κατεύθυνση των ταχυτήτων είναι αντίθετη.
Β. Υποθέστε, πως ενώ τα σώματα κινούνται με ταχύτητες αντίθετης κατεύθυνσης, συγκρούονται πλαστικά. Ποια νομίζετε ότι θα είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά τη σύγκρουση;

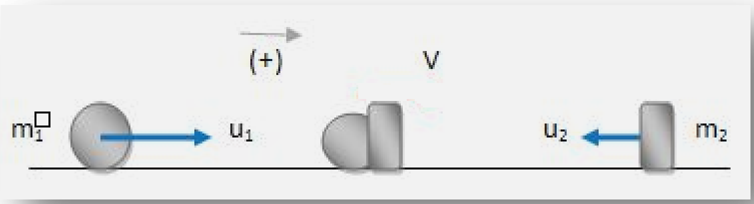




$$\overrightarrow{P_{ολ}} = \overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2} = m_1\,\overrightarrow{u_1} + m_2\overrightarrow{u_2} \rightarrow Άλγεβρα \rightarrow P_{ολ} = m_1\ u_1 + m_2 u_2 = \{s.i.\} = 2\,.10 + 4\,.6 = 44\,kg\frac{m}{sec}$$

Και

$$\overrightarrow{P_{ολ}} = \overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2} = m_1\,\overrightarrow{u_1} + m_2\overrightarrow{u_2} \rightarrow Άλγεβρα \rightarrow P_{ολ} = m_1\ u_1 + m_2(-u_2) = \{s.i.\} = 2\,.10 + 4\,.(-6) = -4\,kg\frac{m}{sec}$$



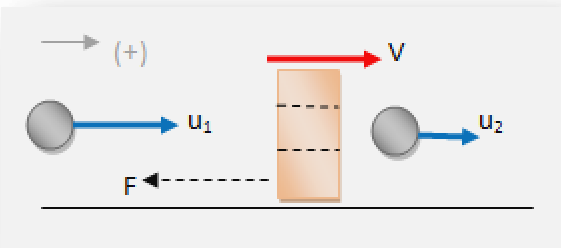
Α.Δ.Ο. στην οριζόντια διεύθυνση, εσαεί

$$\overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2} = \vec{P}_{μετά} \rightarrow m_1\,\overrightarrow{u_1} + m_2\overrightarrow{u_2} = (m_1 + m_2).\vec{V} \rightarrow αλγεβρικά \rightarrow m_1\ u_1 + m_2(-u_2) = (m_1 + m_2).V \rightarrow -4 = 6.V \rightarrow V = -\frac{2}{3}\ m/sec$$

Αρνητική αλγεβρική τιμή, επομένως θα κινηθεί αντίρροπα με την ορισθείσα στο σχήμα θετική φορά.

13. Ένα βλήμα μάζας m_1 = 100g, κινείται με οριζόντια ταχύτητα $υ_1$ = 400m/s και διαπερνά ένα ακίνητο κιβώτιο μάζας m_2 = 2kg, που βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν το βλήμα βγαίνει από το κιβώτιο με ταχύτητα $υ_1$ = 100m/s σε χρόνο Δt = 0,1s να βρείτε:
Α. Την ταχύτητα που αποκτά το κιβώτιο.
Β. Τη μέση οριζόντια δύναμη που ασκεί το βλήμα στο κιβώτιο.

Ανελαστική κρούση. Α.Δ.Ο. στην οριζόντια διεύθυνση, στο Δt.



$$m_1\,\vec{u_1} + 0 = m_1\,\vec{u_2} + m_2\vec{V} \rightarrow Άλγ\,εβρα \rightarrow m_1\,u_1 + 0 = m_1\,u_2 + m_2V \rightarrow \{s.i.\} \rightarrow 0{,}1\,.400 = 0{,}1\,.100 + 2V \rightarrow 40 = 10 + 2V \rightarrow V = 15\,m/sec$$

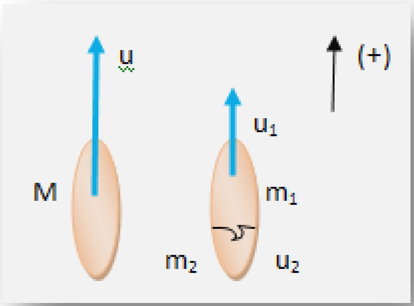
Θετική αλγεβρική τιμή, επομένως το κιβώτιο θα κινηθεί ομόρροπα με την ορισθείσα στο σχήμα θετική φορά.

Μελέτη βλήματος (θα μπορούσαμε να μελετήσουμε το κιβώτιο)

$$\vec{F} = \frac{\overrightarrow{\Delta P}}{\Delta t} \rightarrow \vec{F} = \frac{m_1\,\vec{u_2} - m_1\vec{u_1}}{\Delta t} \rightarrow Άλγεβρα \rightarrow F = \frac{m_1\,u_2 - m_1 u_1}{\Delta t} \rightarrow \{s.i.\} \rightarrow F = \frac{10-40}{0{,}1} = -300\,N$$

ε! Δράση – αντίδραση, …και το κιβώτιο δέχτηκε δύναμη +300 N

14. Ένας πύραυλος συνολικής μάζας M = 1.000kg κινείται κατακόρυφα απομακρυνόμενος από τη Γη. Κάποια στιγμή και ενώ η ταχύτητά του είναι υ = 500m/s, ο πύραυλος διαχωρίζεται σε δύο κομμάτια. Το ένα κομμάτι έχει μάζα m_1 = 800kg και η ταχύτητά του αμέσως μετά τη διάσπαση είναι $υ_1$ = 1.000m/s, ίδιας κατεύθυνσης με αυτήν της ταχύτητας υ. Να βρείτε την ταχύτητα που έχει το άλλο κομμάτι αμέσως μετά τη διάσπαση.



Α.Δ.Ο. για όσο χρόνο διαρκεί η διάσπαση…

$$M\vec{u} = m_1\,\vec{u_1} + m_2\,\vec{u_2} \rightarrow Άλγεβρα \rightarrow M.u = m_1u_1 + m_2u_2$$
$$\rightarrow \{s.i.\} \rightarrow 1000\,.500 = 800\,.1000 + 200\,.u_2$$
$$\rightarrow 1000\,.5 = 800\,.10 + 2\,u_2 \rightarrow -3000 = 2\,u_2$$
$$\rightarrow u_2 = -1500\,m/sec$$

Δηλαδή το κομμάτι m_2 θα κινηθεί κατακόρυφα προς τα κάτω.

ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Όταν λύνεις αλγεβρικά μια διανυσματική εξίσωση πρέπει να ορίσεις μια φορά ως θετική και να σημειώσεις στο σχήμα όλα τα διανύσματα, των οποίων γνωρίζεις την κατεύθυνση. Θα υπάρχει ένα (όχι παραπάνω!) διάνυσμα άγνωστο (μέτρο, κατεύθυνση). Αυτό το διάνυσμα θα το αντικαταστήσεις στην αλγεβρική εξίσωση σαν να έχει πρόσημο (+).

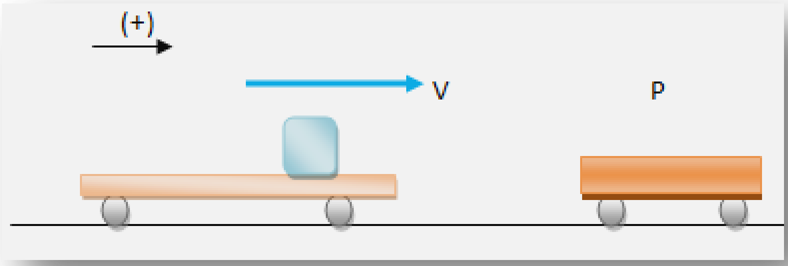
Αν στο τελικό αποτέλεσμα προκύψει θετικό, τότε έχει φορά ίδια με το διάνυσμα θετικής φοράς που όρισες στο σχήμα σου. Αν προκύψει αρνητική αλγεβρική τιμή, τότε θα έχει φορά αντίθετη από την ορισθείσα ως θετική στο σχήμα σου.

…Όταν με το καλό βρεις την κατεύθυνση του διανύσματος που ψάχνεις, τότε –**εκ των υστέρων** δηλαδή – σημειώνεις το διάνυσμα στο σχήμα σου.

15. Ένας μικρός μαθητής μάζας m = 60kg, ταξιδεύει με αυτοκίνητο που κινείται με ταχύτητα υ = 72km/h. Ο μαθητής, υπακούοντας στον κώδικα οδικής κυκλοφορίας, φοράει ζώνη ασφαλείας. Το αυτοκίνητο που έχει συνολικά μάζα M = 1.200kg, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλο αυτοκίνητο που κινείται αντιθέτως, με αποτέλεσμα και τα δύο να **ακινητοποιηθούν** σε χρόνο t = 0,12s. Να βρείτε:

Α. Την ορμή του δεύτερου αυτοκινήτου πριν τη σύγκρουση.

Β. Τη δύναμη που δέχτηκε ο μαθητής από τη ζώνη ασφαλείας. Να συγκρίνετε αυτή τη δύναμη με το βάρος του μαθητή.



- $\frac{72km}{h} = 72\,\frac{1000\,m}{3600\,sec} = 20\,m/sec$

Κρούση, ΑΔΟ στην οριζόντια διεύθυνση, εσαεί.

$$m.\vec{V} + \vec{P} = 0 \;\rightarrow\; \vec{P} = -M.\vec{V} \;\rightarrow Αλγεβρικά \rightarrow P = -M.V = \{s.i.\} = -1200\,.20 = -24000\,kg\frac{m}{sec} \qquad (1)$$

(φορά αντίθετη της εμφανιζόμενης στο σχήμα ως θετικής)

Η ορμή του ανθρώπου μεταβλήθηκε. Επομένως στην οριζόντια διεύθυνση δέχτηκε δύναμη. Θα δείξουμε ότι η δύναμη αυτή ασκήθηκε από τη ζώνη ασφαλείας…

Θεμελιώδης νόμος μηχανικής για τον άνθρωπο:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \rightarrow \vec{F} = \frac{0-m.\vec{V}}{\Delta t} \rightarrow Αλγεβρικά \rightarrow F = -\frac{m.V}{\Delta t} \rightarrow \{s.i.\} \rightarrow F = -\frac{60\,.\,20}{0{,}12} = -10.000\,N \qquad (2)$$

(φορά προς τα αριστερά. Μια τέτοιας κατεύθυνσης δύναμη, μόνο η ζώνη μπορεί να ασκήσει…)

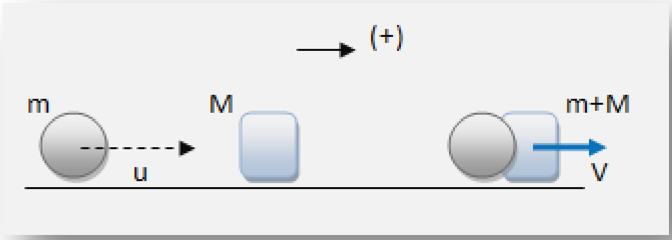
Σύγκριση σημαίνει λόγος!

$$Λόγος:\; \frac{F}{B} = \frac{F}{m.g} = \frac{10000}{60\,.10} = \frac{50}{3} \cong 17$$

ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Στη διαχείριση (1), άγνωστο διάνυσμα είναι η ορμή του δευτέρου οχήματος. Στη διαχείριση (2) άγνωστο διάνυσμα είναι η δύναμη που δέχτηκε το ανθρώπινο σώμα. Αυτά τα διανύσματα δεν τα έχω σημειώσει στο σχήμα. Όμως οι διανυσματικές εξισώσεις , τις οποίες επίλυσα αλγεβρικά, μας έδωσαν τα μέτρα και τις κατευθύνσεις των εν λόγω διανυσμάτων.

16. Ένα όχημα μάζας 2.000 kg συγκρούεται πλαστικά με ένα όχημα μάζας 1.000 kg το οποίο είναι **ακίνητο** και με λυμένο το χειρόφρενο. Τα δύο οχήματα κινούνται, μετά τη σύγκρουση, ως ένα σώμα με ταχύτητα 4 m/s.
Α. Ποια ήταν η ταχύτητα του οχήματος των 2.000 kg πριν τη σύγκρουση;
Β. Ποια η μεταβολή της ορμής του οχήματος των 1.000 kg;
Γ. Ποια η μεταβολή της ορμής του οχήματος των 2.000 kg;



Κρούση , ΑΔΟ σε οριζόντια διεύθυνση , εσαεί.

$m.\vec{u} + 0 = (m+M).\vec{V} \rightarrow \text{Άλγεβρα} \rightarrow m.u = (m+M).V \rightarrow \{s.i.\} \rightarrow 2000.u = 3000\,.4 \rightarrow u = 6\; m/sec$

(φορά ίδια με την ορισθείσα στο σχήμα ως θετική. Εκ των υστέρων σχεδίασα τη ταχύτητα $\vec{u}$ *στο σχήμα…)*

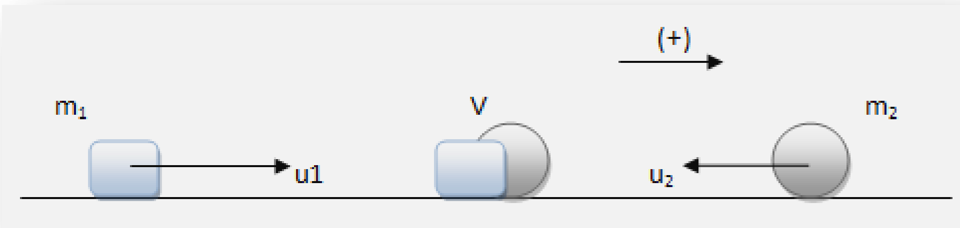
Μεταβολή ορμής του οχήματος μάζας m.

$$\overrightarrow{\Delta P} = m.\vec{V} - m.\vec{u} \rightarrow \alpha\lambda\gamma\varepsilon\beta\rho\iota\kappa\acute{\alpha} \rightarrow \Delta P = m.(V-u) \rightarrow s.i. \rightarrow \Delta P = 2000\,.(4-6) = -4000\; kg\frac{m}{sec}$$

Μόνοι σας βρείτε ότι για το όχημα μάζας Μ, θα έχουμε $\Delta P = +4000\; kg\frac{m}{sec}$ *Μελετήστε ξανά την ερώτηση 8Δ.*

***17.** Δύο σώματα με μάζες m_1 = 0,4kg και m_2 = 0,6kg, κινούνται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχουν συντελεστή τριβής ολίσθησης μ = 0,2. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά έχοντας κατά τη στιγμή της σύγκρουσης ταχύτητες $υ_1$ = 20m/s και $υ_2$ = 5m/s αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:
Α. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
Β. Την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της κρούσης.
Γ. Το διάστημα που θα διανύσει μετά την κρούση το συσσωμάτωμα (g = 10m/s^2).

Κρούση. ΑΔΟ στην οριζόντια διεύθυνση για χρόνο Δt, που διαρκεί η κρούση (τριβή γαρ)



$m_1\,\overrightarrow{u_1} + m_2\,\overrightarrow{u_2} = (m_1+m_2)\vec{V} \rightarrow \text{Άλγεβρα} \rightarrow m_1u_1 + m_2\,(-u_2) = (m_1+m_2).V \rightarrow \{s.i.\} \rightarrow 0{,}4\,.20 - 0{,}6\,.5 = 1\,.V \rightarrow 8-3 = V \rightarrow V = 5\; m/sec$ *(θετική φορά)*

$K_{\alpha\rho\chi} = K_1 + K_2 = \frac{1}{2}\,m_1u_1^2 + \frac{1}{2}\,m_2u_2^2 = \{s.i.\} = \frac{1}{2}\,0{,}4\,.400 + \frac{1}{2}\,0{,}6\,.25 = 80 + 7{,}5 = 87{,}5\; joule$

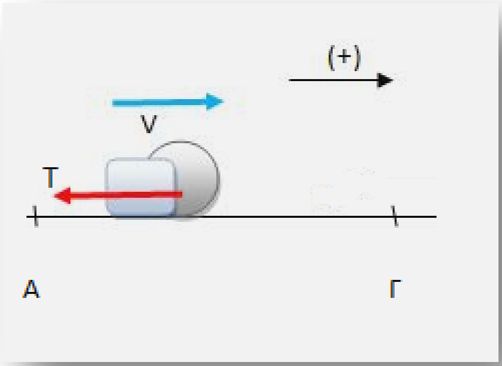
$K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}\,(m_1+m_2)\,V^2 = \{s.i.\} = \frac{1}{2}\,.1.\;25 = 12{,}5\; joule$

Επομένως οι απώλειες είναι $Q = K_{αρχ} - K_{τελ} = 87{,}5 - 12{,}5 = 75\ joule$

Ας δούμε και τις απώλειες (θερμότητα κυρίως) ως ποσοστό επί της αρχικής

Όταν η αρχική ποσότητα είναι 87,5 joule, οι απώλειες είναι 75 joule

// // 100 joule x; $x = \frac{75\,.\,100}{87{,}5}\ \% \cong 85{,}7\ \%$



Μπορούμε να βρούμε την ζητούμενη απόσταση με ΘΜΚΕ ή εξισώσεις ΕΟΜΚ

$u = V + a.t \ \rightarrow 0 = 5 + a\,.t \quad (1)$

$(ΑΓ) = V.t + \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$

Και

$\vec{T} = (m_1 + m_2).\vec{a} \ \rightarrow άλγεβρα \ \rightarrow \ -\mu\cancel{(m_1 + m_2)}g = \cancel{(m_1 + m_2)}.a \ \rightarrow a = -\mu g = -2\ m/sec^2 \quad (3)$ *(επιβράδυνση…)*

Έτσι…

$(1) \ \rightarrow t = 2{,}5\ sec \ \ και \ \ (2) \rightarrow (ΑΓ) = 5\,.\ 2{,}5\ + \frac{1}{2}\,(-2).2{,}5^2 = 6{,}25\ m$

Με ΘΜΚΕ θα λέγαμε

$$0 - \frac{1}{2}\,(m_1 + m_2)\,V^2 = -T.(ΑΓ) \ \rightarrow \ \frac{1}{2}\,\cancel{(m_1 + m_2)}\,V^2 = \mu.\cancel{(m_1 + m_2)}.g \ \rightarrow κοκ$$

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)