1. Ένα αυτοκίνητο διανύει απόσταση 120 m σε χρόνο 4s με **σταθερή** ταχύτητα. Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας του αυτοκινήτου και να κάνετε τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου και διαστήματος - χρόνου.

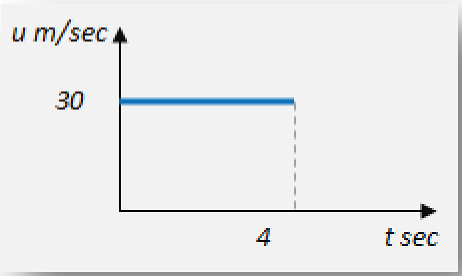
Ισχύει για το μέτρο της σταθερής ταχύτητας :

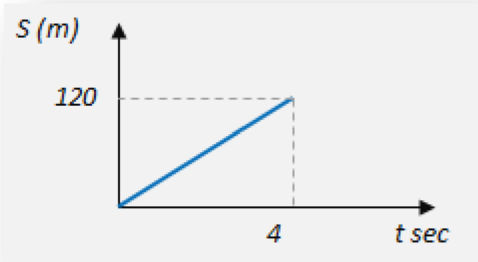
$$u_{μεσ.αριθμ} = \frac{S}{Δt} = s.i. = \frac{120}{4} = 30\ m/\sec = u_{στιγμιαία}$$

Για να κάνεις γραφική παράσταση χρειάζεσαι εξίσωση κι αυτή υπάρχει… Πρέπει όμως να θέσουμε ανώτερο όριο χρόνου t=4 sec, διότι μετά δεν ξέρουμε πώς εξελίσσεται η κίνηση.

$$u_{μεσ.αριθμ} = \frac{S}{Δt} \rightarrow S = u_{μεσ.αριθμ} . (t - t_o) \rightarrow (t_o = 0) \rightarrow \boxed{S = u_{μεσ.αριθμ} . t} \quad (1)$$

Η (1) λέει ότι τα ποσά S, t είναι ανάλογα. Αυτό σημαίνει ότι περιμένουμε πλάγιο ευθύγραμμο τμήμα που θα περνάει από την αρχή των αξόνων. Ακολουθούν τα διαγράμματα μέτρο ταχύτητας-χρόνος και διάστημα-χρόνος





2. Μια ατμομηχανή έχει μήκος $\ell = 20\mathrm{m}$, κινείται με ταχύτητα υ = 10m/s και περνά μια γέφυρα μήκους D = 1.980 m. Για πόσο χρόνο θα βρίσκεται τμήμα της ατμομηχανής πάνω στη γέφυρα;

Χρειαζόμαστε ένα σχήμα, που θα μας δείχνει πότε ξεκινά η ατμομηχανή να έχει τμήματα στη γέφυρα και πότε εγκαταλείπει την γέφυρα, πώς δηλαδή αρχίζει και πώς ολοκληρώνεται το φαινόμενο

Στο σχήμα φαίνεται ότι η ατμομηχανή διανύει απόσταση D+L και ισχύει η εξίσωση:

$$u = \frac{D+L}{Δt} \rightarrow s.i. \rightarrow 10 = \frac{2000}{Δt} \rightarrow Δt = 200\ m\ ,$$

όπου u η σταθερή ταχύτητα (χρήση ως μέση ή και στιγμιαία αριθμητική εδώ, μιας και δεν εμφανίζουμε άξονα)

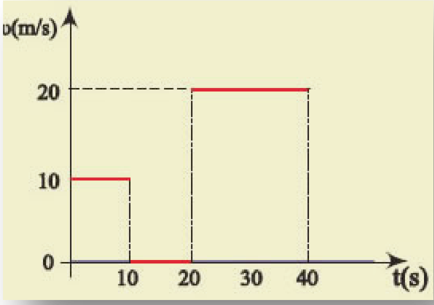
- *Για πόσο χρόνο ολόκληρη η ατμομηχανή θα ευρίσκεται ολόκληρη πάνω στη γέφυρα;* … $Δt = u.(D - L)$

3. Όχημα κάνει **ευθύγραμμη κίνηση** και το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου φαίνεται στην εικόνα.

Α. Να βρεθεί το συνολικό διάστημα που διανύει το όχημα.

Β. Ποια είναι η τιμή της μέσης ταχύτητας του οχήματος;

Γ. Να γίνει το διάγραμμα διαστήματος - χρόνου.



Α.

0 – 10 sec, κίνηση ε.ο.κ. : $\Delta x_1 = εμβαδόν = s.i. = (10-0).(10-0) = 100\, m$

10 – 20 sec, η ταχύτητα είναι μηδέν, οπότε το κινητό είναι ακίνητο : $\Delta x_2 = 0$

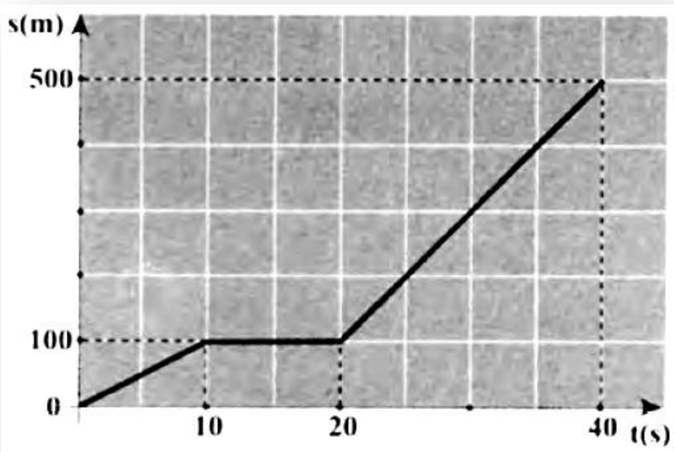
20 - 40 sec, κίνηση ε.ο.κ. : $\Delta x_2 = εμβαδόν = s.i. = (40-20).(20-0) = 400\, m$

*Το κινητό ήταν κάπου σε μια ευθεία γραμμή (άξονα), κινήθηκε με θετική ταχύτητα μετατοπιζόμενο 100 m, σταμάτησε για 10 sec και μετά συνέχισε κινούμενο προς την ίδια κατεύθυνση, ακόμη 400 m. Οι **θέσεις** ταυτίζονται με τα **διαστήματα** αριθμητικά αρκεί να θεωρήσουμε ότι η κίνηση ξεκίνησε από τη θέση x=0 (κι έτσι ξεκινά και το διάστημα s από μηδενική τιμή).*

Β. Μέση ταχύτητα: $u_{μέση\ αριθμητική} = \frac{s_{ολικό}}{\Delta t} = s.i. = \frac{500}{40} = 12{,}5\, m/sec$

Γ. 0 – 10 sec : Εξίσωση κίνησης $x - x_o = u.(t - t_o) \rightarrow s.i. \rightarrow \boldsymbol{x = 10.t}$ *ποσά ανάλογα…*

20 – 40 sec Εξίσωση κίνησης $x - x_o = u.(t - t_o) \rightarrow s.i. \rightarrow x - 100 = 20(t-20) \rightarrow \boldsymbol{x = 100 + 20(t-20)}$

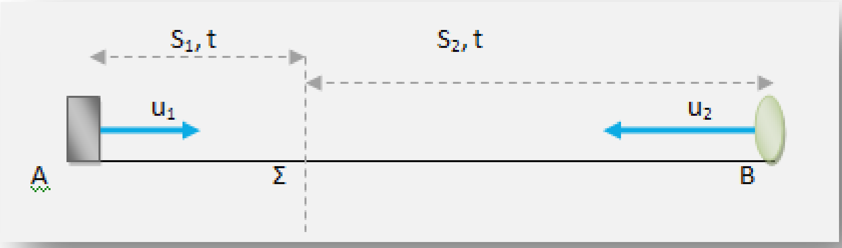


Αυτό το διάγραμμα δίνει το λυσάρι του σχολικού βιβλίου.

Είναι σωστό, με την παρατήρηση ότι ο κατακόρυφος άξονας μπορεί να είναι και ο άξονας θέσεων x (m).

…Έχω μια απορία πώς το έφτιαξαν χωρίς να χρησιμοποιήσουν εξισώσεις!

4. Δύο αυτοκίνητα ξεκινάνε **ταυτόχρονα** από τα σημεία Α και Β μιας ευθύγραμμης διαδρομής κινούμενα αντίθετα με σταθερές ταχύτητες $υ_1$ = 36km/h και $υ_2$ = 54km/h αντίστοιχα.
Α. Να βρεθεί μετά από πόσο χρόνο και σε ποιο σημείο θα συναντηθούν τα αυτοκίνητα, αν είναι ΑΒ= 1km.
Β. Να γίνουν τα διαγράμματα ταχύτητας χρόνου και διαστήματος χρόνου και για τα δύο κινητά σε κοινά συστήματα αξόνων.



Πάλι με τα διαστήματα...

$$36\frac{km}{h} = \cdots 10\, m/s \quad και$$

$$54\frac{km}{h} = \cdots 15\, m/s$$

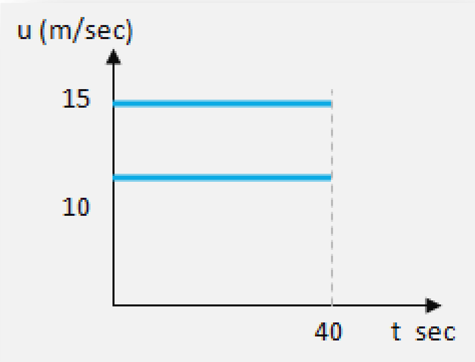
Εξισώσεις κίνησης : $S_1 = u_1 . t \rightarrow S_1 = 10t$ *(1)* *και* $S_2 = u_2 . t \rightarrow S_2 = 15t$ *(2)*

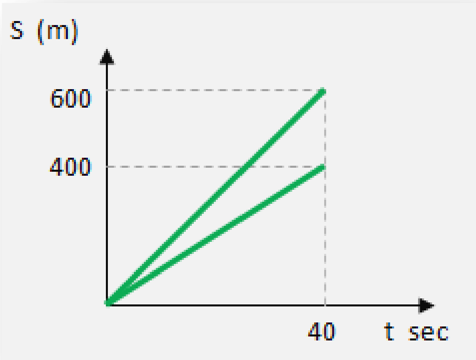
Όμως!

$$S_1 + S_2 = (AB) \rightarrow 10t + 15t = 1000 \rightarrow 25t = 1000 \rightarrow t = 40\, sec$$

Εύκολα, από τις εξισώσεις (1) και (2) βρίσκουμε ότι S_1=400 m και S_2=600 m ..μια χαρά!

Θα σχεδιάσουμε το διάγραμμα των μέτρων των ταχυτήτων και των διαστημάτων, με χρονικό άνω όριο τα 40 sec.

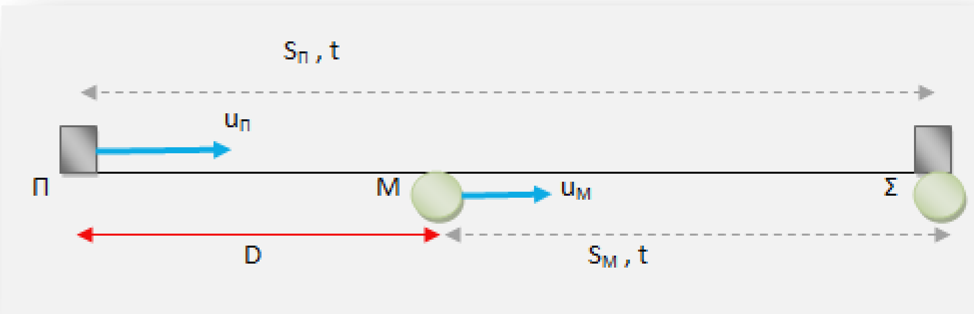




5. Περιπολικό αρχίζει να καταδιώκει μοτοσικλετιστή που βρίσκεται σε απόσταση d = 500m μπροστά από το περιπολικό. Το περιπολικό έχει σταθερή ταχύτητα $υ_π$ = 30m/s, ενώ ο μοτοσικλετιστής κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ_Μ$ =20m/s. Να βρεθούν:
Α. Ο χρόνος t που απαιτείται για να φτάσει το περιπολικό τον μοτοσικλετιστή.
Β. Το διάστημα που θα διανύσει το περιπολικό στο χρόνο αυτό.

Ζωγραφίσαμε το φαινόμενο της συνάντησης...

Μελετήστε το !



Εξισώσεις κίνησης : $S_M = u_M . t \rightarrow S_M = 20. t$ *(1)* *και* $S_\Pi = u_\Pi . t \rightarrow S_\Pi = 30. t$ *(2)*

Όμως…

$$S_M + D = S_\Pi \rightarrow 20. t + 500 = 30. t \rightarrow t = 50\ sec$$

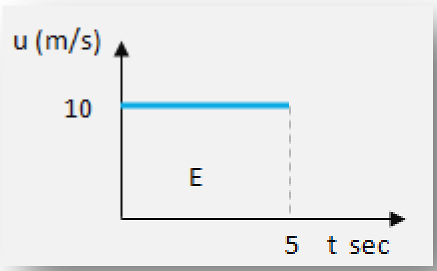
Από την εξίσωση (2) βρίσκουμε ότι : $S_\Pi = 30. t \rightarrow S_\Pi = 30\ .50 = 1500\ m$

6. Η εξίσωση κίνησης ενός ποδηλάτη που κινείται σε **ευθύγραμμη** τροχιά είναι: x = 10.t (x σε m, t σε s).
Να γίνει το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για την κίνηση αυτή, από t = 0 μέχρι t = 5s.
Να υπολογίσετε το διάστημα που διάνυσε ο ποδηλάτης σε 5s.

Η εξίσωση x=10.t αντιστοιχεί στην εξίσωση κίνησης της ε.ο.κ. $x = u. t$

Να θυμηθούμε την γενική εξίσωση $x - x_o = u. (t - t_o) \rightarrow αν\ x_o = 0\ \ και\ t_o = 0 \rightarrow x = u. t$

Από την σύγκριση των δυο εξισώσεων έχουμε ότι u=10 m/sec και ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.

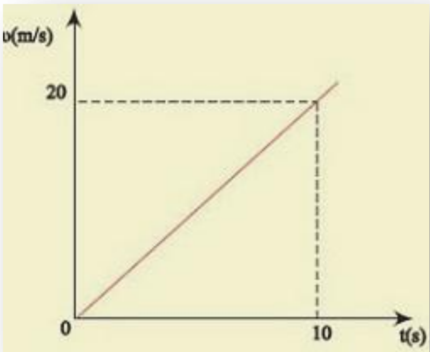


Η μετατόπιση «κρύβεται» στο 'εμβαδόν' E !

$$Δx = 5\ .10 = 50\ m = διάστημα\ S$$

Στο ίδιο αποτέλεσμα θα καταλήγαμε, αν αντί 'εμβαδού' εργαζόμασταν με την εξίσωση κίνησης.

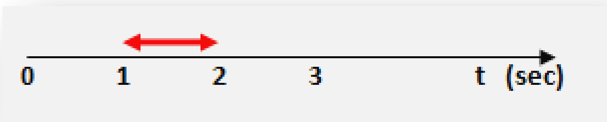
8. Στην εικόνα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου για ένα κινητό που κάνει **ευθύγραμμη** κίνηση.
Να υπολογίσετε:
A. Το διάστημα που διάνυσε το κινητό σε χρόνο 10s.
B. Το διάστημα που διάνυσε το κινητό στο 2^o δευτερόλεπτο της κίνησής του.



Η μετατόπιση στο διάγραμμα u – t, είναι «κρυμμένη» στο εμβαδόν…

$Δx = εμβαδόν\ τριγώνου = \frac{1}{2}\ .10\ .20 = 100\ m$ *Αυτή είναι ίση με το διάστημα S διότι η κίνηση γίνεται συνεχώς με θετική ταχύτητα, δηλαδή προς μία κατεύθυνση πάνω σε άξονα (ευθύγραμμη).*

Επιτάχυνση : «κρύβεται» στην κλίση των u – t. $a = \frac{Δu}{Δt} = \frac{20-0}{10-0} = 2\ m/sec^2$



Στο σχήμα φαίνεται η διάρκεια του 2^{ου} δευτερολέπτου.

0 – 1 sec $Δx_{0-1} = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2}\ .2. 1^2 = 1\ m$

0 - 2 sec $\Delta x_{0-2} = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}.2.2^2 = 4\ m$

Επομένως κατά τη διάρκεια του 2ου sec μετατοπίστηκε κατά 3 m

ΣΗΜΕΙΩΜΑ: Εδώ οι μαθητές (-τριες) αναλογίζονται γιατί δεν λέμε $\Delta x_{1-2} = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}.2.(2-1)^2 = 1\ m$
Αυτό είναι λάθος, διότι όταν εργαστείς στο χρονικό διάστημα 1 – 2 sec, πρέπει να λάβεις υπόψη την αρχική ταχύτητα σε αυτό το χρονικό διάστημα, αυτή δηλαδή που έχεις στο τέλος του 1ου δευτερολέπτου.
Λες : $\upsilon_1 = \alpha.t = 2.1 = 2\ m/sec$ *και* $\Delta x_{1-2} = u_1 t + \frac{1}{2}at^2 = 2.1 + \frac{1}{2}.2.(2-1)^2 = 3\ m$

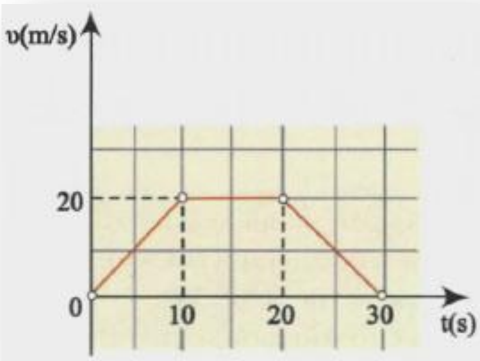
7. Ένας μοτοσικλετιστής ξεκινά από την ηρεμία και κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή επιτάχυνση $2m/s^2$.
Να υπολογιστούν:
Α. Η ταχύτητά του μετά από 15s.
Β. Η απόσταση που διάνυσε στο χρόνο αυτό.

…ξεκινάει από την ηρεμία: σημαίνει $u_o = 0$ *. Αν δε θεωρήσουμε ότι ξεκινάει όταν* $t_o = 0$ *, τότε οι εξισώσεις κίνησης έχουν μια απλά μορφή και μπορούμε εύκολα να απαντήσουμε στις ερωτήσεις*

Έτσι: $u = a.t$ & $\Delta x = S = \frac{1}{2}a.t^2$

9. Η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας ενός κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο, στα πρώτα 30s της κίνησής του δίνεται από το διάγραμμα της εικόνας.

Να υπολογιστούν:
Α. Το συνολικό διάστημα που διάνυσε το κινητό.
Β. Η τιμή της μέσης ταχύτητας του κινητού.



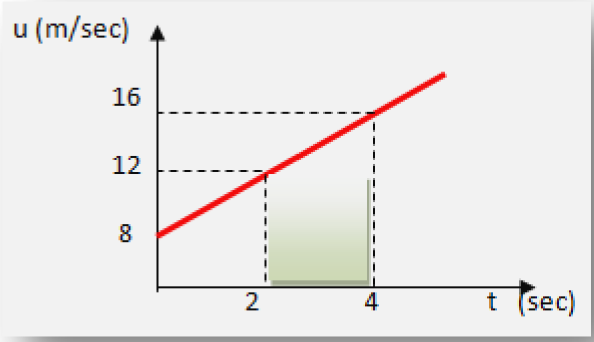
Η μετατόπιση εδώ «κρύβεται» σε ένα ωραίο τραπέζιο και αυτή ισούται με το διάστημα S, διότι η ταχύτητα είναι θετική, άρα η ευθύγραμμη κίνηση γίνεται σε μια κατεύθυνση και αυτό αρκεί. (Τι να κάνω; Πρέπει να θεωρήσω ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη, αλλιώς πώς θα επικαλεστώ εξισώσεις;)

$\Delta x = \varepsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{o}\nu\ \tau\rho\alpha\pi\varepsilon\zeta\acute{\iota}o\upsilon = \frac{30+10}{2}.20 = 400\ m = S$

και

$u_{\mu\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ \alpha\rho\iota\theta\mu} = u_{\mu\acute{\varepsilon}\sigma\eta\ \delta\iota\alpha\nu\upsilon\sigma\mu} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ή $\frac{S}{\Delta t} = \frac{400}{30} = 13{,}3\ m/sec$

10. Η ταχύτητα ενός αυτοκινήτου σε μια ευθύγραμμη κίνηση δίνεται από τη σχέση υ = 8 + 2t (υ σε m/s, t σε s). Να βρείτε το διάστημα που διάνυσε το αυτοκίνητο από τη χρονική στιγμή 2s μέχρι τη χρονική στιγμή 4s.



Στο $u-t$ έχουμε πλάγιο ευθύγραμμο τμήμα. Επομένως πρόκειται για κίνηση ε.ο.μ.κ.

Η ταχύτητα είναι θετική και αυξάνει συνεχώς το μέτρο της.

Μετατόπιση και διάστημα ισούνται αριθμητικά, αφού η κίνηση γίνεται μόνο σε μια κατεύθυνση, την θετική.

Κάνουμε τη γραφική παράσταση της εξίσωσης και το αποτέλεσμα φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

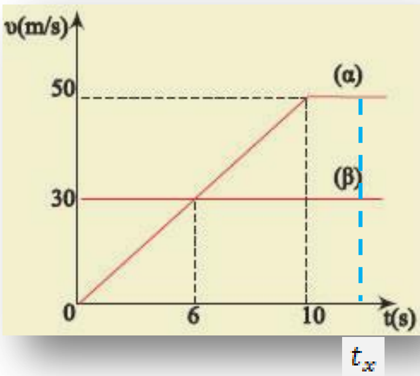
Ισχύει: $\Delta x_{2-4} = \varepsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{o}\nu\ \tau\rho\alpha\pi\varepsilon\zeta\acute{\iota}o\upsilon = s.i. = \frac{16+12}{2}.2 = 28\,m$

ΣΗΜΕΙΩΜΑ: *Η δοσμένη εξίσωση, αν συγκριθεί με την εξίσωση ταχύτητας της ε.ο.μ.κ λέει :* $u_o = 0$, $t_o = 0$ *και* $\alpha = 2\,m/sec^2$

*ε! Την τιμή της επιτάχυνσης (αλγεβρικά) μπορούμε να έχουμε **και** από το διάγραμμα.*

$$\alpha = \kappa\lambda\acute{\iota}\sigma\eta = \frac{16-12}{4-2} = 2\,m/sec^2$$

***11.** Δύο κινητά βρίσκονται στο **ίδιο** σημείο **ευθύγραμμου** δρόμου και **ξεκινούν ταυτόχρονα**. Στο διάγραμμα της εικόνας φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας - χρόνου για τα δύο αυτά κινητά.
Να υπολογιστούν:
Α. Σε ποια χρονική στιγμή η ταχύτητα των κινητών έχει την ίδια τιμή;
Β. Στα 10s πόσα m προηγείται το κινητό β του κινητού α;
Γ. Σε ποια χρονική στιγμή συναντώνται τα κινητά;



Α. Στο διάγραμμα φαίνεται ότι οι δυο θετικές αλγεβρικά ταχύτητες, έχουν ίσα μέτρα (=30 m/sec), όταν t=6 sec.

Β. Με λίγη προσοχή, υπολογίζουμε τις μετατοπίσεις (και επομένως και τα διαστήματα), που αντιστοιχούν στα επί μέρους 'εμβαδά'.

$$\Delta x_{(\alpha)} = \varepsilon\mu\delta\alpha\delta\acute{o}\nu\ \tau\rho\iota\gamma\acute{\omega}\nu o\upsilon = s.i. = \frac{1}{2}.10.50 = 250\,m$$

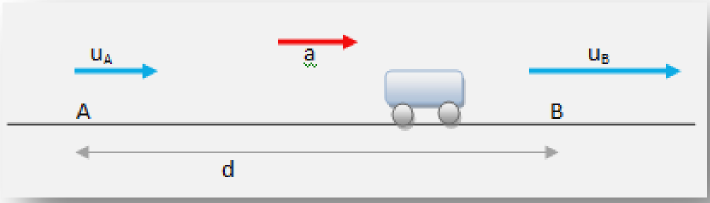
$$\Delta x_{(\beta)} = \varepsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{o}\nu\ o\rho\theta o\gamma\omega\nu\acute{\iota}o\upsilon\ \pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\eta\lambda o\gamma\rho\acute{\alpha}\mu\mu o\upsilon = s.i. = 10\,.30 = 300\,m$$

Επομένως –στα 10 πρώτα sec- προηγείται το (β) κατά 50 m

Γ. έστω t_x η στιγμή (διακεκομμένη μπλε γραμμή)

$$\Delta x_{(\alpha)} = \Delta x_{(\beta)} \to \frac{t_x + (t_x - 10)}{2}.50 = t_x.30 \to 25.(2t_x - 10) = 30.t_x \to 20t_x = 250 \to t_x 12{,}5\,sec$$

12. Ένα αυτοκίνητο ξεκινά από την **ηρεμία** και κινείται με **σταθερή** επιτάχυνση. Για να περάσει από δύο σημεία Α και Β που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d = 200m χρειάζεται χρόνο 10s. Αν η ταχύτητα του αυτοκινήτου τη στιγμή που περνά από το σημείο Β είναι $υ_Β$ = 30m/s να βρεθούν:
Α. η ταχύτητά του όταν περνά από το σημείο Α και
Β. η επιτάχυνσή του.



Η κίνηση Α→Β είναι ε.ο.μ.κ. οπότε γίνεται χρήση των εξισώσεων της.

$u_B = u_A + a\,.t \rightarrow si \rightarrow 30 = u_A + 10a$ *(1)*

Και για τη μετατόπιση : $\Delta x = d = u_A t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 200 = 10u_A + 50a$ *(2)*

Έχουμε δυο εξισώσεις με δυο αγνώστους, οπότε μια χαρά!

Πολλαπλασιάζω την (1) επί 5 και αφαιρώ κατά μέλη αυτή από την (2)

$$200 - 150 = 10u_A + 50a - (5u_A + 50a) \rightarrow 50 = 5\,u_A \rightarrow u_A = 10 \ \ m/sec$$

$$Κι\ από\ την\ (1):\ 30 = 10 + 10α \rightarrow α = 2 \ m/sec^2$$

- *Από πόσο μακριά ξεκίνησε το κινητό; Πόσο χρόνο έκανε για να φτάσει στη θέση Β ;*

Ξέρουμε τις εξισώσεις κίνησης, ξέρουμε ότι η επιτάχυνση είναι σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κίνησης, ξέρουμε ότι ξεκίνησε από την ηρεμία…

$u_B = 0 + a\,.t' \rightarrow 30 = 2.t' \rightarrow t' = 15\,sec$ $\quad \Delta x' = 0.t + \frac{1}{2}at'^2 \rightarrow \Delta x' = \frac{1}{2}\,2\,15^2 \rightarrow \Delta x' = 225\,m$

***13.** Αυτοκίνητο κινείται σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα μέτρου $υ_0$ = 72 (km/h). Ξαφνικά σε απόσταση 50m ο οδηγός βλέπει εμπόδιο. Ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού είναι t_1 = 0,7s (ο χρόνος από τη στιγμή που βλέπει το εμπόδιο μέχρι να πατήσει το φρένο).
Να εξετάσετε αν αποφεύγεται η σύγκρουση του αυτοκινήτου με το εμπόδιο. Η επιβράδυνση που προκαλούν τα φρένα είναι 10 m/s^2.

Ξεκινάμε: $72\,\frac{km}{h} = 72\,\frac{1000\,m}{3600\,sec} = 20\,m/sec$

Εξίσωση κίνησης ε.ο.κ. για 0,7 sec : $\Delta x = S = u_o.t \rightarrow s.i. \rightarrow S = 20\,.\,0{,}7 = 14\,m$

Εξισώσεις κίνησης για όσο χρόνο διαρκεί η κίνηση ε.ο.μ.κ.

$u = u_o + a.t \rightarrow σταματά \rightarrow 0 = 20 + (-10).t \rightarrow t = 2\,sec$ *δηλ. σε 2 sec το κινούμενο όχημα θα σταματήσει λόγω του φρεναρίσματος.*

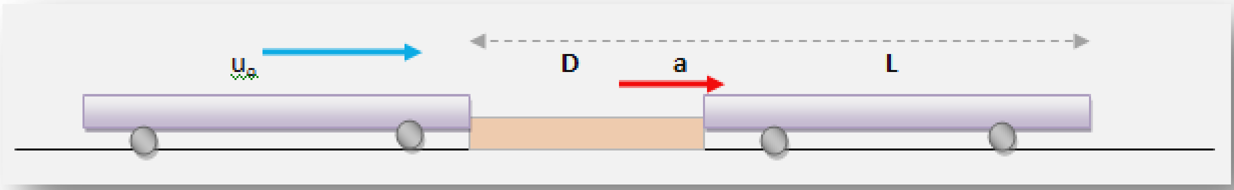
Μετατόπιση ή διάστημα αν θέλετε κατά την διάρκεια πέδησης :

$$\Delta x = S = u_o t + \frac{1}{2}at^2 = 20\,.2 + \frac{1}{2}\,(-10).\,2^2 = 40 - 20 = 20\,m$$

Συνολική απόσταση : $S_{ολική} = 14\,m + 20\,m = 34\,m$ *…και η σύγκρουση αποφθέχθηκε.*

14. Τρένο μήκους L=70 m περνά από γέφυρα μήκους D = 55m. Το τρένο έχει αρχική ταχύτητα u_0 = 20m/s και τη στιγμή που φτάνει στην γέφυρα αρχίζει να επιταχύνεται ομαλά με α = 2m/s^2.
Να βρείτε επί πόσο χρόνο βρίσκεται τμήμα του τρένου πάνω στη γέφυρα.

Να η εικόνα, που μας περιγράφει το φαινόμενο…



…τμήματα του τραίνου θα υπάρχουν στη γέφυρα, από την στιγμή που θα εισέρχεται στη γέφυρα, μέχρι τη στιγμή που θα εγκαταλείψει τη γέφυρα.
Αυτό σημαίνει ότι η διανυόμενη απόσταση που αντιστοιχεί στην ύπαρξη τμημάτων του τραίνου επί της γέφυρας, είναι Δx=D+L (δείτε το!)

$$\Delta x = u_o t + \frac{1}{2} a t^2 \ \rightarrow s.i. \ \rightarrow 55 + 70 = 20t + \frac{1}{2} 2 . t^2 \ \rightarrow \ t^2 + 20t - 125 = 0 \qquad (1)$$

Με λύση της βθμιας εξίσωσης (1), προκύπτουν δυο λύσεις $t_1 = -25\ sec$ *(απορρίπτεται) και* $\boldsymbol{t_2 = 5\ sec}$ *(δεκτή)*

15. Οι εξισώσεις κίνησης δύο οχημάτων τα οποία κινούνται κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα Οx είναι: x_1 = 10t και x_2 = 4t^2 στο S.I.
Α. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που τα κινητά συναντώνται.
Β. Να κατασκευάσετε τα διαγράμματα, ταχύτητας - χρόνου και διαστήματος - χρόνου.

Για να συναντηθούν αρκεί :

$$x_{(1)} = x_{(2)} \ \rightarrow 10t = 4t^2 \ \rightarrow t.(4t - 10) = 0 \ \rightarrow t = 0 \ \text{ή} \ \ t = 2{,}5\ sec$$

Το πρώτο όχημα, κάνει κίνηση ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα $u_{(1)} = +10\ m/sec$

Το δεύτερο όχημα, κάνει κίνηση ε.ο.μ.κ με $u_o = 0$ *και α=8 m/sec^2 (*)*

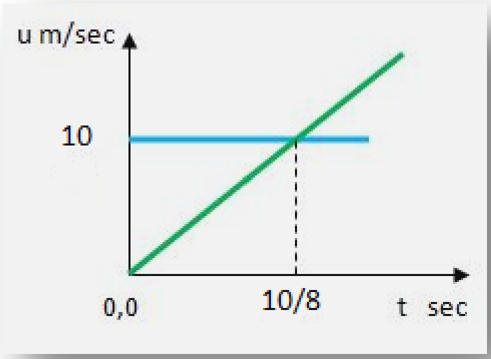
Όταν t=0 προκύπτει –από τις εξισώσεις κίνησης- ότι τα δυο κινητά είναι στην αρχή των αξόνων. Δηλαδή $x_{(o,1)} = x_{(o,2)} = 0$ *και εργασία με χρόνους, για τους οποίους* $t_{(o,1)} = t_{(o,2)} = 0$

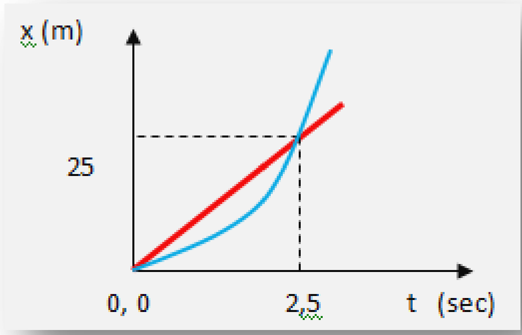
(*) απόδειξη

$$x_{(2)} - x_{(o,2)} = u_o t + \frac{1}{2} a\, t^2 \ \rightarrow \ x_{(2)} - 0 = 0 + \frac{1}{2} a\, t^2 \ \rightarrow x_{(2)} = \frac{1}{2} a\, t^2 \qquad (1)$$

Συγκρίνοντας την (1) με την δοσμένη έχουμε … $\frac{1}{2} a\, t^2 \leftrightarrow 4t^2 \ \rightarrow a = 8\ m/sec^2$

Πάμε τώρα στα διαγράμματα…



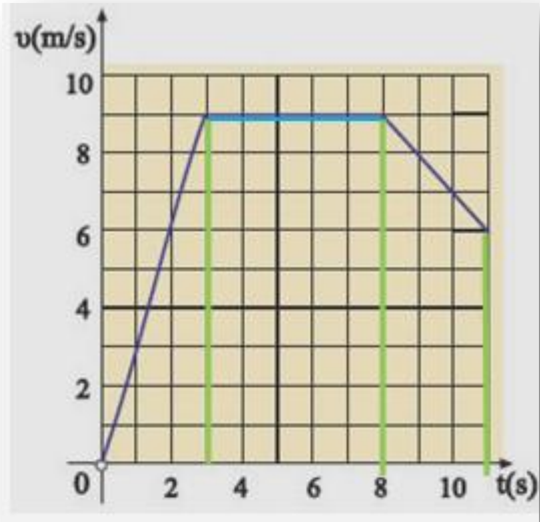


16. Η κίνηση ενός δρομέα δίνεται προσεγγιστικά από το παρακάτω διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου.

Να υπολογίσετε:

Α. Τη μέση ταχύτητα του δρομέα και

Β. Την επιτάχυνσή του, όπου η κίνηση είναι μεταβαλλόμενη.



Α.

Το κινητό έχει θετική αλγεβρικά ταχύτητα, σε όλη τη διάρκεια της κίνησης. Αυτό σημαίνει ότι κινείται σε σταθερή κατεύθυνση. Επομένως μετατόπιση και διάστημα συμπίπτουν αριθμητικά.

$$\Delta x_{ολική} = τρίγωνο_{\,(0-3)} + παραλληλόγραμμο_{(3-8)} + τραπέζιο_{(8-11)} = \frac{1}{2}\,3.9 + 5.9 + \frac{9+6}{2}.3 =$$
$$= 13{,}5 + 45 + 22{,}5 = 81\;m = \;S_{ολικό}$$

Επομένως :

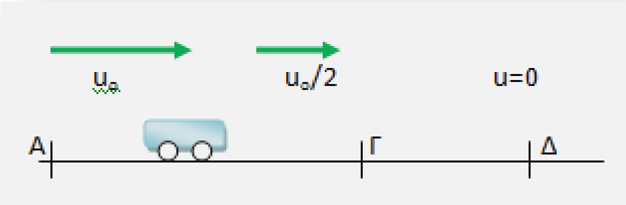
$$u_{μέση\;αριθμ.} = u_{μέση\;διανυσματική} = \frac{S_{ολικό}\;ή\;\Delta x_{ολικό}}{\Delta t} = \frac{81}{11} = 7{,}36\;\;m/sec$$

Β.

Εργασία στο 0 – 3 sec $\quad a = \frac{u_{τελ}-u_{αρχ}}{t_{τελ}-t_{αρχ}} = \frac{9-0}{3-0} = +3\;m/sec^2$

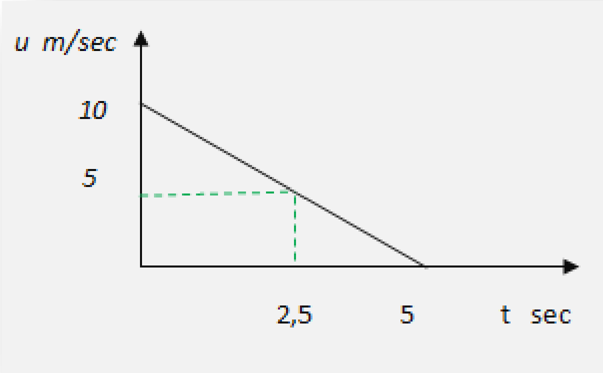
Εργασία στο 8 – 11 sec $\quad a = \frac{u_{τελ}-u_{αρχ}}{t_{τελ}-t_{αρχ}} = \frac{6-9}{11-8} = -\frac{3}{3} = -1\;m/sec^2$

17. Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ_0$ = 10m/s και ο οδηγός κάνοντας χρήση των φρένων προκαλεί στο αυτοκίνητο σταθερή επιβράδυνση α = 2m/s^2.
Α. Μετά από πόσο χρόνο η ταχύτητα του αυτοκινήτου θα υποδιπλασιαστεί και πόσο διάστημα θα έχει διανύσει στο χρόνο αυτό;
Β. Για πόσο χρόνο θα κινηθεί το αυτοκίνητο με τη σταθερή αυτή επιβράδυνση και πόσο διάστημα θα διανύσει;



Εξίσωση ταχύτητας – κίνησης θεωρώντας ότι για την αρχική θέση και χρονική στιγμή ισχύει… $t_o = 0$

$$u = u_o + a.t \rightarrow u = 10 + (-2).t = 10 - 2t \qquad (1)$$



Α. Από την εξίσωση της ταχύτητας, προκύπτει ότι η ταχύτητα υποδιπλασιάζεται όταν t=2,5 sec.

$$u = 10 - 2t \rightarrow 5 = 10 - 2t \rightarrow t = 2{,}5\ sec$$

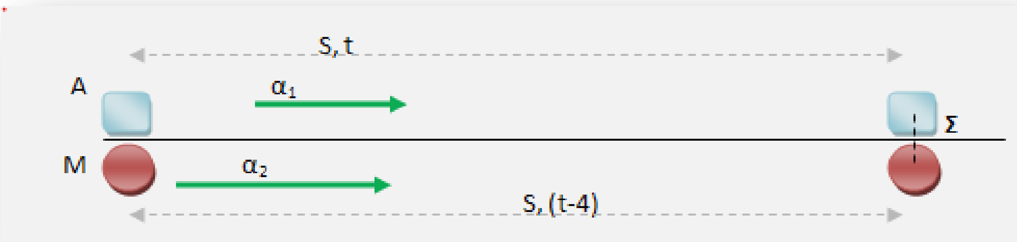
Και

$$Δx_{(0-2,5)} = τραπέζιο = \frac{10+5}{2}.2{,}5 = 18{,}75\ m$$

Β. Πάλι από την εξίσωση ταχύτητας προκύπτει ότι το κινητό θα σταματήσει, όταν t=5 sec.

$$u = 10 - 2t \rightarrow 0 = 10 - 2t \rightarrow t = 5\ sec \qquad και \qquad Δx_{(0-5)} = τρίγωνο = \frac{1}{2}\,5\,.10 = 25\ m$$

***18.** Ένα αυτοκίνητο και μια μοτοσυκλέτα είναι ακίνητα στην αρχή μιας αγωνιστικής πίστας. Το αυτοκίνητο ξεκινάει κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση $α_1$ = l,6m/s^2 και 4 δευτερόλεπτα κατόπιν, ξεκινάει ο μοτοσικλετιστής ο οποίος καταδιώκει το αυτοκίνητο με σταθερή επιτάχυνση $α_2$ = 2,5m/s^2.
Α. Μετά από πόσο χρόνο, από το ξεκίνημα του αυτοκινήτου, ο μοτοσικλετιστής θα φτάσει το αυτοκίνητο και τι διάστημα θα έχουν διανύσει μέχρι τότε;
Β. Πόση, είναι η ταχύτητα κάθε οχήματος τη στιγμή της συνάντησης και πόση η μέση ταχύτητα με την οποία κινήθηκε μέχρι τότε το αυτοκίνητο;
Γ. Να κάνετε για το αυτοκίνητο τα διαγράμματα υ = f(t) και s = f(t).



Στην εικόνα φαίνεται πώς εξελίχτηκε το φαινόμενο.
Α = Αυτοκίνητο
Μ = Μοτοσικλέτα

Είναι προφανές, ότι αν το αυτοκίνητο έκανε t χρόνο για να πάει στο σημείο συνάντησης Σ, η μοτοσικλέτα έκανε 4 sec λιγότερο, μιας και άργησε να ξεκινήσει, οπότε έπρεπε να καλύψει τη διαδρομή S σε λιγότερο χρόνο…

Αυτοκίνητο … $S = \Delta x = \frac{1}{2}a_1 . t^2$ *(1)* *και μοτοσικλέτα …* $S = \Delta x = \frac{1}{2}a_2 .(t-4)^2$ *(2)*

Εξισώνουμε τα δεύτερα μέλη των (1) και (2)

$$\frac{1}{2}a_1 . t^2 = \frac{1}{2}a_2 .(t-4)^2 \rightarrow 1{,}6\, . t^2 = 2{,}5\, .(t-4)^2 \rightarrow \pi o\lambda\lambda\alpha\pi\lambda\alpha\sigma\iota\acute{\alpha}\zeta\omega\ \varepsilon\pi\acute{\iota}\ 10 \rightarrow 16\, . t^2 = 25\, .(t-4)^2 \rightarrow (4t)^2 = \{5.(t-4)\}^2 \rightarrow \mathbf{4}\boldsymbol{t} = \mathbf{5}(\boldsymbol{t}-\mathbf{4}) \quad (3) \quad ή \quad 4t = -5(t-4) \quad (4)$$

Η σχέση (3) δίνει : ***t=20 sec*** *και η σχέση (4) δίνει: t=20/9 sec απορρίπτεται, διότι είναι μικρότερος των 4 sec και αυτό σημαίνει ότι έγινε συνάντηση, χωρίς η μοτοσικλέτα να ξεκινήσει να κινείται!*

Β. *Ταχύτητα αυτοκινήτου στο Σ :* $u_{A,\Sigma} = \alpha_1 . t_{\kappa\iota\nu} = s.i. = 1{,}6\, .20 = 32\ m/sec$

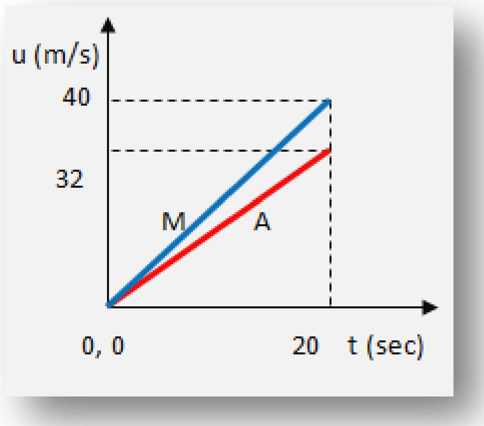
Ταχύτητα μοτοσικλέτας στο Σ : $u_{M,\Sigma} = \alpha_2 . t'_{\kappa\iota\nu} = s.i. = 2{,}5\, .(20-4) = 40\ m/sec$ ***Προσοχή εδώ!***

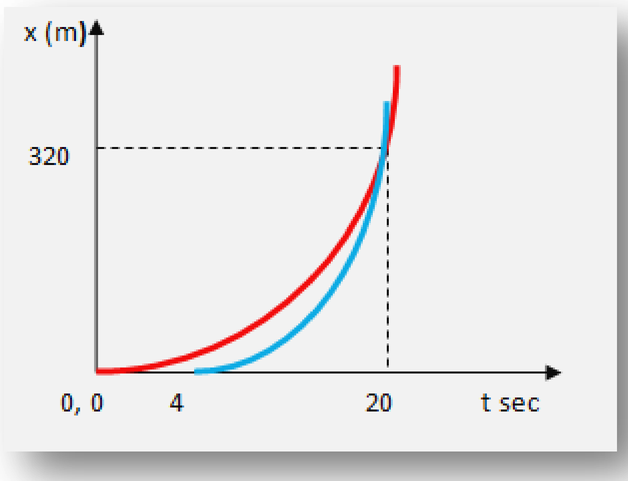
Υπολογισμός διαστήματος S :

$$S = \Delta x = \frac{1}{2}a_1 . t^2 = s.i. = \frac{1}{2}\ 1{,}6\, .20\, .20 = 0{,}8\, .2\, .10\, .2\, .10 = 320\ m$$

Μέση αριθμητική ή μέση διανυσματική ταχύτητα για αυτοκίνητο: $u = \frac{S\ ή\ \Delta x}{\Delta t} = \frac{320}{20} = 16\ m/sec$

Γ. *Διαγράμματα…*





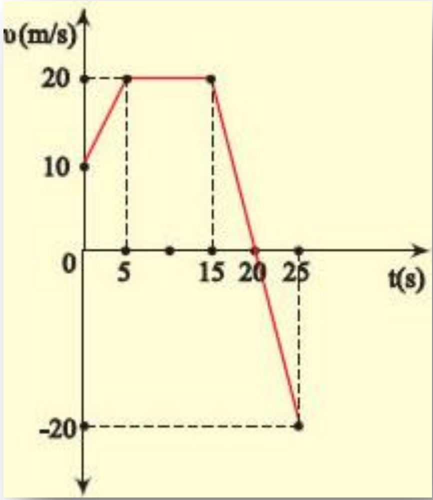
19. Στο διάγραμμα αποδίδεται γραφικά η ταχύτητα ενός κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο.

Α. Να περιγράψετε την κίνηση του κινητού έως τη χρονική στιγμή 25s.

Β. Να υπολογίσετε την επιτάχυνσή του, από τη χρονική στιγμή μηδέν έως τη χρονική στιγμή 5s.

Γ. Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το κινητό και τη μετατόπισή του για τα 25s της κίνησής του.

Δ. Να βρείτε τη μέση ταχύτητα του κινητού στη διάρκεια των 25s.



Με αρχική ταχύτητα 10 m/sec αρχίζει η κίνηση.

- *0 – 5 sec κίνηση ε.ο.μ.κ. – Η ταχύτητα αυξάνει το μέτρο της*

$$a_1 = \frac{u_{τελ} - u_{αρχ}}{t_{τελ} - t_{αρχ}} = s.i. = \frac{20-10}{5-0} = \frac{10}{5} = 2\ m/sec^2$$ *θετική, ομόρροπη της ταχύτητας…*

- *5 – 15 sec κίνηση ευθύγραμμη ομαλή, με ταχύτητα που απέκτησε στο 5^o δευτερόλεπτο της κίνησης.*

- *15 – 20 sec κίνηση ε.ο.μ.κ. Η ταχύτητα μειώνεται ομαλά και τη στιγμή t=20 sec μηδενίζεται. Η ταχύτητα έχει αλγεβρικό πρόσημο (+) και η επιτάχυνση οφείλει να έχει αντίθετο πρόσημο (-). Ας το δούμε…*

$$a_2 = \frac{u_{τελ} - u_{αρχ}}{t_{τελ} - t_{αρχ}} = s.i. = \frac{0-20}{20-15} = -4\ m/sec^2$$

- *20 – 25 sec Η κίνηση είναι ε.ο.μ.κ. με την ίδια επιτάχυνση (επιβράδυνση την λες αν θες), που είχε στο διάστημα 15-20 sec, αφού η κλίση παραμένει η ίδια. Η ταχύτητα εμφανίζεται αρνητική δηλαδή το κινητό αλλάζει φορά κίνησης και επιστρέφει προς τα πίσω, οπότε -η ταχύτητα- ως ομόρροπη της ταχύτητας αυξάνει το μέτρο της!*

Μετατόπιση…

$$Δx = Δx_{τραπέζιο\ 0-5} + Δx_{τραπέζιο\ 5-20} + Δx_{τρίγωνο\ 20-25} = \frac{20+10}{2}.5 + \frac{15+10}{2}.20 + \frac{1}{2}5.(-20)$$
$$= 75 + 250 - 50 = 275\ m$$

Όμως! $S = 75 + 250 + 50 = 375\ m$ *(μετράμε το σύνολο της διαδρομής, χωρίς να νοιαζόμαστε για το προς τα πού)*

Μέση αριθμητική ταχύτητα : $u = \frac{S}{Δt} = \frac{375}{25} = 15\ m/sec$

Μέση διανυσματική ταχύτητα : $u = \frac{Δx}{Δt} = \frac{275}{25} = 11\ m/sec.$

Νίκος Δημάσης
Φυσικός (ψηφ.υπ.)