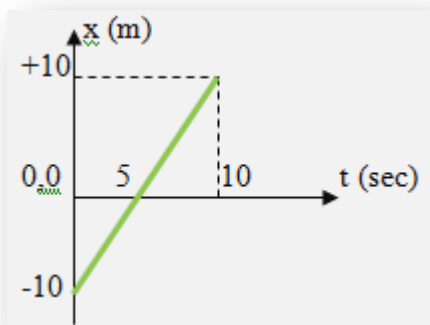


(I) Μας δίνεται το διάγραμμα $x-t$



1) Ποια η θέση όταν $t=5 \text{ sec}$;

Προφανώς $x=0 \text{ m}$. Δηλ. το κινητό περνά από την αρχή των αξόνων κινούμενο προς τα θετικά x

2) Για πόσο χρόνο το κινητό κινείται στα αρνητικά x ;
Κινείται στα αρνητικά του άξονα από 0 sec έως 5 sec .

3) Ποια η θέση του κινητού όταν $t=10 \text{ sec}$;

Από το διάγραμμα φαίνεται ότι $x=+10 \text{ m}$.

4) Ποια η μετατόπιση από 0 sec έως 10 sec ;

$$\Delta x = x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}} \rightarrow (\text{s.i.}) \rightarrow \Delta x = +10 - (-10) = +20 \text{ m}.$$

5) Ποια η ταχύτητα ;

Το σώμα κάνει ε.ο.κ. διότι έχουμε πλάγιο ευθύγραμμο τμήμα. Επομένως η αλγεβρική τιμή της

$$\text{ταχύτητας είναι : } v = \frac{x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}}}{t_{\text{τελ}} - t_{\text{αρχ}}} = \frac{(+10) - (-10)}{10 - 0} \frac{\text{m}}{\text{sec}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

Η αλγεβρική τιμή που βρήκαμε αφορά την μέση και την στιγμιαία διανυσματική.

6) Προς ποια κατεύθυνση κινείται το σώμα ;

Επειδή $v > 0$ το σώμα κινείται ομόρροπα με τον άξονα

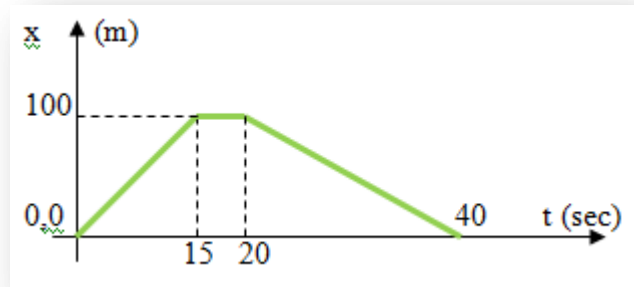
7) Ποια είναι η εξίσωση κίνησης;

$$x - x_0 = u \cdot (t - t_0) \rightarrow x - (-10) = 2(t - 0) \rightarrow x = -10 + 2t \quad (\text{s.i.})$$

(II) Το διάγραμμα $x-t$ έχει τρεις φάσεις...

1) Πόσες φάσεις εμφανίζονται στην κίνηση ;

Έχουμε τρεις φάσεις. Η 1^η διαρκεί από 0 sec έως 15 sec, η 2^η από 15 sec έως 20 sec και η 3^η από 20 sec έως 40 sec.



2) Σε ποια φάση το κινητό είναι ακίνητο ;

Στη 2^η. Δείτε ότι στη φάση αυτή η θέση x είναι σταθερή, $x=+100$ m. Επομένως δεν αλλάζει θέση, είναι ακίνητο!

3) Τι κίνηση κάνει στη 1^η και 3^η ;

Κάνει ε.ο.κ. διότι εμφανίζονται στο $x-t$ πλάγια ευθύγραμμα τμήματα.

4) Ποια η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας στην 1^η φάση ;

$$v_1 = \frac{x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}}}{t_{\text{τελ}} - t_{\text{αρχ}}} = \frac{(+100) - (0)}{15 - 0} \frac{\text{m}}{\text{sec}} = \frac{20}{3} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

5) Ποια η στιγμιαία ταχύτητα όταν $t=25$ sec ;

Στην ε.ο.κ. μέση και στιγμιαία συμπίπτουν σε μέτρο. Άρα αρκεί να βρούμε τη μέση διανυσματική.

$$v_2 = \frac{x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}}}{t_{\text{τελ}} - t_{\text{αρχ}}} = \frac{(0) - (+100)}{40 - 20} \frac{\text{m}}{\text{sec}} = -5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

Επομένως η στιγμιαία ταχύτητα έχει μέτρο 5 m/sec, τη στιγμή $t=25$ sec.

6) Ποια η μέση διανυσματική στο χρονικό διάστημα 0 sec έως 40 sec ;

$$v_{\mu.δ.} = \frac{x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}}}{t_{\text{τελ}} - t_{\text{αρχ}}} = \frac{(0) - (0)}{40 - 0} \frac{\text{m}}{\text{sec}} = 0 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

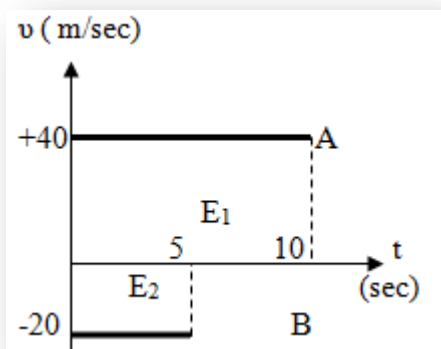
7. Ποια η μέση αριθμητική στο χρονικό διάστημα 0 sec έως 40 sec ;

$$u_{\mu.αριθμ} = \frac{s}{\Delta t} = \frac{200 \text{ m}}{40 \text{ sec}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

8. Ποια είναι η εξίσωση κίνησης στη 3^η φάση;

$$x - x_0 = u \cdot (t - t_0) \rightarrow x - (+100) = -5(t - 20) \rightarrow x = 100 - 5(t - 20) \quad (s.i)$$

III Διάγραμμα $v-t$ για δυο κινητά, που κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά



1) Πόσα κινητά κινούνται ;

Προφανώς δυο. Το A και το B

2) Ποιο κινείται ομόρροπα με τον άξονα και ποιο αντίρροπα ;

Η ταχύτητα του A φέρει αλγεβρικό πρόσημο (+) στην ταχύτητα και επομένως το A κινείται ομόρροπα με τον άξονα. Το B κινείται αντίρροπα...

3) Ποιο το μέτρο της ταχύτητας του κινητού B;

Το μέτρο είναι $v_B = 20 \text{ m/sec}$

4) Τι εκφράζουν τα εμβαδά E_1 και E_2 ;

Τα εμβαδά εκφράζουν αλγεβρική τιμή μετατόπισης . Το E_1 αφορά το κινητό A και το E_2 το κινητό B.
Ισχύει :

$$E_1 = \Delta x_A = (s.i.) = (+40) \cdot 10 = +400 \text{ m} \quad \text{και}$$

$$E_2 = \Delta x_B = (s.i.) = (-20) \cdot 10 = -200 \text{ m}$$

5) Έστω ότι το κινητό A την χρονική στιγμή $t_0=0$ βρίσκεται στη θέση -200 m . Ποια θα είναι η θέση του όταν $t=10 \text{ sec}$;

Η αρχική θέση , η τελική θέση και η μετατόπιση συνδέονται με τη σχέση :

$$\Delta x = x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}} \rightarrow +400 \text{ m} = x_{\text{τελ}} - (-200 \text{ m}) \rightarrow x_{\text{τελ}} = +200 \text{ m}.$$

6) Αν η θέση του B την στιγμή $t=5 \text{ sec}$ είναι η αρχή του άξονα , ποια είναι η αρχική θέση ;

$$\text{Ισχύει : } \Delta x = x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}} \rightarrow -200 \text{ m} = 0 - x_{\text{αρχ}} \rightarrow x_{\text{αρχ}} = +200 \text{ m}.$$

Μη Ξεχνάς :

Στα διαγράμματα $v-t$ το «εμβαδόν» κρύβει αλγεβρική τιμή μετατόπισης !

IV Μας δίνεται η εξίσωση κίνησης $x=10t$ (s.i.) και ...

Η δοσμένη εξίσωση είναι πρώτου βαθμού, οπότε η κίνηση είναι **ομαλή**. Το γεγονός ότι στη εξίσωση η θέση περιγράφεται με το x , δηλώνει ότι η κίνηση εξελίσσεται πάνω σε άξονα Ox .

Ξεκινάμε...

Συγκρίνω τη δοσμένη εξίσωση με την γενική της ε.ο.κ. $x - x_0 = u(t - t_0)$ και προκύπτουν τα πρώτα συμπεράσματα!

$$t_0 = 0 \text{ sec} \quad , \quad x_0 = 0 \text{ m} \quad , \quad u = 10 \text{ m/sec}$$

Δηλαδή την χρονική στιγμή $t_0 = 0 \text{ sec}$ το σωματίο είναι στην αρχή των αξόνων και έχει θετική ταχύτητα μέτρου 10 m/sec , κινούμενο ομόρροπα με τον άξονα Ox .

► 1^{ος} τρόπος υπολογισμού μετατόπισης από 0 sec έως 5 sec .

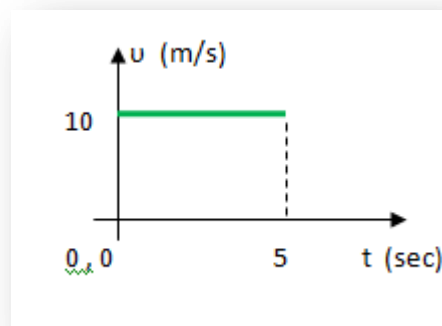
$$t_1=0 \text{ sec} \rightarrow x_1=0 \text{ m} \quad \text{και όταν} \quad t_2=5 \text{ sec} \rightarrow x_2=50 \text{ m} \quad \text{Άρα :}$$

$$\Delta x = x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}} = x_2 - x_1 = 50 - 0 = 50 \text{ m}$$

► 2^{ος} τρόπος υπολογισμού μετατόπισης από 0 sec έως 5 sec .

Σχεδιάζω το διάγραμμα $u-t$. Το «εμβαδόν» εκφράζει αλγεβρική τιμή μετατόπισης.

$$\text{Εύκολα : «εμβαδόν»} = 5 \cdot (+10) = +50 \text{ m}$$

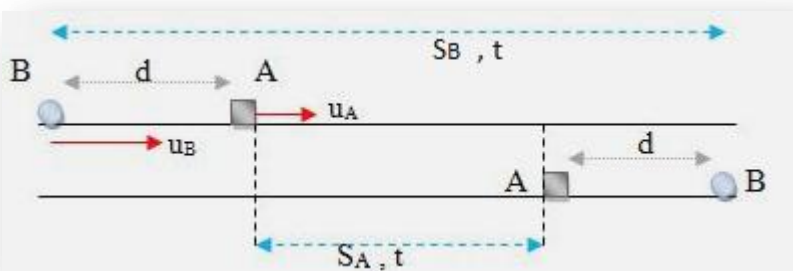


V Περιγραφική άσκηση...

Δυο Αυτοκίνητα A και B κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά σε ένα τμήμα οδού με ταχύτητες 36 km/h και 72 km/h αντίστοιχα. Κάποια χρονική στιγμή το αυτοκίνητο B απέχει από το προπορευόμενο A 100 m και στη συνέχεια το προσπερνά.

α) Μετά πόσο χρόνο τα αυτοκίνητα θα απέχουν πάλι 100 m ;

β) Πόσο θα έχει μετατοπιστεί κάθε αυτοκίνητο όταν απέχουν πάλι 100 m ;



- Σχεδιάζω το σύστημα που μελετώ στην αρχή του φαινομένου, στο πέρας και ίσως σε μια ενδιάμεση θέση.
- Στο σχήμα που κάνω «φορτώνω» όλα τα δεδομένα και όλα τα ζητούμενα μεγέθη, χωρίς τιμές.
- Αν έχω δυο σώματα μελετώ κάθε σώμα χωριστά, γράφοντας εξισώσεις.

- «φορτώνω» τιμές στις εξισώσεις.
- Επιλύω τις εξισώσεις ! (Μη φοβάσαι να χρησιμοποιείς αγνώστους)

Δείτε ότι τοποθέτησα τη μια εικόνα κάτω από την άλλη, αφού έτσι γίνεται φανερό η μετατόπιση κάθε αυτοκινήτου.

Πράγματι!

Κινητό A: Σε χρόνο t σάρωσε απόσταση S_A , κινούμενο με ταχύτητα μέτρου 36 km/h

Κινητό B: Σε χρόνο t σάρωσε απόσταση $S_B = S_A + 2d$, κινούμενο με ταχύτητα μέτρου 72 km/h

Εξισώσεις κίνησης:

$$\text{Κινητό A: } S_A = u_A \cdot t \quad (1) \qquad \text{Κινητό B: } S_B = S_A + 2d = u_B t \quad (2)$$

Στο σύστημα των δυο εξισώσεων άγνωστα μεγέθη είναι τα s , t .

Θα χρειαστεί να εκφράσουμε τις ταχύτητες στο $s.i.$

$$u_A = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ sec}} = 10 \text{ m/sec} \quad \text{και} \quad u_B = 20 \text{ m/sec}$$

Λύση εξισώσεων...

$$(2), (1) \rightarrow u_A \cdot t + 2d = u_B t \rightarrow 2d = (u_B - u_A) \cdot t \rightarrow s.i. \rightarrow 2 \cdot 100 = (20 - 10) \cdot t \rightarrow t = 20 \text{ sec}$$

Εύκολα πλέον βρείτε τα διαστήματα s .

ΣΗΜΕΙΩΜΑ: Θα μπορούσαμε να εργαστούμε σε άξονα με εξισώσεις κίνησης $x=f(t)$, θέσεις x , μετατοπίσεις Δx . Θα ήταν όμως λίγο επίπονο. Επέλεξα να εργαστώ με διαστήματα μιας και η άσκηση δεν είχε 'κάτι' που να παραπέμπει σε μελέτη επί άξονα και τα διαστήματα s , d , εκφράζουν το πρόβλημα στον χώρο, μια χαρά!