

# Ποσά ανάλογα - θεωρία ...

...όπως την αντιλαμβάνεται ένας φυσικός

Έστω η σχέση  $\alpha = \beta \cdot \gamma$  όπου  $\alpha, \beta, \gamma$  κάποια μεγέθη... (\*)

Λέμε : Αν  $\beta$  είναι σταθερό, τότε τα αλληλοεξαρτώμενα μεγέθη  $\alpha, \gamma$  είναι ανάλογα

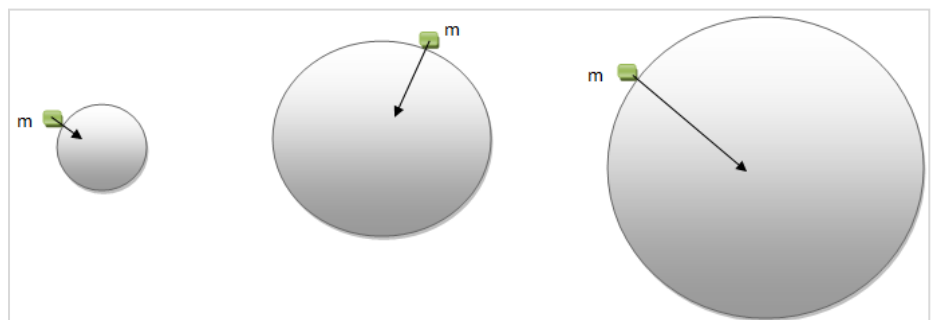
Αν  $\gamma$  είναι σταθερό, τότε τα αλληλοεξαρτώμενα μεγέθη  $\alpha, \beta$  είναι ανάλογα

Παράδειγμα\_1 : Μελέτη της γνωστής σε όλους σας εξίσωσης  $W = m \cdot g$

A. Στην επιφάνεια της Γης  $g=10 \text{ m/sec}^2$  δηλαδή σταθερή ποσότητα, οπότε τα μεγέθη  $W$  (βάρος) και  $m$  (μάζα) έχουν σχέση αναλογίας/συνδέονται με σχέση αναλογίας/είναι ανάλογα.

B. Έστω μια μάζα  $m$  'επισκέπτεται' τρεις πλανήτες που έχουν διαφορετικές τιμές στο μέγεθος  $g$ .

Στην περίπτωση τούτη εδώ, έχουμε να λειτουργεί η εξίσωση  $W=m \cdot g$ , με σταθερή ποσότητα το  $m$  και το βάρος  $W$  να είναι ανάλογο του  $g$  !



Πράγματι : **Όσο μεγαλύτερη μάζα έχει ένας πλανήτης, τόσο μεγαλύτερο θα είναι το βάρος μιας μάζας, όταν αυτή βρεθεί στην επιφάνειά του.** Αυτή εδώ η πρόταση είναι αποτέλεσμα της σχέσης αναλογίας των  $w$  και  $g$ , κι όχι μια πρόταση που περιέχεται σε κάποιο σοφό βιβλίο, που έγραψε ο σοφός συγγραφέας.

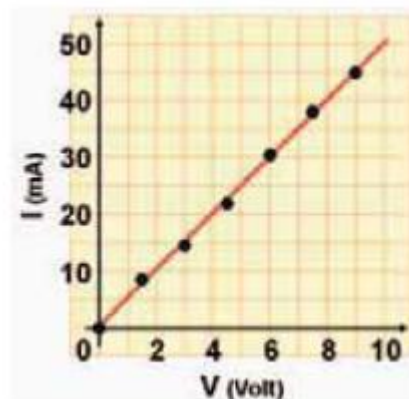
Παράδειγμα\_2 : Μελέτη της γνωστής σε όλους σας εξίσωσης  $V = i \cdot R$  ( νόμος ohm )

“Η ένταση (I) του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει ένα μεταλλικό αγωγό είναι ανάλογη της διαφοράς δυναμικού (V) που εφαρμόζεται στα άκρα του”, γράφει το βιβλίο.

...ένα μεταλλικό αγωγό... οπότε το R είναι σταθερή ποσότητα για τον συγκεκριμένο αγωγό (χαρακτηριστικό του αγωγού) και επομένως καλά κάνουν τα V και I κι έχουν σχέση αναλογίας !

Ας θυμηθούμε εικόνες από το σχολικό βιβλίο...

V (Volt)	I (mA)
0	0
1,5	7,5
3,0	15,0
4,5	22,5
6,5	30,0
7,5	37,5
9,0	45,0



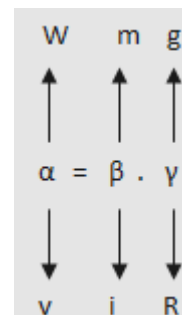
Ανάλογα ποσά = πλάγια ευθύγραμμη γραμμή που περνά από αρχή αξόνων !

Πάμε τώρα λίγο παραπέρα...

Μιλήσαμε (\*) για την εξίσωση  $\alpha = \beta \cdot \gamma$  , μέσα από δυο παραδείγματα όπου τα  $\alpha, \beta, \gamma$  ήταν κάποιο ‘καθαρό’ μέγεθος.

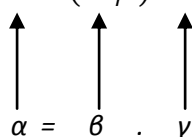
Λοιπόν!

Θα συνεχίσουμε να μιλάμε για σχέση αναλογίας ακόμη και αν κάποιο ή κάποια από τα  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι παραστάσεις.



Παράδειγμα\_3 : Μελέτη της εξίσωσης του νόμου Coulomb

$$F = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \rightarrow F = \left( K \cdot \frac{Q_1}{r^2} \right) \cdot Q_2 \rightarrow \text{αν } \left( K \cdot \frac{Q_1}{r^2} \right) = \text{σταθ.} \rightarrow F \text{ και } Q_2 \text{ ανάλογα !}$$



Επομένως, δίκαια λέει το σχολικό βιβλίο ότι η δύναμη Coulomb είναι ανάλογη των φορτίων !

$$F = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \rightarrow F = \left( K \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot (Q_1 \cdot Q_2)$$

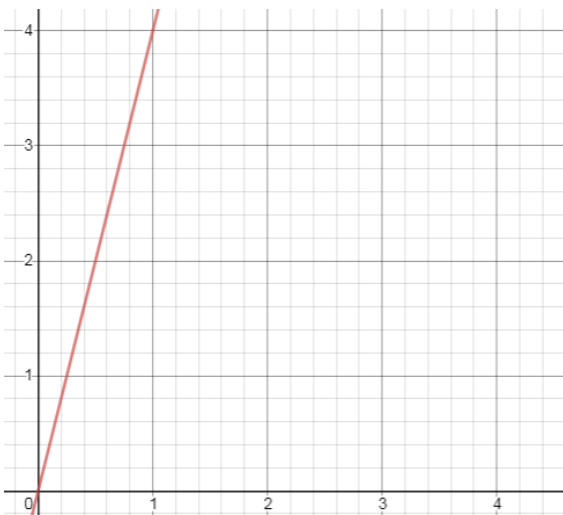
→ αν η απόσταση  $r$  είναι σταθερή τότε η δύναμη είναι ανάλογη του γινομένου των φορτίων !

Εδώ δείτε την εξίσωση  $\alpha = \beta \gamma$  ως εξής:  $\alpha \rightarrow F$  ,  $\beta \rightarrow \left( K \cdot \frac{1}{r^2} \right)$  και  $\gamma \rightarrow (Q_1 \cdot Q_2)$ .

Άσκηση\_1 : Δίνεται η σχέση  $y = 4 \cdot \left( \frac{1}{x} \right)$  Να δείξουμε -φτιάχνοντας διάγραμμα- ότι τα μεγέθη  $y$  και η ποσότητα  $\left( \frac{1}{x} \right)$  έχουν σχέση αναλογίας..

Εξίσωση → Πίνακας τιμών  
→ διάγραμμα !

$x$	$1/x$	$Y=4 \cdot (1/x)$
1	1	4
2	1/2	2
4	1/4	1
<u>k.o.k</u>		



(a) Διάγραμμα  $y - \left( \frac{1}{x} \right)$



(b) Διάγραμμα  $Y - x$

Ωραία !

► Οι ποσότητες στο (a) έχουν σχέση αναλογίας. Στο (b) ποια σχέση έχουν τα μεγέθη  $y$  και  $x$  ;

Απάντηση : Στην δοσμένη εξίσωση –όπως αυτή εκφράζεται στο διάγραμμα, τα  $y, x$  είναι αντιστρόφως ανάλογα !

Άσκηση\_2 : Δίνεται η σχέση  $y = 16 \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)$  Να δείξουμε -φτιάχνοντας διάγραμμα- ότι τα μεγέθη  $y$  και η ποσότητα  $\left(\frac{1}{x^2}\right)$  έχουν σχέση αναλογίας,.

Θα εργαστούμε πάνω στη διαδρομή : Εξίσωση  $\rightarrow$  πίνακας τιμών  $\rightarrow$  διάγραμμα !

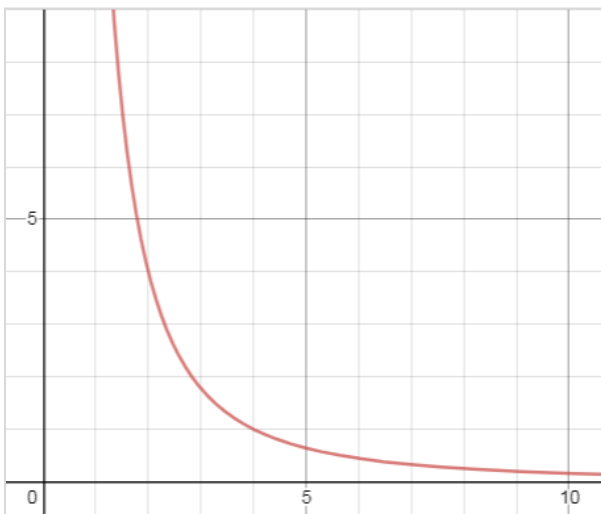
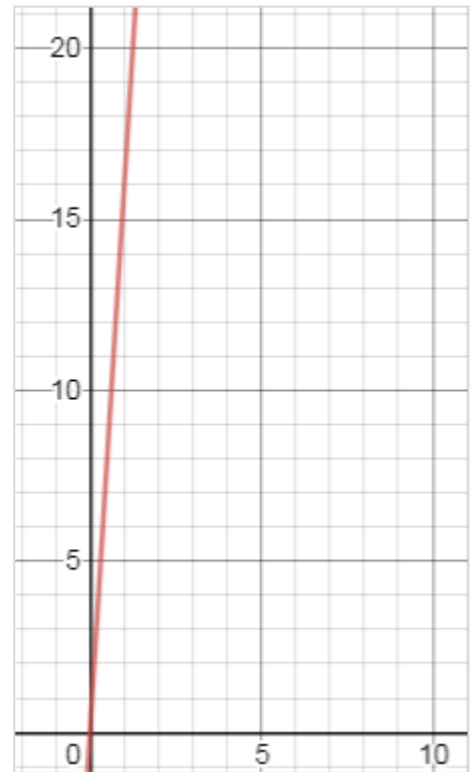
$x$	$\frac{1}{x^2}$	$y = 16 \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)$
1	1	$16 \cdot 1 = 16$
2	1/4	$16 \cdot 1/4 = 4$
4	1/16	$16 \cdot 1/16 = 1$
8	1/64	$16 \cdot 1/64 = 1/4$

Τιμή  $x=0$  δεν επιτρέπεται, διότι ο παρονομαστής δεν επιτρέπεται να μηδενίζεται !

Ας δούμε τώρα τα διαγράμματα ...

Εδώ έχουμε το διάγραμμα του  $y$  σε συνάρτηση με την ποσότητα  $\frac{1}{x^2}$

Προφανώς είναι ποσά ανάλογα ! (Διάγραμμα  $y - \frac{1}{x^2}$ )



Εδώ βλέπετε τη σχέση του μεγέθους  $y$ , σε συνάρτηση με τις τιμές του  $x$  !

Το μέγεθος  $y$  είναι αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου του μεγέθους  $x$  (διάγραμμα  $y - x$ )