

Τυπολόγιο Τριγωνομετρίας

- Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$
- $\varepsilon\phi B = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}$
- $\eta\mu B = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$
- $\sigma\upsilon\nu B = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$
- Ισχύει: $\eta\mu\omega \leq 1$ και $\sigma\upsilon\nu\omega \leq 1$
- Δεν υπάρχει το $\varepsilon\phi 90^\circ$
- Ισχύει: $\varepsilon\phi \hat{A} = \frac{\eta\mu \hat{A}}{\sigma\upsilon\nu \hat{A}}$
- Αν ω γωνία ενός ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$, ισχύει:

$$\eta\mu^2 \omega + \sigma\upsilon\nu^2 \omega = 1$$
- Κλίση της ευθείας ε ονομάζουμε την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ευθεία ε με τον οριζόντιο άξονα. Δηλαδή ισχύει:

$$\text{κλίση της } \varepsilon = \varepsilon\phi \hat{\omega} = \frac{y}{x}$$
- Βασικοί τριγωνομετρικοί αριθμοί

	30°	45°	60°
ημίτονο	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
συνημίτονο	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
εφαπτομένη	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Ασκήσεις

1. Σωστό ή λάθος;

- $\eta\mu 60^\circ = 2\eta\mu 30^\circ$
- Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{8}{17}$ τότε $\eta\mu\omega = \frac{15}{17}$
- $\eta\mu 60^\circ > \eta\mu 59^\circ$
- $\sigma\upsilon\nu 59^\circ < \sigma\upsilon\nu 60^\circ$
- $\epsilon\phi 56^\circ < \epsilon\phi 55^\circ$

2. Να υπολογίσεις τους αριθμούς:

$$\begin{array}{lll} \eta\mu 30^\circ = & \eta\mu 45^\circ = & \eta\mu 60^\circ = \\ \sigma\upsilon\nu 30^\circ = & \sigma\upsilon\nu 45^\circ = & \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \\ \epsilon\phi 30^\circ = & \epsilon\phi 45^\circ = & \epsilon\phi 60^\circ = \end{array}$$

3. Να υπολογίσεις τις παραστάσεις:

$$\begin{aligned} B &= \eta\mu 28^\circ + \sigma\upsilon\nu 36^\circ + \epsilon\phi 74^\circ \\ \Sigma &= \eta\mu 28^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 36^\circ \cdot \epsilon\phi 74^\circ \end{aligned}$$

4. Να υπολογίσεις το ημίτονο και το συνημίτονο των οξείων γωνιών του ορθογωνίου οικοπέδου ΔΕΖ, με $\Delta = 90^\circ$, $\Delta Z = 4$ μέτρα και $\Delta E = 2$ μέτρα.

5. Δίνεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $A = 90^\circ$, $B\Gamma = 5,62$ εκ. και $A\Gamma = 4,62$ εκ.. Να υπολογίσεις τα: $\epsilon\phi B$, $\eta\mu B$, $\sigma\upsilon\nu B$

6. Αν για μία οξεία γωνία ϕ ισχύει $\eta\mu\phi = \frac{3}{5}$ να δείξεις ότι το συνημίτονο και η εφαπτομένη της είναι $\frac{4}{5}$ και $\frac{3}{4}$ αντίστοιχα.

7. Έστω ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, με $A = 90^\circ$. Αν E είναι το εμβαδόν του τριγώνου και α το μήκος της υποτείνουσας του, τότε να δείξεις ότι ισχύει:

$$\epsilon\phi B + \frac{\sigma\upsilon\nu B}{\eta\mu B} = \frac{\alpha^2}{2 \cdot E}$$

8. Να δείξεις ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο με $A = 90^\circ$ ισχύει:

$$\frac{\sigma\upsilon\nu B + \sigma\upsilon\nu \Gamma}{\eta\mu B + \eta\mu \Gamma} = 1$$

9. Αν το $AB\Gamma$ είναι ένα ορθογώνιο τρίγωνο, με $A=90^\circ$ να δείξεις ότι

$$\frac{1}{\eta\mu B \cdot \sigma\upsilon\nu B \cdot \epsilon\phi B} = 1 + \epsilon\phi^2 \Gamma \quad \text{και} \quad \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 B} = 1 + \epsilon\phi^2 B$$

10. Έστω ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, με $A=90^\circ$. Να δείξεις ότι:

$$\eta\mu^2 B = \frac{\epsilon\phi^2 B}{1 + \epsilon\phi^2 B} \quad \text{και} \quad \frac{1}{\eta\mu B \cdot \sigma\upsilon\nu B} = \epsilon\phi B + \frac{1}{\epsilon\phi B}$$

11. Υπολόγισε τις παρακάτω ποσότητες:

$$A = \eta\mu 30 \cdot \sigma\upsilon\nu 30 \cdot \epsilon\phi 30$$

$$B = \eta\mu 45 \cdot \sigma\upsilon\nu 45 \cdot \epsilon\phi 45$$

$$\Gamma = \eta\mu 60 \cdot \sigma\upsilon\nu 60 \cdot \epsilon\phi 60$$

12. Αν το $AB\Gamma$ είναι ένα ορθογώνιο τρίγωνο, με $A=90^\circ$, $\epsilon\phi B = \frac{9}{40}$ και $A\Gamma = 18 \text{ m}$ να υπολογίσεις την περίμετρο και το εμβαδόν του τριγώνου.

13. Να δείξεις με χρήση τριγωνομετρικού πίνακα ή υπολογιστή ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο με $A=90^\circ$ ισχύει: $\frac{\sigma\upsilon\nu 32^\circ}{\eta\mu 32^\circ} + \frac{\sigma\upsilon\nu 58^\circ}{\eta\mu 58^\circ} = 1$

14. Να υπολογίσεις τις οξείες γωνίες ενός ορθογώνιου τριγώνου $AB\Gamma$, με κάθετες πλευρές $AB = 2,2 \text{ m}$ και $A\Gamma = 3,8 \text{ m}$.