

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ**

2^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΘΕΜΑΤΑ
[Κεφάλαιο 1 Μέρος Β' του σχολικού βιβλίου]

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι: α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta\mu x}{x} = 0$ β) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x\eta\mu \frac{1}{x} \right) = 1$

Μονάδες 4 + 4 = 8

A2. Να διατυπώσετε το Κριτήριο Παρεμβολής.

Μονάδες 4

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, τότε $\lim_{x \rightarrow 0} f(x_0 + x) = \ell$.

β. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} (-f(x)) = -\infty$.

γ. Αν $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$.

δ. $\lim_{x \rightarrow x_0} x^v = x_0^v$, για οποιοδήποτε $v \in \mathbb{Z}$

ε. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \alpha^x = +\infty$ για οποιαδήποτε θετικό αριθμό α .

Μονάδες 10

A4. Έστω ο ισχυρισμός:

«Αν $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, τότε η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα

σε οποιοδήποτε διάστημα της μορφής $(\alpha, +\infty)$, $\alpha > 0$ ».

Είναι Αληθής ή Ψευδής ο ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοιες ώστε:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) - 2x) = -3 \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x+1) - 2}{x} = \ell \in \mathbb{R}.$$

B1. Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1$.

Μονάδες 5

B2. Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$.

Μονάδες 7

B3. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $h(x) = e^{f(x)+1} - |g(x)|$ είναι αρνητική κοντά στο $x_0 = 1$.

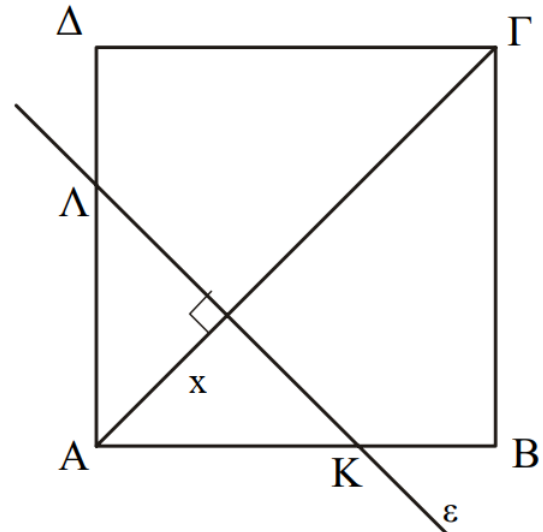
Μονάδες 6

B4. Να υπολογίσετε, αν υπάρχει, το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x\sqrt{x} + \ln x - 1}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς 1 cm. Μια ευθεία ε που είναι κάθετη στη διαγώνιο $A\Gamma$, τέμνει τις πλευρές AB , $A\Delta$ στα σημεία K , Λ αντιστοίχως και έστω x (cm) η απόσταση της ε από την κορυφή A όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Γ1. Να αποδείξετε ότι το εμβαδό E του τριγώνου $K\Lambda\Lambda$ δίνεται από τη συνάρτηση $E(x) = x^2$ cm² της οποίας να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 7

Γ2. Να αποδείξετε την περίμετρο Π του τριγώνου $AK\Lambda$ δίνεται από τη συνάρτηση $\Pi(x) = 2(\sqrt{2} + 1)x$ cm της οποίας να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 7

Γ3. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων E και Π .

Μονάδες 6

Γ4. Να ορίσετε τις συναρτήσεις $E \circ \Pi, \Pi \circ E$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ τέτοια ώστε:

$$f^2(x) \leq |x^2 - 5x + 6| \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι η f δεν αντιστρέφεται και δεν είναι γνησίως μονότονη.

Μονάδες 4

Δ2. Να αποδείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$.

Μονάδες 8

Δ3. Να υπολογίσετε, αν υπάρχει, το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} \left(f^3(x) \eta\mu \frac{1}{f(x)} \sigma\upsilon\nu \frac{2}{f(x)} \right)$.

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε, αν υπάρχει, το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3}{f^{2022}(x)} - 2\eta\mu\left(\frac{1}{x-2}\right) \right)$.

Μονάδες 7

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Το διαγώνισμα επιμελήθηκε ο Χατζόπουλος Μάκης, Μαθηματικός του ΓΕΛ Φιλοθέης.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τους Κωνσταντόπουλο Κωνσταντίνο και Μοτσάκο Βασίλειο.