ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΚΑΙ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

1Ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ – ΘΕΜΑΤΑ
[Κεφάλαιο 1 Μέρος Β' του σχολικού βιβλίου]

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω η συνάρτηση $f: A \to R$. Πότε η f λέγεται ένα προς ένα (1 – 1);

Μονάδες 4

Α2. Έστω συνάρτηση $f: A \to R$. Πότε θα λέμε ότι η f παρουσιάζει στο $x_0 \in A$:

α. (ολικό) μέγιστο; β. (ολικό) ελάχιστο;

Μονάδες 4

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Κάθε γνησίως μονότονη συνάρτηση $f: R \to R$ έχει ολικά ακρότατα.

β. Για οποιασδήποτε συναρτήσεις $f, g: A \to R$ που είναι ίσες, τότε η συνάρτηση $h(x) = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$ ισούται με 1 για κάθε $x \in A$.

γ. Αν η εξίσωση $f(x) = \lambda, \lambda \in R$ έχει τουλάχιστον δύο ρίζες, τότε η f είναι γνησίως μονότονη.

δ. Αν η f είναι γνησίως φθίνουσα στα διαστήματα Δ_1 και Δ_2, τότε σε κάθε περίπτωση θα είναι γνησίως φθίνουσα και στο $\Delta_1 \cup \Delta_2$.

ε. Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο R, τότε ορίζεται πάντα η συνάρτηση $-f$ και είναι γνησίως φθίνουσα.

Μονάδες 10

Α4. Αν η συνάρτηση $f: A \to R$ είναι 1 – 1, τότε να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει το πολύ μια λύση.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f: [0,1] \to R$. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

Β1. $h_1(x) = f(x^2)$

Μονάδες 5

Β2. $h_2(x) = f(\ln x)$

Μονάδες 6

Β3. $h_3(x) = f\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

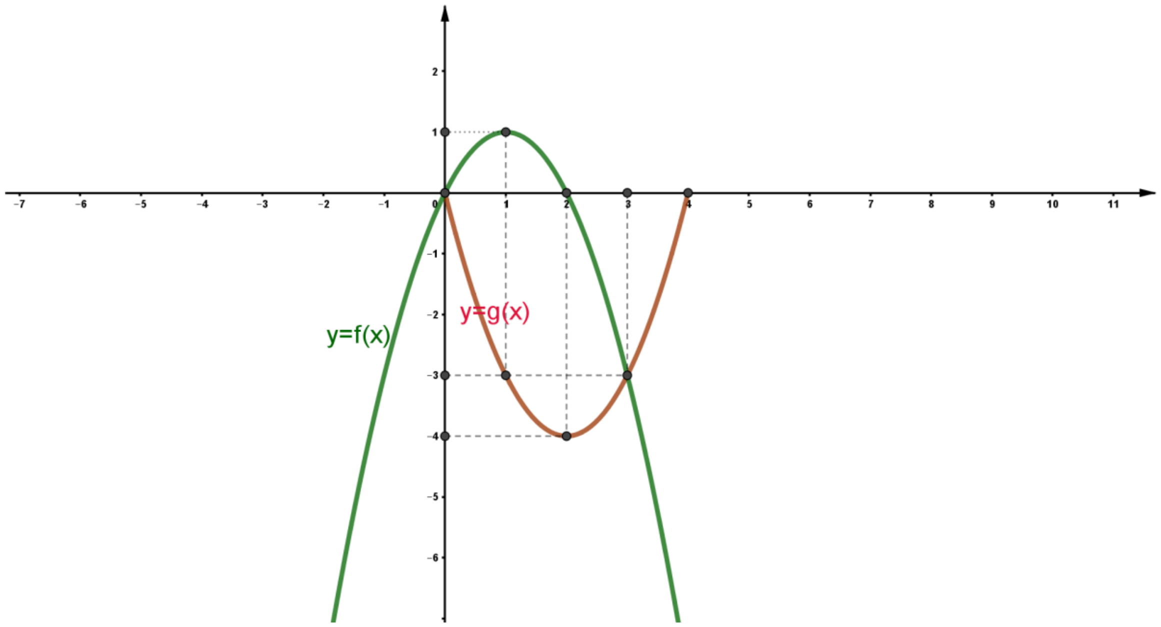
Μονάδες 7

Β4. $h_4(x)=(h_2-h_3)(x)\cdot h_1(x)$ όπου h_1,h_2,h_3 οι συναρτήσεις των προηγούμενων ερωτημάτων και στη συνέχεια να υπολογίσετε τον τύπο της h_4.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Γ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f\cdot g$.

Μονάδες 4

Γ2. Να βρείτε τις τιμές $(f\circ g)(0)$, $(f-g)(1)$, $(f\cdot g)(2)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(3)$.

Μονάδες 4

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=g(x)$ (μονάδες 5) και στη συνέχεια την ανίσωση $\left(\frac{f}{g}\right)(x)\le 1$ (μονάδες 6).

Μονάδες 11

Γ4. Να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας των συναρτήσεων f, g και τις θέσεις που παρουσιάζουν ολικά ακρότατα.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2 & ,-1\le x<0 \\ x^3+2 & ,0\le x\le 1 \end{cases}.$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως μονότονη στα διαστήματα $[-1,0)$ και στο διάστημα $[0,1]$.

Μονάδες 5

Δ2. Να εξετάσετε αν η f είναι 1 – 1.

Μονάδες 3

Δ3. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η f παρουσιάζει ολικό ακρότατο.

Μονάδες 4

Δ4. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και $-f$ (μονάδες 4) και στη συνέχεια να βρείτε αλγεβρικά το σύνολο τιμών της f και να το επαληθεύσετε μέσω της C_f (μονάδες 4).

Μονάδες 8

Δ5. Να εξετάσετε αν ορίζεται η συνάρτηση $f\circ f$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Το διαγώνισμα επιμελήθηκε ο **Χατζόπουλος Μάκης**, Μαθηματικός του ΓΕΛ Φιλοθέης.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τους **Κωνσταντόπουλο Κωνσταντίνο** και **Μοτσάκο Βασίλειο.**