

ΑΛΓΕΒΡΑ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Βασικών Γωνιών

Μοίρες	rad	ημω	συνω	εφω	σφω
0°	0	0	1	0	Δεν ορίζεται
30°	$\pi/6$	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}$
45°	$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1	1
60°	$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}/3$
90°	$\pi/2$	1	0	Δεν ορίζεται	0
180°	π	0	-1	0	Δεν ορίζεται
270°	$3\pi/2$	-1	0	Δεν ορίζεται	0
360°	2π	0	1	0	Δεν ορίζεται

Ασκήσεις

9.1 Αν $\eta\mu x = \frac{3}{5}$ rad και $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x rad.
(Σχολικό/1/A/σ.63)

9.2 Αν $\sigma\upsilon\nu x = -\frac{2}{3}$ rad και $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x rad.
(Σχολικό/2/A/σ.63)

9.3 Αν $\epsilon\phi x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ rad και $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x rad.
(Σχολικό/3/A/σ.63)

9.4 Αν $\sigma\phi x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ rad και $0 < x < \frac{\pi}{2}$, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x rad.
(Σχολικό/4/A/σ.63)

9.5 Αν $\sigma\phi x = -2$ και $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\frac{2\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x}$
(Σχολικό/5/A/σ.63)

9.6 Αν $\eta\mu x = \frac{4}{5}$ rad και $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x rad

9.7 Αν $\sigma\upsilon\nu x = -\frac{12}{13}$ rad και $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x rad

9.8 Αν $\epsilon\phi x = \frac{3}{4}$ rad και $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x rad

9.9 Αν είναι $0 < x < \frac{\pi}{2}$ και $(2\sigma\upsilon\nu x + 1)(5\sigma\upsilon\nu x - 4) = 0$, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x

9.10 Αν είναι $0 < x < \frac{\pi}{2}$ και $\epsilon\phi x = 9\sigma\phi x$, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x

9.11 Αν $6\eta\mu^2 \omega + \eta\mu \omega - 1 = 0$ και $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$, να βρείτε το συνω.

9.12 Αν $5\sigma\upsilon\nu^2 \omega - \sigma\upsilon\nu \omega - 4 = 0$ και $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$, να βρείτε το συνω και τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς

9.13 Αν $6\eta\mu^2 \omega + \sigma\upsilon\nu \omega - 5 = 0$ και $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$, να βρείτε το συνω και τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς

9.28 Να αποδείξετε ότι :

α) $\frac{\epsilon\varphi\alpha + \sigma\varphi\beta}{\epsilon\varphi\beta + \sigma\varphi\alpha} = \frac{\epsilon\varphi\alpha}{\epsilon\varphi\beta}$ β) $\epsilon\varphi^2\alpha - \eta\mu^2\alpha = \epsilon\varphi^2\alpha \cdot \eta\mu^2\alpha$ (Σχολικό/12/A/σ.64)

9.29 Να αποδείξετε ότι : α) $\frac{(1-\sigma\upsilon\nu\omega) \cdot (1+\sigma\upsilon\nu\omega)}{\sigma\upsilon\nu^2\omega} = \epsilon\varphi^2\omega$ β) $\epsilon\varphi^2\omega \cdot \sigma\upsilon\nu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

9.30 Να αποδείξετε ότι : $\frac{1-\epsilon\varphi^2\omega}{1+\epsilon\varphi^2\omega} = \sigma\upsilon\nu^2\omega - \eta\mu^2\omega$

9.31 Να αποδείξετε ότι :

α) $(\sigma\upsilon\nu\omega + \eta\mu\omega)^2 + (\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\nu\omega)^2 = 2$ β) $(3\sigma\upsilon\nu\omega - 4\eta\mu\omega)^2 + (4\sigma\upsilon\nu\omega + 3\eta\mu\omega)^2 = 25$
γ) $(\epsilon\varphi^2\omega + 1) \cdot (\sigma\upsilon\nu^2\omega + 1) = \epsilon\varphi^2\omega + 2$

9.32 Να αποδείξετε ότι :

α) $\epsilon\varphi^2\omega \cdot \sigma\upsilon\nu^2\omega + \sigma\varphi^2\omega \cdot \eta\mu^2\omega = 1$ β) $(\alpha\sigma\upsilon\nu\omega + \beta\eta\mu\omega)^2 + (\alpha\eta\mu\omega - \beta\sigma\upsilon\nu\omega)^2 = \alpha^2 + \beta^2$

9.33 Να αποδείξετε ότι οι επόμενες παραστάσεις έχουν σταθερή τιμή :

α) $A = \frac{\eta\mu^2\omega}{1-\sigma\upsilon\nu\omega} + \frac{\eta\mu^2\omega}{1+\sigma\upsilon\nu\omega}$ β) $B = \frac{\eta\mu^4\omega - \sigma\upsilon\nu^4\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega}{1-\sigma\upsilon\nu\omega} + \sigma\upsilon\nu\omega$

9.34 Να αποδείξετε ότι οι παρακάτω παραστάσεις είναι ανεξάρτητες του ω :

α) $A = 1 - 2\eta\mu^2\omega + (\sigma\upsilon\nu\omega - \eta\mu\omega)^2 + 2\eta\mu\omega \cdot (\sigma\upsilon\nu\omega + \eta\mu\omega)$

β) $B = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu^2\omega}{2 + \epsilon\varphi^2\omega} + \frac{1 + \eta\mu^2\omega}{2 + \sigma\varphi^2\omega}$

9.35 Να αποδείξετε ότι : $\eta\mu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha \leq \frac{1}{2}$

9.36 Να αποδείξετε ότι :

α) $\sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\beta \leq 1 + 2\eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta$ β) $9\sigma\upsilon\nu^2\alpha + 6\eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta + \sigma\upsilon\nu^2\beta \leq 10$

9.37 Δίνεται η εξίσωση $4x^2 + (5 - 3\eta\mu\alpha)x + \sigma\upsilon\nu^2\alpha = 0$

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού α

β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης και ισχύει $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{9}{2}$ και $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας α .

9.38 Δίνεται η εξίσωση $(1 + \eta\mu\omega)x^2 - (1 + \eta\mu^2\omega)x + (1 - \eta\mu\omega)\eta\mu\omega = 0$ με $\eta\mu\omega \neq -1$.

Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης, να αποδείξετε ότι $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 1$

10.1 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα γράφοντας τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας φ , συναρτήσει τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω

φ	$\frac{\pi}{2} - \omega$	$\frac{\pi}{2} + \omega$	$\pi - \omega$	$\pi + \omega$	$\frac{3\pi}{2} - \omega$	$\frac{3\pi}{2} + \omega$	$2\pi - \omega$
ημ φ							
συν φ							
εφ φ							
σφ φ							

10.12 Να αποδείξετε ότι:
$$\frac{\eta\mu \frac{5\pi}{4} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{7\pi}{6} \cdot \epsilon\varphi \frac{4\pi}{3}}{2\eta\mu \frac{4\pi}{3} \cdot \epsilon\varphi \frac{5\pi}{4} \cdot \sigma\varphi \frac{7\pi}{6}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

10.13 Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
$$\frac{\eta\mu 150^\circ + \sigma\upsilon\nu 120^\circ + \sigma\varphi 240^\circ}{\sigma\upsilon\nu (-45^\circ) + \eta\mu 225^\circ + \eta\mu 120^\circ + \epsilon\varphi 150^\circ}$$

10.14 Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
$$\frac{\eta\mu \frac{5\pi}{4} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{7\pi}{6} \cdot \epsilon\varphi \frac{4\pi}{3} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{3\pi}{4}}{\eta\mu \frac{2\pi}{3} \cdot \epsilon\varphi \frac{3\pi}{4} \cdot \sigma\varphi \frac{5\pi}{6} \cdot \eta\mu \left(-\frac{\pi}{6}\right)}$$

10.20 Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

α)
$$\frac{\eta\mu (7\pi + \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu (21\pi - \omega)}{\eta\mu (13\pi - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu (38\pi - \omega)}$$

β)
$$\frac{\sigma\varphi (3\pi + \omega) + \sigma\upsilon\nu (8\pi - \omega)}{\sigma\varphi (27\pi - \omega) + \sigma\upsilon\nu (23\pi + \omega)}$$

10.21 Να αποδείξετε ότι :

α)
$$\frac{\epsilon\varphi (\pi + \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu (-\omega) \cdot \eta\mu (9\pi + \omega)}{\sigma\upsilon\nu (\omega - 2\pi) \cdot \sigma\varphi \left(\frac{17\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\upsilon\nu \left(\frac{13\pi}{2} + \omega\right)} = 1$$

β)
$$\frac{\sigma\upsilon\nu (\omega - 2\pi) \cdot \sigma\upsilon\nu \left(\frac{5\pi}{2} - \omega\right) \cdot \epsilon\varphi (3\pi + \omega)}{\eta\mu (5\pi - \omega) \cdot \sigma\varphi \left(\frac{3\pi}{2} - \omega\right) \cdot \eta\mu \left(\omega - \frac{\pi}{2}\right)} = -1$$

10.22 Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

α)
$$\frac{\eta\mu (90^\circ - \omega) \cdot \eta\mu (180^\circ + \omega)}{\sigma\upsilon\nu (90^\circ + \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu (180^\circ - \omega)}$$

β)
$$\frac{\sigma\upsilon\nu (720^\circ - \omega) \cdot \epsilon\varphi (90^\circ - \omega)}{\eta\mu (270^\circ - \omega) \cdot \epsilon\varphi (270^\circ + \omega)}$$

10.28 Σε κάθε τρίγωνο ABΓ να αποδείξετε ότι :

α) $\eta\mu(A + 2B + \Gamma) + \eta\mu B = 0$

β) $\sigma\upsilon\nu(2A + B + \Gamma) - \sigma\upsilon\nu(B + \Gamma) = 0$

https://docs.google.com/forms/d/11HeMm_n4UlbfVkQ5zjbK8LaLLvKjmSUViKVtAOkb8lg/viewform?fbclid=IwAR2YjB1107C9N0sOjrfaMuU3Cs62fmWWLmGCMtWkNu6qwiLq1GscRyISXg&edit_requested=true