

11<sup>ος</sup> ΤΟΠΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

“Σταμάτης Μπάτσης”  
Χανιά, 04 Νοεμβρίου 2023

Ενδεικτικές Λύσεις

Θέμα 1<sup>ο</sup>

**Α' τρόπος:** Επειδή το 24 αναλύεται  $24=2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$  και το  $8=2 \cdot 2 \cdot 2$ , άρα ο ζητούμενος αριθμός πρέπει αναγκαστικά να έχει παράγοντα το 3. Επίσης ο ζητούμενος αριθμός είναι δυνατόν να μην περιέχει τον παράγοντα 2 ή να τον περιέχει μέχρι τρεις το πολύ φορές. Άρα ο ζητούμενος αριθμός μπορεί να είναι 3 ή  $2 \cdot 3$  ή  $2 \cdot 3 \cdot 3$  ή  $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ . Δηλαδή 3 ή 6 ή 12 ή 24

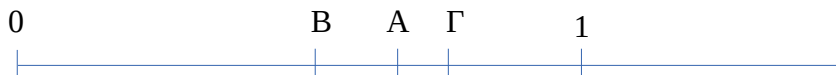
**Β' τρόπος:** Το 24 είναι πολλαπλάσιο των αριθμών 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Από αυτούς, μόνο οι 3, 6, 12 και 24 έχουν Ε.Κ.Π. 24 με το 8, αφού Ε.Κ.Π.(1,8)=8, Ε.Κ.Π.(2,8)=8, Ε.Κ.Π.(4,8)=8, Ε.Κ.Π.(8,8)=8.

Θέμα 2<sup>ο</sup>

α) Η απόσταση των Α και Β είναι  $\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{4-3}{6} = \frac{1}{6}$

β) Η απόσταση των Α και Γ είναι  $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12}$  και ισχύει  $2 \cdot \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Επομένως, η απόσταση των Α και Β είναι διπλάσια από την απόσταση των Α και Γ.

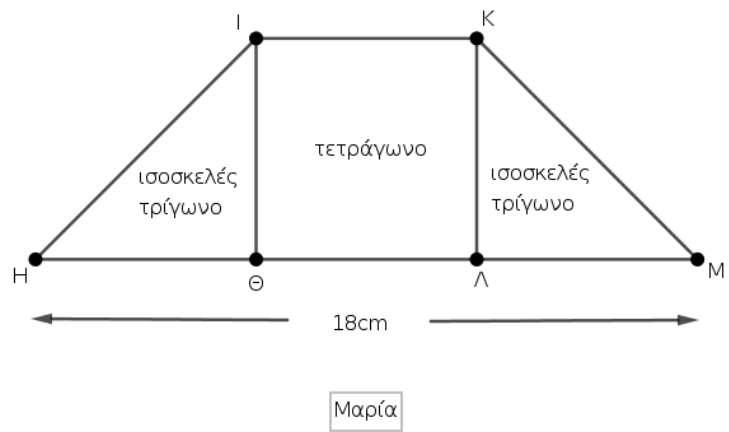
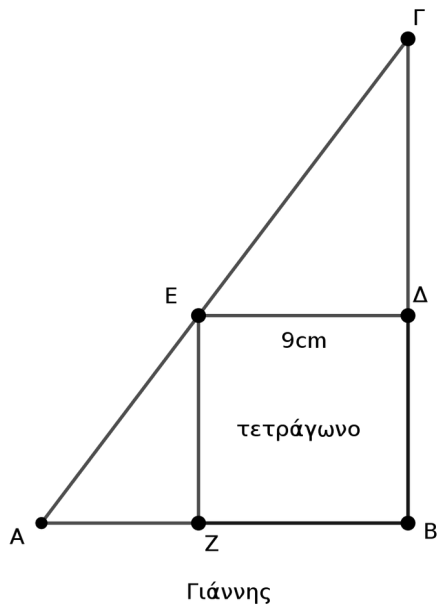


Θέμα 3<sup>ο</sup>

Ο Γιάννης έχει φτιάξει το τρίγωνο ΑΒΓ, το οποίο έχει προφανώς εμβαδό μεγαλύτερο από το εμβαδό του τετραγώνου ΒΔΕΖΗ, δηλαδή μεγαλύτερο από  $9^2=81$ , άρα μεγαλύτερο από το ζητούμενο, που είναι 72. Δηλαδή, δεν τα κατάφερε.

Η Μαρία έχει φτιάξει τα ορθογώνια - ισοσκελή ΗΘΙ και ΚΛΜ, άρα ισχύει  $ΗΘ=ΘΙ$  (1) και  $ΚΛ=ΛΜ$  (2). Επίσης έφτιαξε το τετράγωνο ΙΚΛΘ, άρα ισχύει  $ΚΛ = ΘΛ = ΙΘ$  (3). Από τις (1), (2), και (3) προκύπτει ότι  $ΗΘ = ΘΛ = ΛΜ$  (4). Επίσης, από το σχήμα προκύπτει ότι  $ΗΘ+ΘΛ+ΛΜ=18$ , άρα (από (4))  $ΗΘ+ΗΘ+ΗΘ=18$ , άρα  $3ΗΘ=18$ , άρα  $ΗΘ=6$ , άρα  $ΘΛ=6$  αλλά και  $ΛΜ=6$ . Επομένως το εμβαδό του σχήματος της είναι: Εμβαδό ΗΘΙ + Εμβαδό ΘΛΚΙ + Εμβαδό ΚΛΜ =

$$\frac{1}{2} ΗΘ \cdot ΘΙ + ΘΛ^2 + \frac{1}{2} ΜΛ \cdot ΛΚ = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 + 6^2 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = 18 + 36 + 18 = 72. \text{ Επομένως, τα κατάφερε.}$$



### Θέμα 4°

α) Ισχύει  $\frac{9}{11} = \frac{9 \cdot 2}{11 \cdot 2} = \frac{18}{22}$  και  $\frac{10}{11} = \frac{10 \cdot 2}{11 \cdot 2} = \frac{20}{22}$ . Επιλέγοντας το  $\frac{19}{22}$ , βλέπουμε ότι  $\frac{18}{22} < \frac{19}{22} < \frac{20}{22}$ , άρα και  $\frac{9}{11} < \frac{19}{22} < \frac{10}{11}$ .

β) Είναι  $K = \frac{20222022}{20222021} = \frac{20222021+1}{20222021} = \frac{20222021}{20222021} + \frac{1}{20222021} = 1 + \frac{1}{20222021}$  και  $\Lambda = \frac{20232023}{20232022} = \frac{20232022+1}{20232022} = \frac{20232022}{20232022} + \frac{1}{20232022} = 1 + \frac{1}{20232022}$ . Επειδή ισχύει  $20222021 < 20222022$ , θα ισχύει και  $\frac{1}{20232021} > \frac{1}{20232022}$ , άρα και

$1 + \frac{1}{20232021} > 1 + \frac{1}{20232022}$ , οπότε το K είναι μεγαλύτερο από το Λ.

γ) Είναι  $\Pi = \frac{20222022}{20222025} = \frac{20222025-3}{20222025} = \frac{20222025}{20222025} - \frac{3}{20222025} = 1 - \frac{3}{20222025}$  και  $P = \frac{20232023}{20232026} = 1 - \frac{3}{20232026}$ . Όμως  $20222025 < 20232026$ , άρα  $\frac{1}{20222025} > \frac{1}{20232026}$ , άρα  $\frac{3}{20222025} > \frac{3}{20232026}$  και  $1 - \frac{3}{20222025} < 1 - \frac{3}{20232026}$ . Δηλαδή είναι  $\Pi < P$ .

### Θέμα 5°

Σε μια γιορτή, 6 παιδιά έφαγαν το 75% μιας τούρτας σε 9 λεπτά.

α) Τους μένει ακόμα το  $100\% - 75\% = 25\%$  της τούρτας. Όμως είναι  $25\% = \frac{1}{3} \cdot 75\%$ , άρα θα χρειαστούν ακόμα  $\frac{1}{3} \cdot 9 = 3$  λεπτά.

β) Στην επόμενη γιορτή, τα παιδιά είναι  $6 + 50\% \cdot 6 = 6 + \frac{50}{100} \cdot 6 = 6 + 3 = 9$ . Από το α) ερώτημα γνωρίζουμε ότι τα 6 παιδιά χρειάζονται  $9 + 3 = 12$  λεπτά για τη μια τούρτα, άρα 24 λεπτά

για τις 2 τούρτες. Επομένως το ένα παιδί χρειάζεται  $6 \cdot 24 = 144$  λεπτά για να φάει 2 τούρτες, άρα τα 9 παιδιά χρειάζονται  $\frac{144}{9} = 16$  λεπτά για να φάνε 2 τούρτες.

### Θέμα 6°

Τις περισσότερες μονάδες (20) τις παίρνει προφανώς αν απαντήσει σωστά σε όλες τις ερωτήσεις. Άρα οι ερωτήσεις είναι  $20:2=10$ .

α) Αν απαντήσει σωστά σε λιγότερες από επτά ερωτήσεις, δε μαζεύει αρκετούς βαθμούς για να γράψει 14 (το μέγιστο είναι  $6 \cdot 2 = 12$  βαθμοί). Αν απαντήσει 7 σωστές και καμία λάθος τότε παίρνει το ζητούμενο, αφού  $7 \cdot 2 + 3 \cdot 0 = 14$ . Αν απαντήσει 8 σωστές, τότε μαζεύει  $8 \cdot 2 = 16$  βαθμούς, οπότε απαντώντας λάθος τις άλλες 2 ερωτήσεις παίρνει το ζητούμενο αφού  $8 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 16 - 2 = 14$ . Με 9 ή 10 σωστές παίρνει πάνω από 14, οπότε δεν υπάρχουν άλλοι τρόποι να πάρει 14.

β) Για να γράψει κάποιος 19 πρέπει να απαντήσει λάθος τουλάχιστον 1 ερώτηση (αλλιώς, αν δεν απαντήσει λάθος καμία, παίρνει ζυγό αριθμό βαθμών). Τότε όμως θα πέσει από το άριστα (20) τουλάχιστον 3 μονάδες (2 επειδή δεν απάντησε σωστά και 1 επειδή απάντησε λάθος). Επομένως θα γράψει, στην περίπτωση αυτή, το πολύ 17. Επομένως δεν μπορεί να γράψει 19.