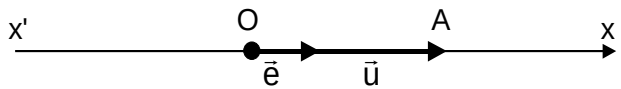


ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

- ♦ **Φυσικά**, ονομάζουμε τα μεγέθη που περιγράφουν κάποιες φυσικές ποσότητες (π.χ. ταχύτητα $\vec{u}$, δύναμη $\vec{F}$, ενέργεια E). Κάθε φυσικό μέγεθος αποτελείται από δύο μέρη: την αριθμητική του τιμή και τις μονάδες μέτρησής του (π.χ. $u=3\frac{m}{s}$). Η εισαγωγή των φυσικών μεγεθών μας επιτρέπει τον ποσοτικό καθορισμό των φυσικών φαινομένων. Τα φυσικά μεγέθη συσχετίζονται μεταξύ τους με τις μαθηματικές σχέσεις (τύπους).
- ♦ **Αριθμητικά**, ονομάζουμε τα αδιάστατα εκείνα μεγέθη που υποδηλώνουν μια απλή αριθμητική σχέση ανάμεσα σε δύο ομοειδείς έννοιες (π.χ. ο αριθμός 3,14).
- ♦ **Μονόμετρο (ή βαθμωτό)** ονομάζουμε το φυσικό μέγεθος που ορίζεται πλήρως όταν δοθεί η αριθμητική τιμή του και η μονάδα μέτρησής του δηλαδή το **μέτρο** του (π.χ. η θερμοκρασία T , ο χρόνος t , η ένταση του ρεύματος I).

- ♦ **Διανυσματικό** ονομάζουμε το φυσικό μέγεθος που ορίζεται πλήρως όταν δοθεί το **μέτρο**, η **διεύθυνση** και η **φορά** του (π.χ. η ταχύτητα $\vec{u}$, η δύναμη $\vec{F}$, η ορμή $\vec{P}$). Κάθε διανυσματικό μέγεθος απεικονίζεται με ένα διάνυσμα του οποίου το μήκος ισούται με το μέτρο του διανυσματικού μεγέθους και η διεύθυνση και η φορά του (κατεύθυνσή του) είναι η διεύθυνση και η φορά του διανυσματικού μεγέθους.



Στο παραπάνω σχήμα το διάνυσμα $\vec{OA} = \vec{u}$.

- Το μέτρο του $\vec{u}$: $u = |\vec{OA}|$
- Η διεύθυνση και η φορά του $\vec{u}$ είναι αυτή του διανύσματος $\vec{OA}$
- Το σημείο εφαρμογής του $\vec{u}$ είναι το σημείο O.

Παρατήρηση: Στην παραπάνω περίπτωση η διεύθυνση του διανύσματος είναι ο άξονας $x'x$. Μπορούμε σε αυτόν τον άξονα να ορίσουμε αυθαίρετα μια κατεύθυνση ως **θετική φορά** (+)(συνήθως την κατεύθυνση προς τα δεξιά), οπότε ο άξονας αυτός γίνεται **προσανατολισμένος**. Επίσης μπορούμε να καθορίσουμε ένα σημείο O ως αρχή του άξονα. Αν το διάνυσμα έχει φορά προς τα δεξιά, τότε λέμε ότι το διάνυσμα έχει θετική φορά, ενώ στην αντίθετη περίπτωση, αρνητική φορά.

Οι τιμές $u = +|\vec{OA}|$ για θετική φορά
και $u = -|\vec{OA}|$ για αρνητική φορά } ονομάζονται **αλγεβρικές τιμές** του διανύσματος.

Όταν στον άξονα $x'x$ ορίσουμε και ένα μοναδιαίο διάνυσμα $\vec{e}$, με μέτρο ίσο με την μονάδα, τότε η ο άξονας $x'x$ αποτελεί ένα σύστημα αναφοράς, βάσει του οποίου θα γίνει η μελέτη του διανυσματικού μεγέθους.

ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΚΑΙ ΡΥΘΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΦΥΣΙΚΟΥ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

- ♦ **Μεταβολή** ενός φυσικού μεγέθους X , ονομάζουμε τη διαφορά της τελικής τιμής $X_{\text{τελ}}$ του μεγέθους από την αρχική τιμή του $X_{\text{αρχ}}$. Δηλαδή:

Μεταβολή του μεγέθους X :	$\Delta X = X_{\text{τελ}} - X_{\text{αρχ}}$
-----------------------------	--

- ♦ **(Μέσος) Ρυθμό μεταβολής** ενός φυσικού μεγέθους X ονομάζουμε το πηλίκο της μεταβολής του φυσικού μεγέθους ΔX , που συντελέστηκε σε κάποιο χρονικό διάστημα Δt προς το χρονικό διάστημα αυτό.

Ρυθμός μεταβολής Z του μεγέθους X :

$$Z = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{X_{\text{τελ}} - X_{\text{αρχ}}}{\Delta t}$$

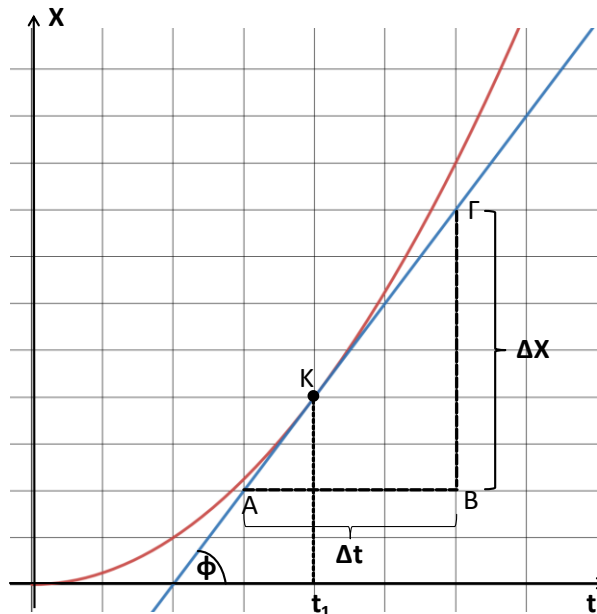
Στην γραφική παράσταση του X συναρτήσει του t , αν φέρουμε την εφαπτομένη σε κάποιο σημείο K της καμπύλης για $t=t_1$, παρατηρούμε ότι για την κλίση της εφαπτομένης ισχύει:

$$\text{εφφ} = \frac{(BG)}{(AB)} = \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

και ονομάζεται **στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής**.

Πολλές φορές ο ρυθμός μεταβολής ενός φυσικού μεγέθους X , ισούται με κάποιο άλλο φυσικό μέγεθος Z , του οποίου η τιμή, σε κάποια χρονική στιγμή t' , υπολογίζεται από την κλίση της γραφικής παράστασης $X=f(t)$ στο σημείο αυτό.

Για παράδειγμα η ταχύτητα u , η οποία δίνεται από την σχέση $\bar{u} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t}$, είναι ο ρυθμός μεταβολής της θέσης x του κινητού.



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΟΝΑΔΩΝ-ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΦΥΣΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ

Ορισμένα φυσικά μεγέθη έχουν εκλεγεί αυθαίρετα ως **θεμελιώδη**, και γι' αυτό το λόγο δεν μπορούν να οριστούν με βάση άλλα μεγέθη. Τα θεμελιώδη φυσικά μεγέθη χρησιμεύουν για την περιγραφή όλων των υπολοίπων φυσικών μεγεθών, τα οποία καλούνται **παράγωγα**. Τα παράγωγα φυσικά μεγέθη ορίζονται από τα θεμελιώδη μέσω μιας απλής συνήθως μαθηματικής σχέσης.

Τα διάφορα συστήματα μονάδων περιλαμβάνουν κάποια φυσικά μεγέθη (όσο το δυνατόν λιγότερα σε αριθμό) και τις μονάδες αυτών, τα οποία και ορίζονται ως θεμελιώδη. Συνεπώς όλα τα υπόλοιπα φυσικά μεγέθη και οι μονάδες τους μπορούν να οριστούν με βάση τα θεμελιώδη μέσω μιας ορισμένης μαθηματικής έκφρασης. Πρέπει να υπογραμμίσουμε ότι οι μονάδες των θεμελιωδών μεγεθών εκλέγονται αυθαίρετα, γι' αυτό και υπάρχουν διάφορα συστήματα μονάδων. Σκοπός όλων των συστημάτων αναφοράς είναι η συστηματοποίηση της ποσοτικής μελέτης των φυσικών φαινομένων.

Το σύστημα μονάδων που χρησιμοποιείται ευρέως και διεθνώς είναι το **διεθνές σύστημα S.I.**. Το S.I. έχει τα ακόλουθα θεμελιώδη μεγέθη.

ΔΙΕΘΝΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑ S.I.	
Φυσικό μέγεθος	Μονάδα μέτρησης
Μήκος (s, ℓ, d)	m (μέτρο)
Μάζα (m)	Kg (χιλιόγραμμα)
Χρόνος (t)	s (δευτερόλεπτο)
Ένταση ηλεκ. ρεύματος (I)	A (αμπέρ)
Θερμοκρασία (T)	K (βαθμοί Κέλβιν)
Φωτεινή ένταση (I_v)	cd (καντέλα)
Χημική ποσότητα (n)	mol (γραμμομόριο)

Για τη μηχανική, τα κυριότερα φυσικά μεγέθη είναι, το μήκος (s , ℓ , d) με μονάδα μέτρησης το μέτρο (m), η μάζα (m) με μονάδα μέτρησης το χιλιόγραμμα (Kg) και ο χρόνος (t) με μονάδα μέτρησης το δευτερόλεπτο (s).

Στον ηλεκτρισμό, η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος (I) με μονάδα μέτρησης το Ampere (A). Στη θερμοδυναμική, η θερμοκρασία (T) με μονάδα μέτρησης τον βαθμό Kelvin (K).

Στην κυματική, η φωτεινή ένταση με μονάδα μέτρησης την candela (cd).

Στην χημεία, το γραμμομόριο με μονάδα μέτρησης το mole (mol).

ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ

Αν κάθε φυσικό μέγεθος το παραστήσουμε με ένα σύμβολο, τότε κάθε παράγωγο φυσικό μέγεθος θα συνδέεται με τα θεμελιώδη μεγέθη μέσω μιας μαθηματικής εκφράσεως η οποία ονομάζεται **εξίσωση διαστάσεως** του φυσικού μεγέθους. Ο χρόνος $[T]$, το μήκος $[L]$, και η μάζα $[M]$ είναι θεμελιώδη φυσικά μεγέθη. Συνεπώς η εξίσωση διαστάσεως της ταχύτητας u , η οποία συνδέεται με

το μήκος και τον χρόνο με την σχέση $\bar{u} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t}$, είναι:

$$[u] = [L^1 M^0 T^{-1}]$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1: ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΓΩΝΙΑΣ

Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο, για οποιαδήποτε γωνία του τριγώνου ισχύει:

$$\eta\mu\Gamma = \frac{AB}{B\Gamma}$$

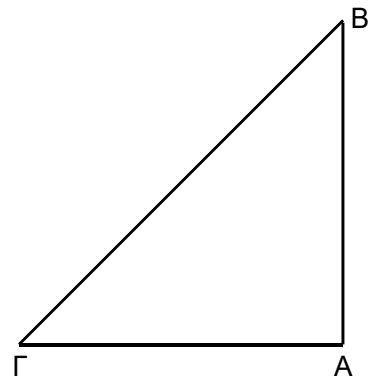
$$\eta\mu B = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$$

$$\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{A\Gamma}{B\Gamma}$$

$$\sigma\upsilon\nu B = \frac{AB}{B\Gamma}$$

$$\epsilon\phi\Gamma = \frac{\eta\mu\Gamma}{\sigma\upsilon\nu\Gamma} = \frac{AB}{A\Gamma}$$

$$\epsilon\phi B = \frac{\eta\mu B}{\sigma\upsilon\nu B} = \frac{A\Gamma}{AB}$$



Επιπλέον, στο ορθογώνιο τρίγωνο, ισχύει:

$$\eta\mu\Gamma = \sigma\upsilon\nu B$$

$$\sigma\upsilon\nu\Gamma = \eta\mu B$$

$$\epsilon\phi\Gamma = \frac{1}{\epsilon\phi B}$$

Σε κάθε τρίγωνο ισχύει:

$$\eta\mu^2 B + \sigma\upsilon\nu^2 B = 1$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2: ΠΡΑΞΕΙΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ

I. ΠΡΟΣΘΕΣΗ

i) Διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ συγγραμμικά και ομόρροπα.

$$\vec{\alpha} + \vec{\beta} = \vec{\gamma} \rightarrow \alpha + \beta = \gamma$$

ii) Διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ συγγραμμικά και αντίρροπα.

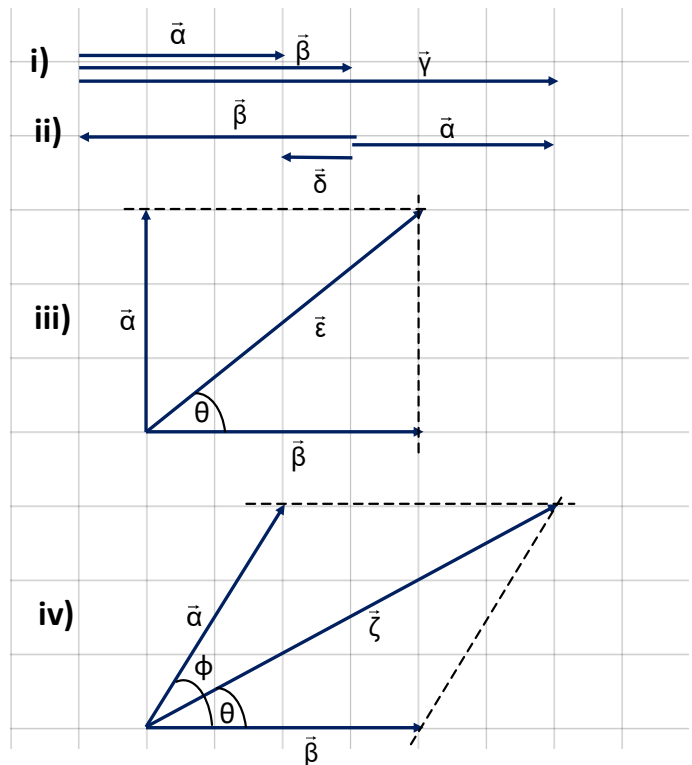
$$\vec{\alpha} + \vec{\beta} = \vec{\delta} \rightarrow \alpha - \beta = \delta$$

iii) Διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ κάθετα μεταξύ τους.

$$\vec{\alpha} + \vec{\beta} = \vec{\varepsilon} \rightarrow \begin{cases} |\varepsilon| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \\ \varepsilon\phi\theta = \frac{|\beta|}{|\alpha|} \end{cases}$$

iv) Διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ που σχηματίζουν μεταξύ τους τυχαία γωνία ϕ .

$$\vec{\alpha} + \vec{\beta} = \vec{\zeta} \rightarrow \begin{cases} |\zeta| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2|\alpha||\beta|\cos\phi} \\ \varepsilon\phi\theta = \frac{|\beta|\eta\mu\phi}{|\alpha| + |\beta|\cos\phi} \end{cases}$$



Απόδειξη

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΟΔΓ από το Πυθαγόριο θεώρημα έχουμε:

$$(\text{ΟΓ})^2 = (\text{ΟΔ})^2 + (\Delta\Gamma)^2 \Rightarrow (\text{ΟΓ})^2 = [(\text{ΟΑ}) + (\text{ΑΔ})]^2 + (\Delta\Gamma)^2 \Rightarrow$$

$$(\text{ΟΓ})^2 = (\text{ΟΑ})^2 + 2(\text{ΟΑ})(\text{ΑΔ}) + (\text{ΑΔ})^2 + (\Delta\Gamma)^2 \quad (1)$$

Όμως από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ έχουμε:

$$\cos\phi = \frac{(\text{ΑΔ})}{(\text{ΑΓ})} \Rightarrow (\text{ΑΔ}) = (\text{ΑΓ})\cos\phi \quad (2)$$

και

$$\eta\mu\phi = \frac{(\Delta\Gamma)}{(\text{ΑΓ})} \Rightarrow (\Delta\Gamma) = (\text{ΑΓ})\eta\mu\phi \quad (3)$$

Η (1) λόγω (2) και (3) γίνεται:

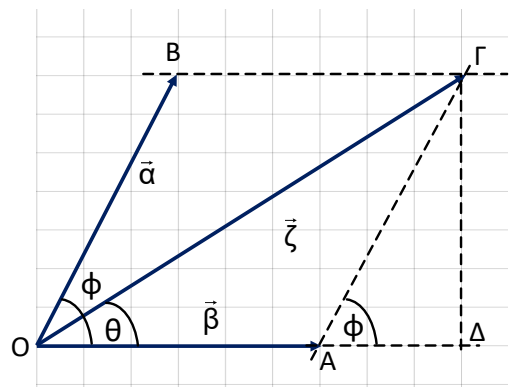
$$(\text{ΟΓ})^2 = (\text{ΟΑ})^2 + 2(\text{ΟΑ})(\text{ΑΓ})\cos\phi + (\text{ΑΓ})^2\cos^2\phi + (\text{ΑΓ})^2\eta\mu^2\phi \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} (\text{ΟΓ})^2 &= (\text{ΟΑ})^2 + 2(\text{ΟΑ})(\text{ΑΓ})\cos\phi + (\text{ΑΓ})^2(\cos^2\phi + \eta\mu^2\phi) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\eta\mu^2\phi + \cos^2\phi = 1$$

$$\left. \begin{aligned} (\text{ΟΓ})^2 &= (\text{ΟΑ})^2 + 2(\text{ΟΑ})(\text{ΑΓ})\cos\phi + (\text{ΑΓ})^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \zeta^2 = \beta^2 + 2\alpha\beta\cos\phi + \alpha^2 \Rightarrow$$

όπου $(\text{ΟΓ}) = \zeta$, $(\text{ΟΑ}) = \beta$, $(\text{ΑΓ}) = (\text{ΟΒ}) = \alpha$



$$\zeta = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta\cos\varphi}$$

Επίσης από το τρίγωνο ΟΔΓ έχουμε: $\varepsilon\varphi\theta = \frac{(\Delta\Gamma)}{(\text{ΟΔ})} = \frac{(\Delta\Gamma)}{(\text{ΟΑ}) + (\text{ΑΔ})}$

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon\varphi\theta = \frac{(\text{ΑΓ})\eta\mu\varphi}{(\text{ΟΑ}) + (\text{ΑΓ})\sigma\upsilon\nu\varphi} \\ \text{όπου } (\text{ΑΓ}) = (\text{ΟΒ}) = \alpha, \quad (\text{ΟΑ}) = \beta \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{\alpha\eta\mu\varphi}{\beta + \alpha\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

η οποία λόγω (2) και (3) γίνεται:

II. ΑΦΑΙΡΕΣΗ

Η αφαίρεση ενός διανύσματος $\vec{\beta}$ από ένα διάνυσμα $\vec{\alpha}$ ανάγεται σε πρόσθεση του αντίθετου διανύσματος $-\vec{\beta}$ με το διάνυσμα $\vec{\alpha}$.

i) Διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ συγγραμμικά και ομόρροπα.

$$\vec{\alpha} - \vec{\beta} = \vec{\alpha} + (-\vec{\beta}) = \vec{\gamma} \rightarrow \alpha - \beta = \gamma$$

ii) Διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ συγγραμμικά και αντίρροπα.

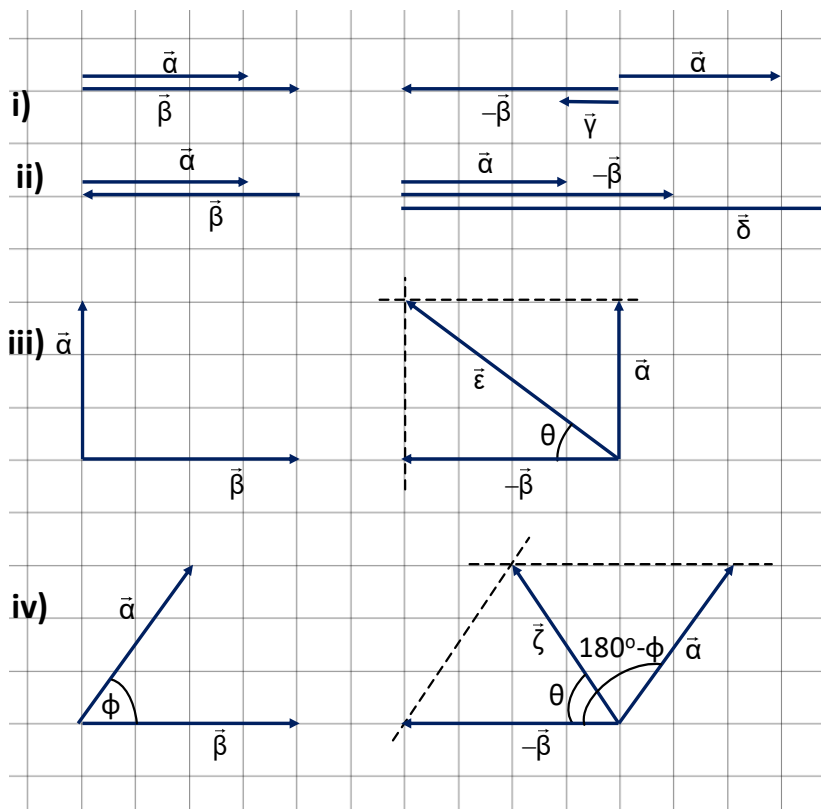
$$\vec{\alpha} - \vec{\beta} = \vec{\alpha} + (-\vec{\beta}) = \vec{\delta} \rightarrow \alpha + \beta = \delta$$

iii) Διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ κάθετα μεταξύ τους.

$$\vec{\alpha} - \vec{\beta} = \vec{\alpha} + (-\vec{\beta}) = \vec{\zeta} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \zeta = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \\ \varepsilon\varphi\theta = \frac{\beta}{\alpha} \end{array} \right.$$

iii) Διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με τυχαίες διευθύνσεις.

$$\vec{\alpha} - \vec{\beta} = \vec{\alpha} + (-\vec{\beta}) = \vec{\varepsilon} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta\cos(180^\circ - \varphi)} \\ \varepsilon\varphi\theta = \frac{\beta\eta\mu(180^\circ - \varphi)}{\alpha + \beta\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \varphi)} \end{array} \right.$$



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3: ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

I. Μορφή $y = \alpha$, με $\alpha = \text{σταθερά} \neq 0$

Είναι ευθεία παράλληλη στον άξονα x .
Τέτοια μορφή έχει η ταχύτητα u ενός κινητού, που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, συναρτήσει του χρόνου t .

$$u = \text{σταθερή}$$

II. Μορφή $y = \alpha x$, με $\alpha = \text{σταθερά} \neq 0$

Είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και περιγράφει μεγέθη που είναι **ανάλογα**.
Τέτοια μορφή έχει η ταχύτητα u ενός κινητού, που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα, συναρτήσει του χρόνου t .

$$u = at$$

Η κλίση της ευθείας είναι ίση με την σταθερά και ίση με a .

$$\text{εφ}\phi = a$$

III. Μορφή $y = \alpha x + \beta$, με $\alpha, \beta = \text{σταθερές} \neq 0$

Είναι ευθεία που δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων και τέμνει τον άξονα Oy στο σημείο $(0, \beta)$.
Τέτοια μορφή έχει η ταχύτητα u ενός κινητού, που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, με αρχική ταχύτητα u_0 , συναρτήσει του χρόνου t .

$$u = at + u_0$$

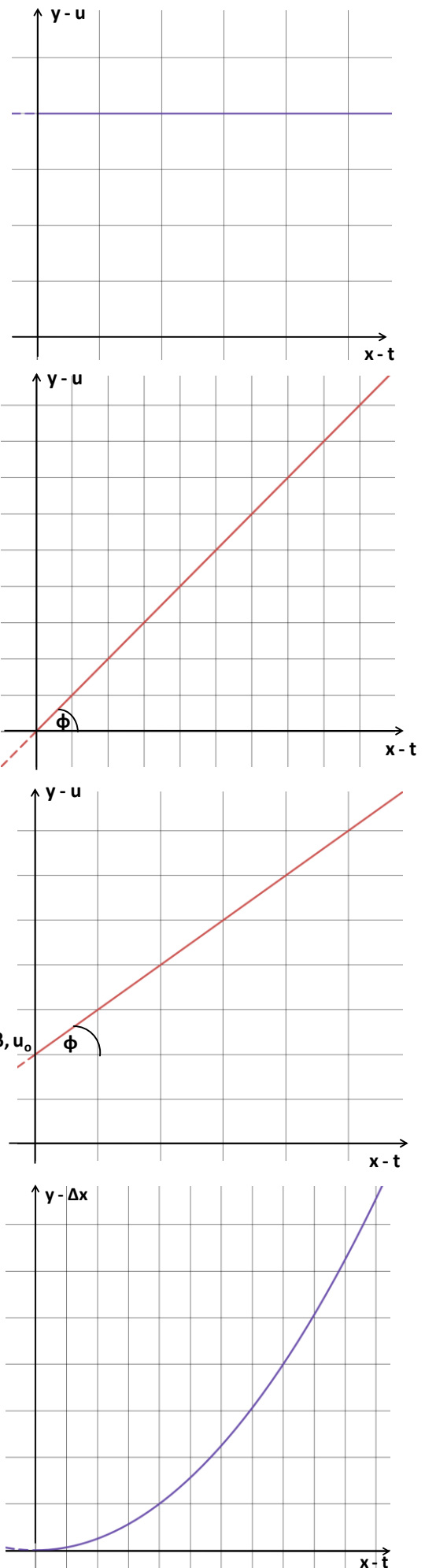
Η κλίση της ευθείας είναι ίση με την σταθερά και ίση με a .

$$\text{εφ}\phi = a$$

IV. Μορφή $y = \alpha x^2$, με $\alpha = \text{σταθερά} \neq 0$

Είναι παραβολή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων, κορυφή το σημείο $O (x=0, y=0)$ και έχει άξονα συμμετρίας τον άξονα Oy .
Τέτοια μορφή έχει το διάστημα s που διανύει ένα κινητό, που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα, συναρτήσει του χρόνου t .

$$s = \frac{1}{2}at^2$$



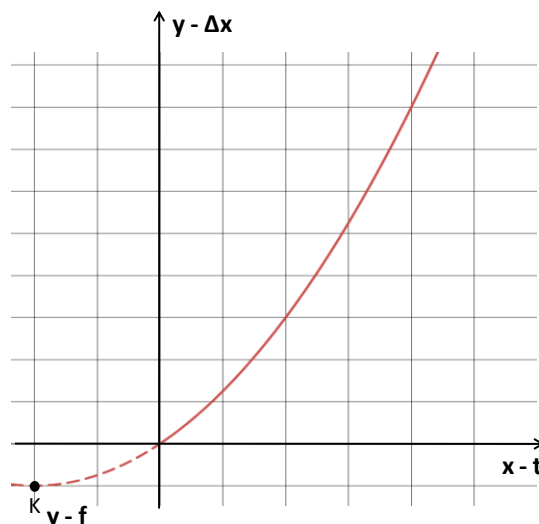
V. Μορφή $y = ax^2 + bx$, με $a, b = \text{σταθερές} \neq 0$

Είναι παραβολή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και έχει κορυφή το σημείο Κ

$$\left(x = -\frac{b}{2a}, y = -\frac{b^2}{4a}\right).$$

Τέτοια μορφή έχει το διάστημα s που διανύει ένα κινητό, που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, με αρχική ταχύτητα u_0 , συναρτήσει του χρόνου t .

$$s = \frac{1}{2}at^2 + u_0t$$

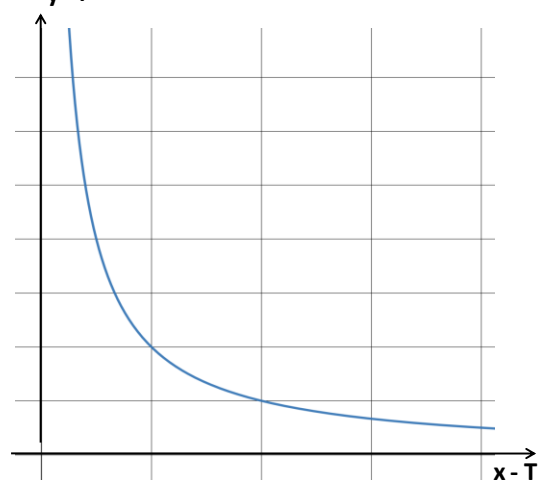


VI. Μορφή $y = \frac{a}{x}$, με $a = \text{σταθερά} > 0$

Είναι υπερβολή και έχει ασύμπτωτες τους άξονες Ox και Oy .

Τέτοια μορφή η σχέση που συνδέει την συχνότητα f , ενός κινητού που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, με την περίοδο T .

$$f = \frac{1}{T}$$



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 4:

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΚΑΙ ΥΠΟΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΤΩΝ ΘΕΜΕΛΙΩΔΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

ΑΠΟΣΤΑΣΗ

$$\begin{aligned} 1\text{Km} &= 10^3\text{m} \\ 1\text{dm} &= 10^{-1}\text{m} \\ 1\text{cm} &= 10^{-2}\text{m} \\ 1\text{mm} &= 10^{-3}\text{m} \\ 1\mu\text{m} &= 10^{-6}\text{m} \end{aligned}$$

ΧΡΟΝΟΣ

$$\begin{aligned} 1\text{d}(\text{ημέρα}) &= 86400\text{s} \\ 1\text{h}(\text{ώρα}) &= 3600\text{s} \\ 1\text{min}(\text{λεπτό}) &= 60\text{s} \\ 1\text{ms} &= 10^{-3}\text{s} \\ 1\mu\text{s} &= 10^{-6}\text{s} \end{aligned}$$

ΜΑΖΑ

$$\begin{aligned} 1\text{Mtn}(\text{Μεγατόνος}) &= 10^6\text{tn} \\ 1\text{tn}(\text{τόνος}) &= 10^3\text{Kg} \\ 1\text{g} &= 10^{-3}\text{Kg} \\ 1\text{mg} &= 10^{-6}\text{Kg} \\ 1\mu\text{g} &= 10^{-9}\text{Kg} \end{aligned}$$

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΚΑΙ ΥΠΟΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΤΩΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΚΑΙ ΟΓΚΟΥ

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

$$\begin{aligned} 1\text{Km}^2 &= 1\text{Km} \cdot 1\text{Km} = 10^6\text{m}^2 \\ 1\text{cm}^2 &= 1\text{cm} \cdot 1\text{cm} = 10^{-4}\text{m}^2 \\ 1\text{mm}^2 &= 1\text{mm} \cdot 1\text{mm} = 10^{-6}\text{m}^2 \end{aligned}$$

ΟΓΚΟΣ

$$\begin{aligned} 1\text{Km}^3 &= 1\text{Km} \cdot 1\text{Km} \cdot 1\text{Km} = 10^9\text{m}^3 \\ 1\text{m}^3 &= 10^3\ell \text{ (λίτρα)} = 10^6\text{c} \ell = 10^9\text{m} \ell \\ 1\text{cm}^3 &= 1\text{c} \ell = 1\text{cm} \cdot 1\text{cm} \cdot 1\text{cm} = 10^{-6}\text{m}^3 \\ 1\text{mm}^3 &= 1\text{m} \ell = 1\text{mm} \cdot 1\text{mm} \cdot 1\text{mm} = 10^{-9}\text{m}^3 \end{aligned}$$

**ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΚΑΙ ΥΠΟΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΜΟΝΑΔΩΝ
ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ ΜΟΝΑΔΩΝ**

ΣΥΜΒΟΛΟ	ΠΡΟΘΕΜΑ	ΠΑΡΑΓΟΝΤΑΣ
T	tera-	10^{12}
G	giga-	10^9
M	mega-	10^6
K	kilo-	10^3
h	hecto-	10^2
da	deka-	10^1
d	deci-	10^{-1}
c	centi-	10^{-2}
m	milli-	10^{-3}
μ	micro-	10^{-6}
n	nano-	10^{-9}
p	pico-	10^{-12}

- Στις ασκήσεις είναι δυνατό κάποια φυσικά μεγέθη να μη δίνονται σε μονάδες του S.I. Πριν κάνουμε οτιδήποτε θα πρέπει να **μετατρέψουμε όλες τις μονάδες σε μονάδες του S.I.** και στην συνέχεια εφαρμόζουμε τις μαθηματικές σχέσεις για την επίλυση της άσκησης.

$$\text{Χρόνος } t = 20 \text{ min} = 20 \cdot 60 \text{ s} = 1200 \text{ s}$$

$$\text{Απόσταση } s = 30 \text{ cm} \rightarrow 3 \cdot 10^1 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3 \cdot 10^{1-2} \text{ m} = 3 \cdot 10^{-1} \text{ m} = 0,3 \text{ m}$$

$$\text{Ταχύτητα } u = 72 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \rightarrow u = 72 \frac{10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 72 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- Για να υπολογίσουμε ένα άγνωστο φυσικό μέγεθος από μια μαθηματική σχέση (εξίσωση), πρώτα λύνουμε την μαθηματική σχέση ως προς το άγνωστο φυσικό μέγεθος και στην συνέχεια αντικαθιστούμε τα φυσικά μεγέθη, που μας είναι γνωστά, με την αριθμητική τους τιμή και τις μονάδες μέτρησής τους.
Π.χ. θέλουμε να υπολογίσουμε τον χρόνο t της κίνησης ενός σώματος, που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, με αρχική ταχύτητα $u_0=10\text{m/s}$, επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$ και τελική ταχύτητα $u=20\text{m/s}$, μετά από χρόνο t .
Η μαθηματική σχέση που συνδέει αυτά τα μεγέθη στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση είναι:

$$u = u_0 + at \Rightarrow u - u_0 = at \Rightarrow t = \frac{u - u_0}{a} \Rightarrow t = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

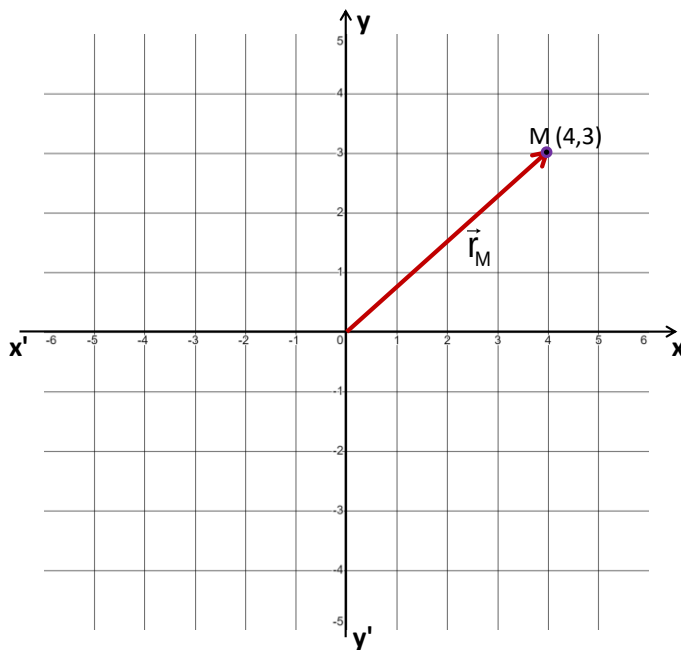
ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ - ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

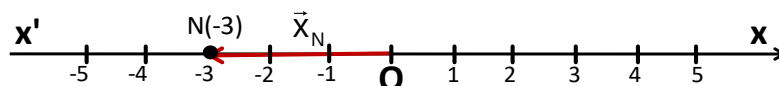
Η μελέτη της κίνησης κάποιου σώματος γίνεται μέσω κάποιου συστήματος αναφοράς. Σύστημα αναφοράς ορίζουμε, στη γενική περίπτωση, ένα τρισσορθογώνιο σύστημα αξόνων $Oxyz$ (τρεις άξονες ανά δύο κάθετοι μεταξύ τους, με κοινή αρχή O), όπου το O αντιπροσωπεύει αυθαίρετα ένα ακίνητο σώμα σε σχέση με το οποίο κινείται το κινητό. Θα πρέπει να παρατηρήσουμε ότι στο σύμπαν δεν υπάρχει κανένα σώμα το οποίο να είναι απόλυτα ακίνητο σε σχέση με τα υπόλοιπα.

Ένα σύστημα αναφοράς καλείται **αδρανειακό** όταν είναι ακίνητο ή κινείται ευθύγραμμα ομαλά ως προς τους απλανείς αστέρες. Για την μελέτη των επίγειων κινήσεων μπορούμε να επιλέξουμε σαν αδρανειακό σύστημα αναφοράς την επιφάνεια της γης.

♦ **Στο επίπεδο:** για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σωματίου στο επίπεδο χρειάζονται δυο άξονες x' και y' . Το σύστημα αναφοράς είναι ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων. Η θέση του σημείου M προσδιορίζεται με δυο αριθμούς (x, y) που ονομάζονται συντεταγμένες $M(x, y)$.



♦ **Σε ευθεία:** για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σωματίου, που κινείται ή που βρίσκεται σε ευθεία γραμμή, πρέπει να ορίσουμε ένα σημείο αναφοράς ή αρχή (O) πάνω σε άξονα x' . Επίσης συμβολίζουμε τη θέση δεξιά από το O (αρχή) με $(+)$ και αριστερά με $(-)$.



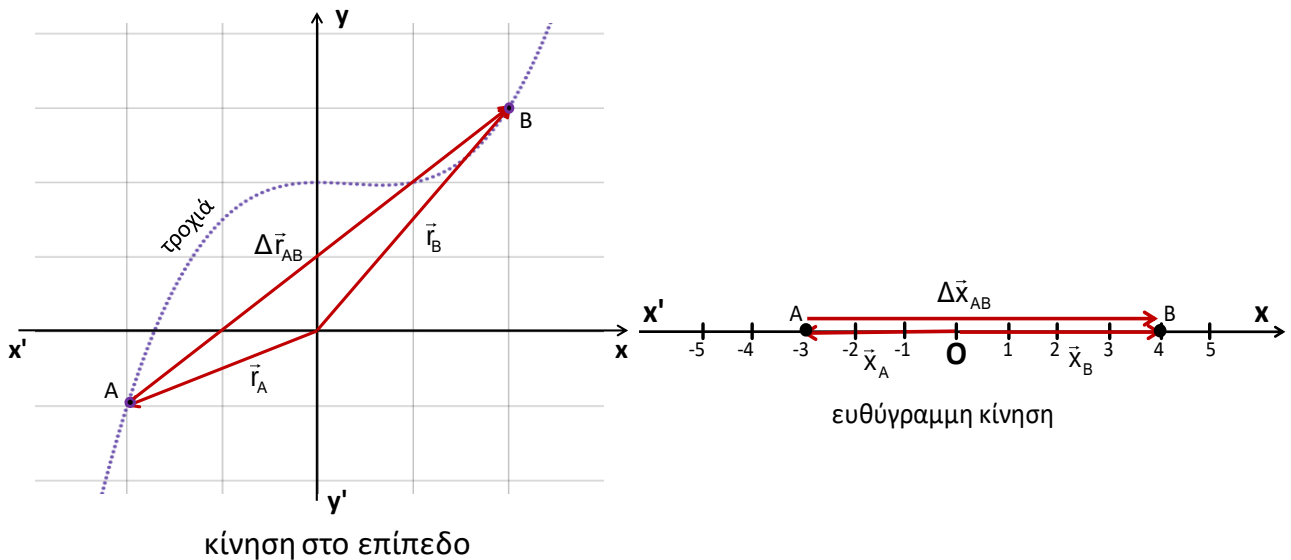
Η θέση N προσδιορίζεται με έναν αριθμό, που συμβολίζεται με το γράμμα x και ο οποίος μπορεί να πάρει θετικές ή αρνητικές τιμές $N(x)$ και ονομάζεται αλγεβρική τιμή της θέσης του.

ΤΡΟΧΙΑ ΚΙΝΗΤΟΥ – ΕΙΔΗ ΤΡΟΧΙΩΝ

Ένα σώμα θα λέμε ότι κινείται όταν αλλάζει συνεχώς θέσεις, ως προς ένα παρατηρητή (σύστημα αναφοράς) που θεωρούμε ακίνητο.

Η κίνηση είναι έννοια σχετική, δηλαδή η περιγραφή της εξαρτάται από το σύστημα αναφοράς. Επομένως ένα σώμα μπορεί να ηρεμεί ως προς ένα σύστημα αναφοράς και να κινείται ως προς ένα άλλο.

Σε ένα σύστημα αναφοράς οι θέσεις ενός κινητού κάθε χρονική στιγμή αντιπροσωπεύονται από ένα σημείο. Αν ενώσουμε όλα τα σημεία που έχει διατρέξει το κινητό μεταξύ τους με μια γραμμή, αυτή η γραμμή αντιπροσωπεύει την τροχιά που έχει διαγράψει το κινητό. Αν η γραμμή αυτή είναι ευθεία, τότε η **τροχιά καλείται ευθύγραμμη** ενώ αν είναι καμπύλη τότε ονομάζεται **καμπυλόγραμμη**.



ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ – ΔΙΑΣΤΗΜΑ

Η θέση A ενός κινητού, σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων, ορίζεται από ένα διάνυσμα $\vec{r}_A$ όπου έχει μέτρο την απόσταση του κινητού από την αρχή O των αξόνων, διεύθυνση την ευθεία που διέρχεται από την αρχή O και την θέση του κινητού και φορά από το O προς το A. Το διάνυσμα αυτό ονομάζεται **διάνυσμα θέσης** του κινητού.

Όταν το κινητό κινείται σε ευθεία, το διάνυσμα θέσης του κινητού συμβολίζεται με $\vec{x}$ και το μέτρο του είναι ίσο με την απόσταση του κινητού από το σημείο αναφοράς O του άξονα x' .

Κατά την κίνηση του κινητού, από μια θέση A σε μια θέση B, η μεταβολή των διανυσμάτων θέσης του κινητού στις θέσεις A και B, ονομάζεται **μετατόπιση** του κινητού. Δηλαδή:

$$\text{Μετατόπιση στο επίπεδο:} \quad \Delta \vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

$$\text{Μετατόπιση σε ευθεία:} \quad \Delta \vec{x} = \vec{x}_B - \vec{x}_A$$

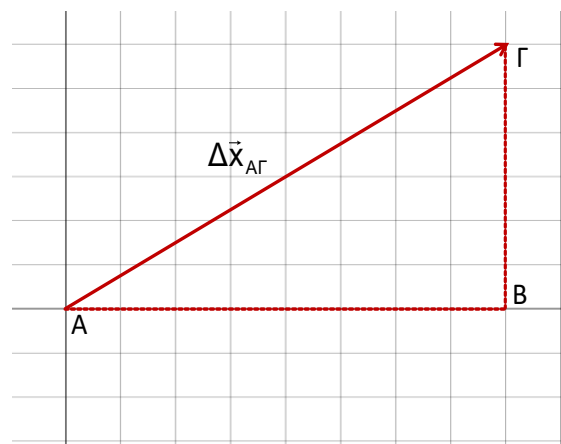
Συνεπώς μετατόπιση ενός κινητού ονομάζουμε το διάνυσμα που ενώνει την αρχική και τελική θέση του κινητού.

Διάστημα s που διανύει ένα κινητό, ονομάζουμε την απόσταση που διανύει ένα κινητό είτε η τροχιά του είναι ευθύγραμμη, είτε καμπυλόγραμμη. Το διάστημα είναι μέγεθος μονόμετρο.

Στο διπλανό σχήμα αν το κινητό κινηθεί από το A στο B και μετά στο Γ, τότε:

$$\vec{AG} = \Delta \vec{x} \quad \text{μετατόπιση του κινητού}$$

$$(AB) + (B\Gamma) = s \quad \text{διάστημα που διένυσε το κινητό}$$



Παρατήρηση: Η μετατόπιση ενός κινητού συμπίπτει με την διάστημα που διανύει το κινητό μόνο στην περίπτωση όπου η κίνηση είναι ευθύγραμμη και η φορά της παραμένει σταθερή.

ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΙΝΗΤΟΥ – ΜΕΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ – ΣΤΙΓΜΙΑΙΑ ΤΑΧΥΤΗΤΑ

- ♦ Η ταχύτητα $\bar{u}$, είναι ένα φυσικό διανυσματικό μέγεθος που ορίζεται ως ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται το διάνυσμα της θέσης $\bar{x}$ ενός κινητού. Η ταχύτητα συνεπώς ενός κινητού μας δείχνει το πόσο γρήγορά μεταβάλλεται η θέση ενός κινητού (και σε ορισμένες περιπτώσεις η απόσταση που διανύει) μιας και ορίζεται ως το πηλίκο της μετατόπισης $\Delta \bar{x}$ του κινητού που έγινε σε χρονικό διάστημα Δt , προς το χρονικό διάστημα αυτό. Συνεπώς:

$$\bar{u} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t} = \frac{\bar{x}_{\text{τελ}} - \bar{x}_{\text{αρχ}}}{t_{\text{τελ}} - t_{\text{αρχ}}} \quad (1)$$

Μονάδα μέτρησης της ταχύτητας στο S.I. είναι το $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- ♦ Όταν η ταχύτητα ενός κινητού, που διανύει κάποια συγκεκριμένη απόσταση s , μεταβάλλεται με τυχαίο τρόπο μπορούμε να περιγράψουμε την κίνησή του εισάγοντας την έννοια της **μέσης ταχύτητας** u_{μ} η οποία ορίζεται ως η ταχύτητα ενός υποθετικού κινητού το οποίο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και στο ίδιο χρονικό διάστημα t διανύει την ίδια απόσταση s . Το μέτρο της μέσης ταχύτητας u_{μ} , δίνεται από την σχέση:

$$u_{\mu} = \bar{u} = \frac{s}{t} \quad (2)$$

Παρατήρηση: Αν στον ορισμό (1) της ταχύτητας, το χρονικό διάστημα Δt θεωρηθεί πολύ μικρό, τόσο ώστε να τείνει προς το μηδέν, τότε η ταχύτητα σ' αυτό το μικρό χρονικό διάστημα μπορεί να θεωρηθεί ουσιαστικά αμετάβλητη και ονομάζεται **στιγμιαία ταχύτητα** $u_{\text{στ}}$. Δηλαδή:

$$\bar{u}_{\text{στ}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t} \quad (3)$$

Συνεπώς η στιγμιαία ταχύτητα ενός κινητού είναι η ταχύτητα του κινητού κάποια συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ

Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ονομάζουμε την κίνηση κατά την οποία η ταχύτητα $\bar{u}$ του κινητού είναι σταθερή οπότε το κινητό διαγράφει ευθύγραμμη τροχιά με την ίδια φορά και σε ίσους χρόνους διανύει ίσα διαστήματα. Δηλαδή το διάστημα είναι ανάλογο του χρόνου. Οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση ενός σώματος που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι:

$$\bar{u} = \text{σταθερή} \quad \text{Νόμος της ταχύτητας} \quad (4)$$

$$\Delta x = u \cdot \Delta t \quad \text{Νόμος της μετατόπισης (Εξίσωση κίνησης)} \quad (5)$$

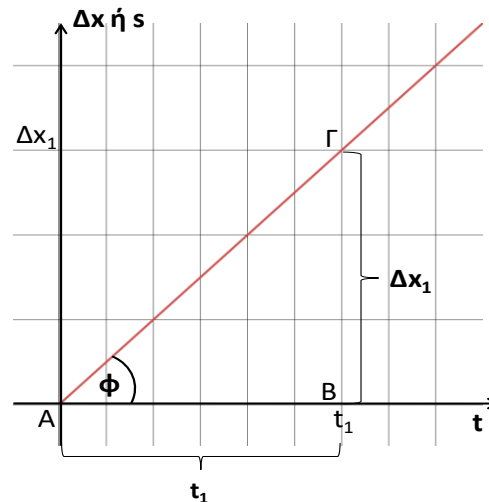
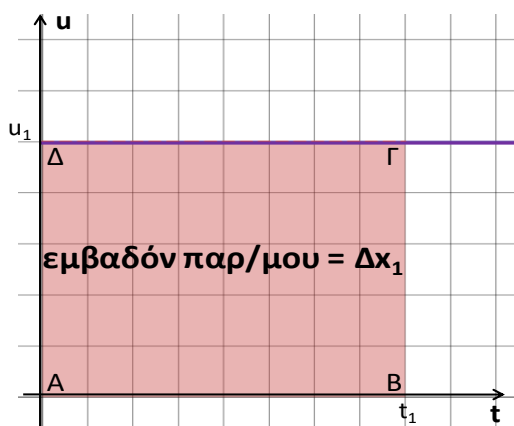
Τα διαγράμματα της ταχύτητας u και της θέσης x σε συνάρτηση με τον χρόνο για την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, είναι τα εξής:

- ♦ Από το διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο (διάγραμμα $u-t$) μπορούμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση Δx (ή το διάστημα s) του κινητού κάποια χρονική στιγμή t_1 , από το εμβαδόν του χώρου που ορίζεται από το διάγραμμα της ταχύτητας, τον άξονα του χρόνου και την κάθετη στον άξονα του χρόνου την χρονική στιγμή t_1 .

$$\text{Εμβαδόν} = \text{βάση} \times \text{ύψος} = t_1 \cdot u_1 = \Delta x_1$$

- ♦ Από το διάγραμμα της θέσης σε συνάρτηση με τον χρόνο (διάγραμμα x-t) μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα u του κινητού από την κλίση της γραφικής παράστασης.

$$\varepsilon\phi\phi = \frac{(\text{B}\Gamma)}{(\text{A}\Gamma)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = u$$



Παρατηρήσεις:

- Από την εξίσωση (5) έχουμε:

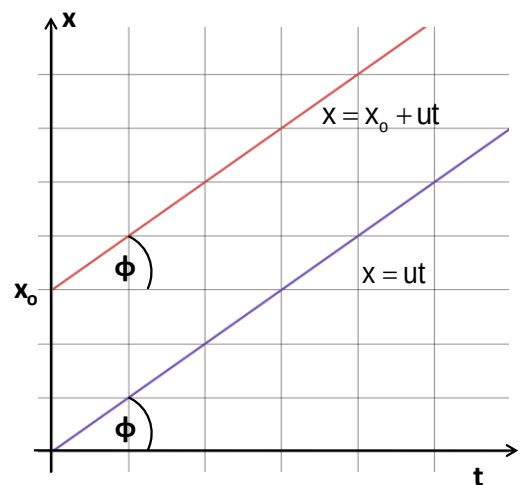
$$\Delta x = u \cdot \Delta t \Rightarrow x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}} = u \cdot (t_{\text{τελ}} - t_{\text{αρχ}})$$

Αν θεωρήσουμε ότι για $t_{\text{αρχ}}=0$ η απομάκρυνση του κινητού είναι $x_{\text{αρχ}}=x_0$, τότε η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

$$x - x_0 = u \cdot t \Rightarrow x = x_0 + ut$$

Στην ειδική περίπτωση όπου για $t_{\text{αρχ}}=0$ η απομάκρυνση του κινητού είναι $x_{\text{αρχ}}=0$, τότε η παραπάνω εξίσωση παίρνει την απλούστερη μορφή:

$$x = u \cdot t = s$$



- Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η φορά κίνησης του κινητού παραμένει σταθερή συνεπώς η μετατόπιση του Δx συμπίπτει με το διάστημα s που διανύει, συνεπώς:

$$\Delta x = s$$

Ο Voyager 2 και η ευθύγραμμη ομαλή κίνησή του

Η διαστημοσυσκευή Voyager 2 εκτοξεύτηκε στις 20 Αυγούστου 1977 με σκοπό τη μελέτη των εξωτερικών αέριων γιγάντιων πλανητών του ηλιακού μας συστήματος. Στις 30 Αυγούστου 1989 πέρασε από τον Ποσειδώνα (Neptune) που αποτελεί τον τελευταίο πλανήτη του ηλιακού μας συστήματος. Στις 25 Νοεμβρίου 2018 ο Voyager 2 εισήλθε στον διαστρικό χώρο κινούμενος πρακτικά ευθύγραμμα και ομαλά με σταθερή ταχύτητα 15,4Km/s (ή 55.440Km/h), σε σχέση με τον ήλιο (πηγή NASA).



ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ – ΣΤΙΓΜΙΑΙΑ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ

Η επιτάχυνση $\vec{a}$, είναι ένα φυσικό διανυσματικό μέγεθος που ορίζεται ως ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η ταχύτητα $\vec{u}$ ενός κινητού. Η επιτάχυνση συνεπώς ενός κινητού μας δείχνει το πόσο γρήγορά μεταβάλλεται η ταχύτητα ενός κινητού μιας και ορίζεται ως το πηλίκο της μεταβολής της ταχύτητας $\Delta\vec{u}$ του κινητού που έγινε σε χρονικό διάστημα Δt , προς το χρονικό διάστημα αυτό. Συνεπώς:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{u}}{\Delta t} = \frac{\vec{u}_{\text{τελ}} - \vec{u}_{\text{αρχ}}}{t_{\text{τελ}} - t_{\text{αρχ}}} \quad (6)$$

Η μονάδες μέτρησης της επιτάχυνσης στο S.I. είναι το $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Παρατήρηση: Αν το χρονικό διάστημα Δt είναι αρκετά μεγάλο ώστε να έχουμε μεταβολές τόσο στο μέτρο της ταχύτητας όσο και στο μέτρο της επιτάχυνσης, τότε η παραπάνω σχέση μας δίνει την μέση επιτάχυνση. Αν όμως το χρονικό διάστημα τείνει στο μηδέν τότε μιλάμε για στιγμιαία επιτάχυνση κατά αναλογία με την στιγμιαία ταχύτητα.

$$\vec{a}_{\text{στ}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{u}}{\Delta t} \quad (7)$$

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ

Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη ονομάζουμε την κίνηση κατά την οποία το κινητό κινείται σε ευθύγραμμη τροχιά με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$ (επιβράδυνση) κατά μέτρο και κατεύθυνση. Οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση ενός κινητού είναι:

$$\vec{a} = \text{σταθερή} \quad \text{Νόμος επιτάχυνσης} \quad (8)$$

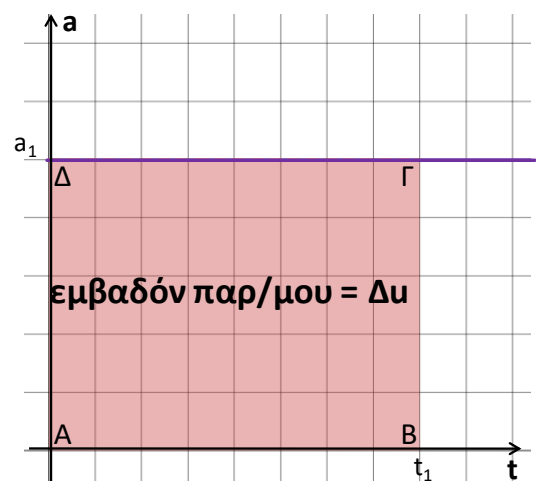
$$u = u_0 \pm at \quad \text{Νόμος ταχύτητας} \quad (9)$$

$$\Delta x = u_0 t \pm \frac{1}{2} at^2 \quad \begin{array}{l} \text{Νόμος μετατόπισης} \\ \text{(Εξισώσεις κίνησης)} \end{array} \quad (10)$$

➤ Διάγραμμα επιτάχυνσης (a) – χρόνου (t)

Από το διάγραμμα της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο (διάγραμμα a-t) μπορούμε να υπολογίσουμε την μεταβολή της ταχύτητας Δu του κινητού κάποια χρονική στιγμή t_1 , από το εμβαδόν του χώρου που ορίζεται από το διάγραμμα της επιτάχυνσης, τον άξονα του χρόνου και την κάθετη στον άξονα του χρόνου την χρονική στιγμή t_1 .

$$\text{Εμβαδόν} = \text{βάση} \times \text{ύψος} = t_1 \cdot a_1 = \Delta u$$



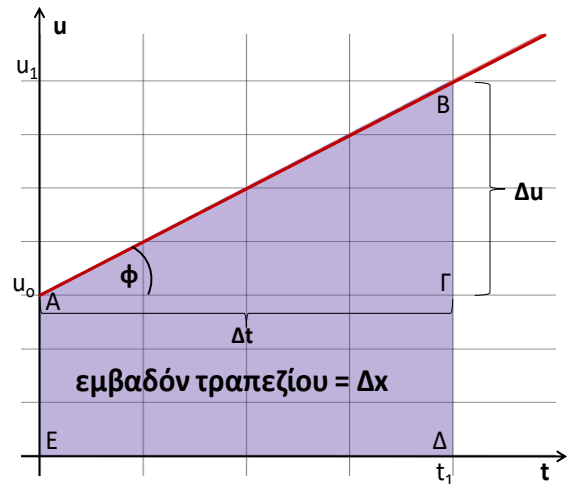
➤ Διάγραμμα ταχύτητας (u) – χρόνου (t)

Από το διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο (διάγραμμα u-t) μπορούμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση Δx (ή το διάστημα s) του κινητού κάποια χρονική στιγμή t_1 , από το εμβαδόν του χώρου (τραπέζιο ABDE) που ορίζεται από το διάγραμμα της ταχύτητας, τον άξονα του χρόνου και την κάθετη στον άξονα του χρόνου την χρονική στιγμή t_1 .

$$\text{Εμβαδόν} = \frac{\text{βάση μεγάλη} \times \text{βάση μικρή}}{2} \times \text{ύψος} \Rightarrow$$

$$\text{Εμβαδόν} = \frac{u_1 + u_0}{2} \cdot t_1 \xrightarrow{u_1 = u_0 + at_1}$$

$$\text{Εμβαδόν} = \frac{u_0 + at_1 + u_0}{2} \cdot t_1 \Rightarrow \text{Εμβαδόν} = u_0 t_1 + \frac{1}{2} at_1^2 = \Delta x$$



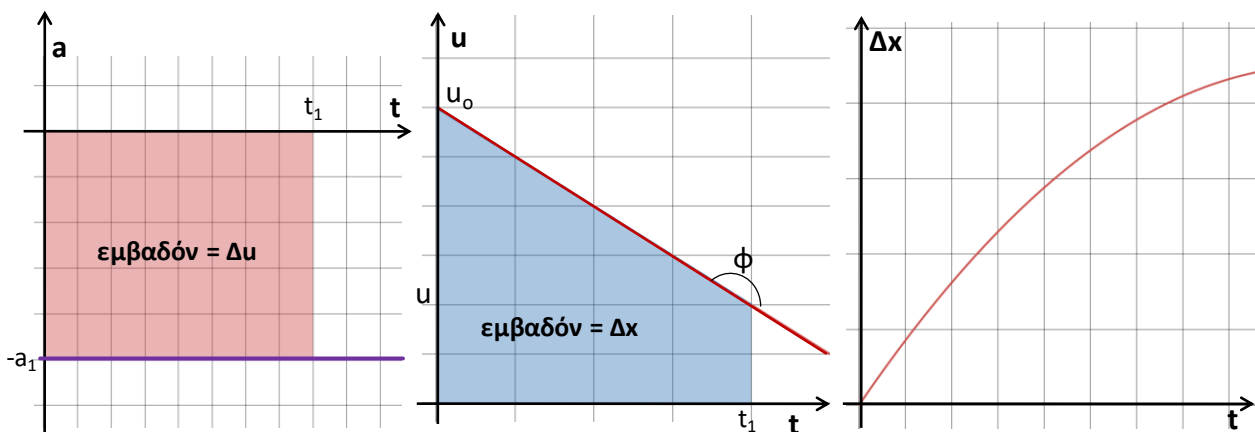
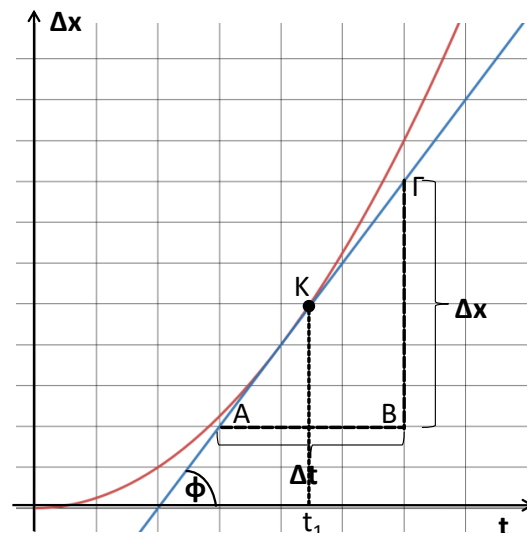
Από το διάγραμμα της ταχύτητας με τον χρόνο (διάγραμμα u-t) μπορούμε επίσης να υπολογίσουμε την επιτάχυνση a του κινητού από την κλίση της γραφικής παράστασης.

$$\text{εφφ} = \frac{(B\Gamma)}{(A\Gamma)} = \frac{\Delta u}{\Delta t} = a$$

➤ Διάγραμμα μετατόπισης (Δx) – χρόνου (t)

Από το διάγραμμα της θέσης με τον χρόνο (διάγραμμα x-t) μπορούμε να υπολογίσουμε την στιγμιαία ταχύτητα $u_{\text{στ}}$ του κινητού, κάποια χρονική στιγμή t_1 , από την κλίση της γραφικής παράστασης την χρονική στιγμή t_1 .

$$\text{εφφ} = \frac{(B\Gamma)}{(A\Gamma)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = u_{\text{στ}}$$



Διαγράμματα a-t, u-t, Δx-t στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση

Παρατηρήσεις:

- Στις εξισώσεις (9), (10) έχουμε θεωρήσει ότι για $t_{\text{αρχ}}=t_0=0$, η αρχική ταχύτητα του κινητού είναι $u=u_0$ και η αρχική απομάκρυνσή του είναι $x_0=0$. Στην γενική περίπτωση όπου ως αρχή της κίνησης θεωρήσουμε την χρονική στιγμή $t=t_0$, όπου $u=u_0$ και $x=x_0$, τότε οι (9), (10) γράφονται:

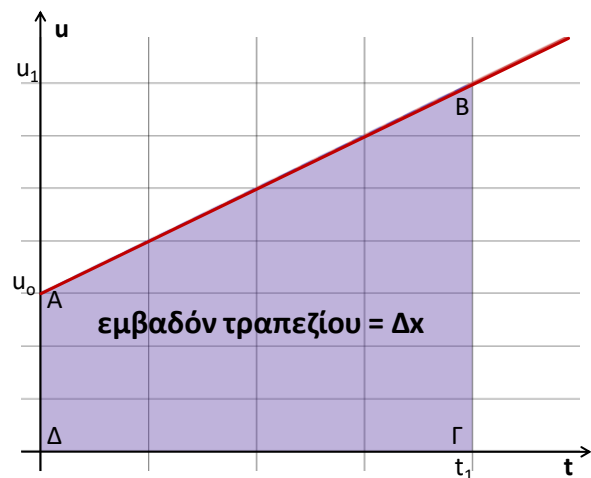
$$\Delta u = a\Delta t \Rightarrow u - u_0 = a(t - t_0) \quad \text{και} \quad x - x_0 = u_0(t - t_0) \pm \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

- Οι παραπάνω σχέσεις είναι διανυσματικές, αλλά στις ευθύγραμμες κινήσεις μπορούμε να χρησιμοποιούμε (χωρίς μαθηματικό λάθος) απευθείας τις αντίστοιχες αλγεβρικές. Όταν η ταχύτητα είναι ομόρροπη με την επιτάχυνση ($u>0, a>0$ ή $u<0, a<0$) η κίνηση είναι επιταχυνόμενη και χρησιμοποιούμε τις σχέσεις με το +, ενώ όταν η ταχύτητα είναι αντίρροπη με την επιτάχυνση ($u>0, a<0$ ή $u<0, a>0$) η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη και χρησιμοποιούμε αυτές με το -. Και στις δύο περιπτώσεις στη θέση της a , αντικαθιστούμε την απόλυτη τιμή της.
- Στην περίπτωση όπου η φορά κίνησης του κινητού δεν αλλάζει τότε η μετατόπισή του Δx συμπίπτει με το διάστημα που διανύει, συνεπώς: $\Delta x = s$
- Απόδειξη της σχέσης $u = u_0 \pm at$ (νόμος της ταχύτητας)**

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{u}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{u} = \vec{a} \cdot \Delta t \Rightarrow \vec{u}_{\text{τελ}} - \vec{u}_{\text{αρχ}} = \vec{a} \cdot (t_{\text{τελ}} - t_{\text{αρχ}}) \xrightarrow{t_{\text{αρχ}}=0 \rightarrow \vec{u}_{\text{αρχ}}=\vec{u}_0} \vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{a} \cdot t$$

- Απόδειξη της σχέσης $\Delta x = u_0 t \pm \frac{1}{2}at^2$ (νόμος της μετατόπισης)**

Η μετατόπιση ενός κινητού που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα u_0 και τελική u , μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδόν του τραpezίου ΑΒΓΔ στο διάγραμμα της ταχύτητας u με τον χρόνο t :



$$\Delta x = \text{Εμβαδόν}_{(ΑΒΓΔ)} = \frac{B + \beta}{2} \cdot u \Rightarrow$$

$$\Delta x = \frac{u_1 + u_0}{2} t_1 \xrightarrow{u_1 = u_0 \pm at_1}$$

$$\Delta x = \frac{u_0 \pm at_1 + u_0}{2} t_1 \Rightarrow$$

$$\Delta x = \frac{2u_0 \pm at_1}{2} t_1 \Rightarrow \Delta x = \frac{2u_0 t_1}{2} \pm \frac{at_1^2}{2} \Rightarrow \Delta x = u_0 t_1 \pm \frac{1}{2}at_1^2$$

- Από την (9) και (10) με απαλοιφή του χρόνου t , έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= u_0 t + \frac{1}{2}at^2 \\ (9) \Rightarrow t &= \frac{u - u_0}{a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = u_0 \left(\frac{u - u_0}{a} \right) + \frac{1}{2}a \left(\frac{u - u_0}{a} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x = \frac{u_0 u - u_0^2}{a} + \frac{1}{2} a \left(\frac{u^2 + u_0^2 - 2u u_0}{a^2} \right) \Rightarrow 2a \Delta x = 2u_0 u - 2u_0^2 + u^2 + u_0^2 - 2u u_0 \Rightarrow$$

$$2a \Delta x = u^2 - u_0^2 \Rightarrow u^2 = u_0^2 + 2ax \Rightarrow \boxed{u = \sqrt{u_0^2 + 2ax}} \quad (12)$$

Η παραπάνω σχέση, συνδέει το μέτρο της ταχύτητας u του κινητού, οποιαδήποτε χρονική στιγμή, με τη μετατόπισή του, στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

- Ο ολικός χρόνος κίνησης και το ολικό διάστημα που διανύει ένα κινητό, το οποίο εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, μέχρι να σταματήσει, υπολογίζεται αν στην σχέση (9) θέσουμε $u=0$, οπότε:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta x = u_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \\ 0 = u_0 - a t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta x = u_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \\ t = \frac{u_0}{a} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta x = u_0 \frac{u_0}{a} - \frac{1}{2} a \frac{u_0^2}{a^2} \\ t = \frac{u_0}{a} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Delta x = \frac{u_0^2}{a} - \frac{u_0^2}{2a} \Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{u_0^2}{2a}}$$

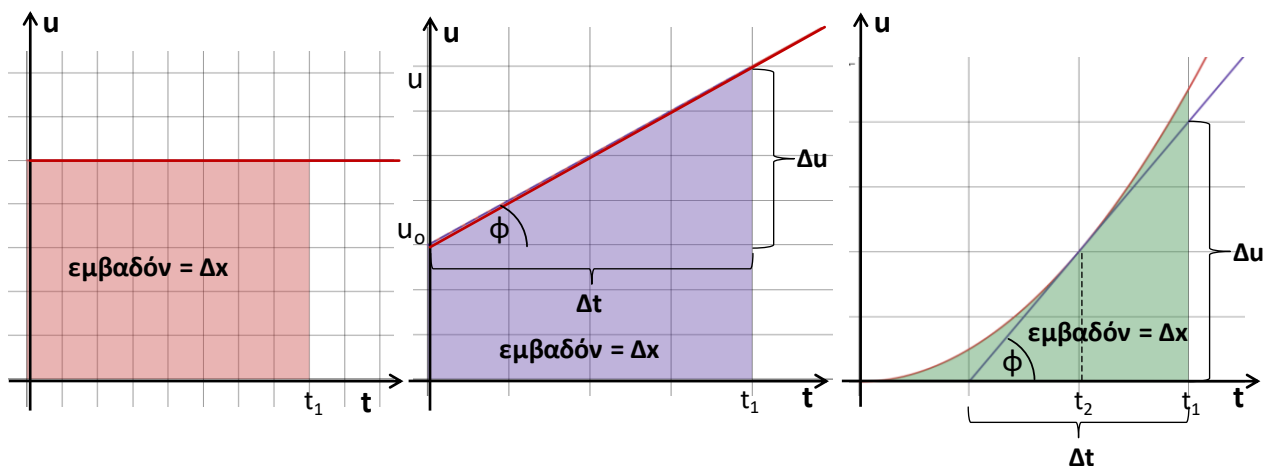
μετατόπιση μέχρι να

ακινητοποιηθεί το κινητό

(13)

«ΔΙΑΒΑΖΟΝΤΑΣ» ΕΝΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΕΝΟΣ ΦΥΣΙΚΟΥ ΜΕΓΕΘΟΥΣ ΣΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΕ ΤΟ ΧΡΟΝΟ

Διαγράμματα της μορφής $u - t$



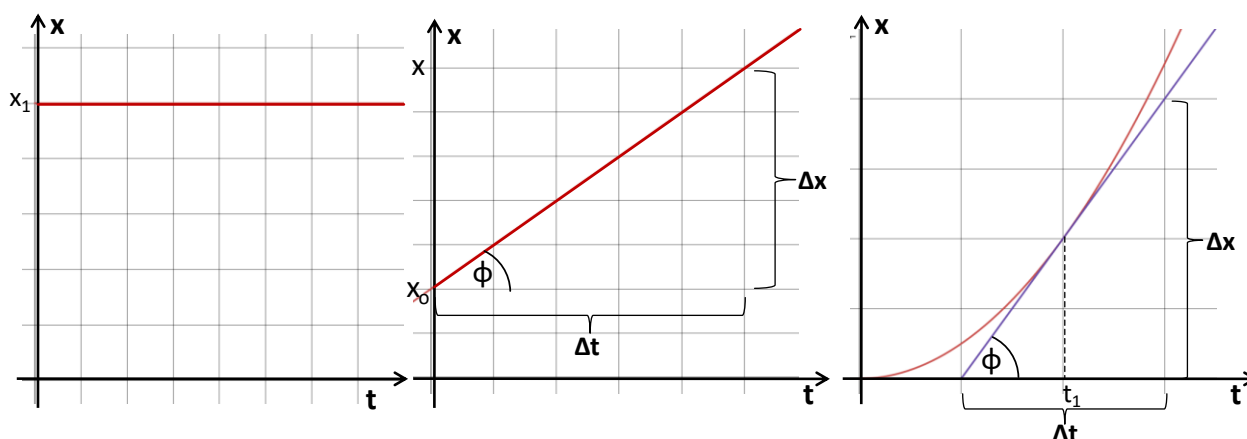
Από ένα διάγραμμα $u - t$ μπορούμε να εξάγουμε τις εξής πληροφορίες:

- A. Μπορούμε να συμπεράνουμε το είδος κίνησης που εκτελεί ένα κινητό.
- Αν το διάγραμμα της ταχύτητας είναι παράλληλο στον άξονα του χρόνου, τότε έχουμε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
 - Αν το διάγραμμα της ταχύτητας είναι ευθεία με κάποια κλίση προς τον άξονα του χρόνου τότε η κίνηση είναι ομαλά μεταβαλλόμενη.
 - Αν το διάγραμμα της ταχύτητας είναι καμπύλη τότε η κίνηση είναι γενικά μεταβαλλόμενη, όχι ομαλά.

- Β. Μπορούμε να γνωρίζουμε κάθε χρονική στιγμή την τιμή της ταχύτητας του κινητού.
- Γ. Το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τον άξονα των t την γραφική παράσταση της ταχύτητας και μια κάθετη στον άξονα των t σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή t_1 ισούται αλγεβρικά με τη μετατόπιση του κινητού μέχρι αυτή τη χρονική στιγμή.
- Δ. Η στιγμιαία επιτάχυνση (επιβράδυνση) κάθε χρονική στιγμή του κινητού μπορεί εύκολα να υπολογιστεί από την κλίση (εφαπτομένη) της γραφικής παράστασης της ταχύτητας τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή π.χ. t_2 .

$$a_{στ} = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \epsilon \phi \phi$$

Διαγράμματα της μορφής $x - t$

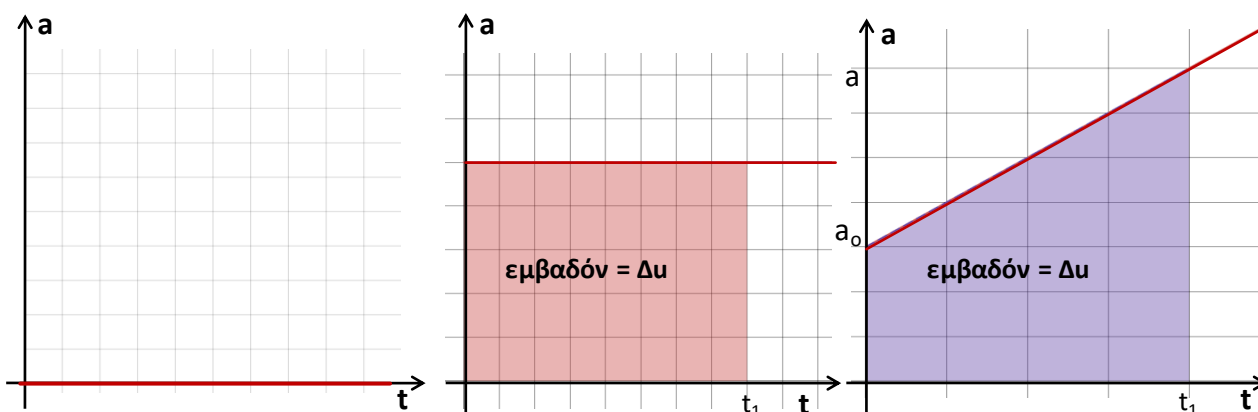


Από ένα διάγραμμα $x - t$ μπορούμε να εξάγουμε τις εξής πληροφορίες:

- Α. Μπορούμε να συμπεράνουμε το είδος της κίνησης που εκτελεί ένα κινητό.
- Αν η γραφική παράσταση είναι ευθεία παράλληλη στον άξονα των t , τότε το κινητό είναι ακίνητο.
 - Αν η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή, με κλίση στον άξονα των t , τότε η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.
 - Αν η γραφική παράσταση είναι παραβολή, τότε η κίνηση είναι ομαλά μεταβαλλόμενη.
- Β. Μπορούμε να γνωρίζουμε, κάθε χρονική στιγμή, τη θέση του κινητού.
- Γ. Τέλος η κλίση της γραφικής παράστασης σε κάποια χρονική στιγμή t_1 μας δίνει την στιγμιαία ταχύτητα του κινητού.

$$u_{στ} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \epsilon \phi \phi$$

Διαγράμματα της μορφής $a - t$



Από ένα διάγραμμα της μορφής $a - t$ μπορούμε να εξαγάγουμε τις εξής πληροφορίες:

- A. Μπορούμε να συμπεράνουμε το είδος της κίνησης που εκτελεί ένα κινητό.
- i) Αν η γραφική παράσταση συμπίπτει με τον άξονα των t , τότε $a=0$ και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή ή το κινητό είναι ακίνητο.
 - ii) Αν η γραφική παράσταση είναι ευθεία παράλληλη στον άξονα των t , τότε η κίνηση είναι ομαλά μεταβαλλόμενη.
 - iii) Αν η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή, με κλίση στον άξονα των t , τότε η κίνηση είναι **μη** ομαλά μεταβαλλόμενη.
- B. Μπορούμε να γνωρίζουμε, κάθε χρονική στιγμή, την επιτάχυνση (επιβράδυνση) του κινητού.
- Γ. Το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τον άξονα των t την γραφική παράσταση της επιτάχυνσης και μια κάθετη στον άξονα των t σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή ισούται αλγεβρικά με την μεταβολή Δu της ταχύτητας του κινητού τη χρονική στιγμή αυτή.