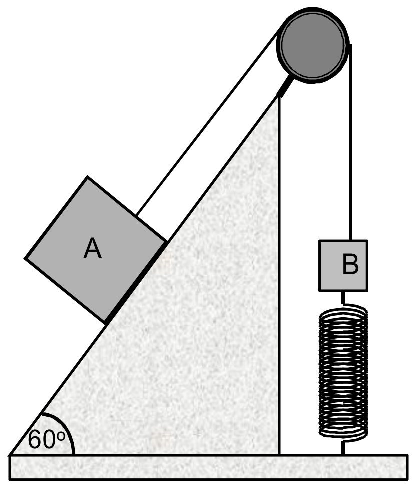
1. Ένα αβαρές ελατήριο κρέμεται από την οροφή του εργαστηρίου φυσικής και στην άκρη του προσδένεται ένα σώμα μικρών διαστάσεων μάζας m_1. Το σώμα κρατιέται αρχικά σε κατάσταση ηρεμίας σε μια τέτοια θέση ώστε το ελατήριο να έχει το φυσικό του μήκος. Στη συνέχεια, αφήνεται ελεύθερο από τη θέση αυτή και εκτελεί Α.Α.Τ. Το χαμηλότερο σημείο της ταλάντωσης είναι 0,2m κάτω από την θέση που αφέθηκε το σώμα.
Α. Ποια είναι η συχνότητα της ταλάντωσης;
Β. Ποιο το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν αυτό βρίσκεται 0,16m κάτω από την αρχική του θέση;
Γ. Ένα σώμα μάζας m_2=0,6Kg προσδένεται στο πρώτο σώμα, και το σύστημα από τη στιγμή αυτή εκτελεί ταλάντωση με συχνότητα ίση με το μισό της αρχικής συχνότητας. Πόση η μάζα m1 του πρώτου σώματος; Δίνεται g=10m/s^2.

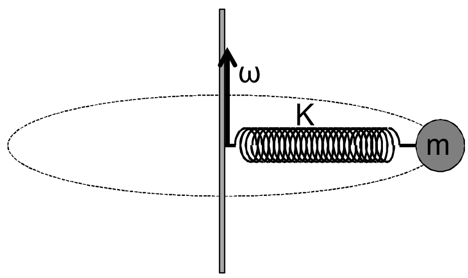
[Α. 5/π Hz, Β. 0,8m/s, Γ. 0,2Kg]

2. Δύο κιβώτια είναι κρεμασμένα στα δύο άκρα αβαρούς σχοινιού το οποίο περνά από αβαρή τροχαλία όπως φαίνεται στο σχήμα. Η τριβή μεταξύ του σχοινιού και της τροχαλίας είναι αμελητέα. Το κιβώτιο Α έχει μάζα 10Kg και βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης 60^o. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κεκλιμένου και του κιβωτίου Α είναι 0,5. Το κιβώτιο Β έχει μάζα 1Kg και είναι προσκολλημένο σε κατακόρυφο ελατήριο με σταθερά 200N/m. Τα κιβώτια κρατούνται αρχικά ακίνητα με το σχοινί τεντωμένο και το ελατήριο στο φυσικό του μήκος. Αν το σύστημα αφεθεί ελεύθερο από τη θέση αυτή, να βρείτε το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει το κιβώτιο Β. Δίνεται g=10m/s^2, ημ60^o=$\frac{\sqrt{3}}{2}$, συν60^o=1/2, $\sqrt{3}=1,7$.



[0,5]

3. Ένα βαρίδι με μάζα m προσαρμόζεται σε ελατήριο με φυσικό μήκος L_o και σταθερά Κ. Το σύστημα περιστρέφεται και διαγράφει οριζόντιο κύκλο με γωνιακή ταχύτητα ω, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Μελετήστε τη δυναμική του συστήματος για να προσδιορίσετε το μήκος L του ελατηρίου για συγκεκριμένη τιμή της ω. Ερμηνεύστε το μαθηματικό αποτέλεσμα, περιγράφοντας τα φυσικά αποτελέσματα που προκύπτουν. Προσδιορίστε, απλώς, πώς οι τιμές του L εξαρτώνται από σταθερές τιμές του ω.



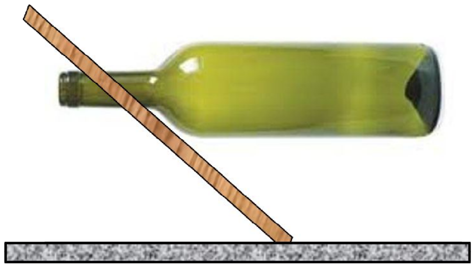
[$L = L_o\left(1-\frac{m\omega^2}{K}\right)^{-1}$]

4. Δύο ομογενείς ελαστικές πρισματικές ράβδοι με αμελητέο πλάτος, η ΟΑ και η ΟΒ, έχουν τις ίδιες ακριβώς διαστάσεις και μάζες αντίστοιχα $M_{OA}=M_1$=1kg και $M_{OB}=M_2$=3kg. Το μήκος κάθε ράβδου είναι L=1,2m και οι δύο ράβδοι μπορούν (λόγω του αμελητέου πλάτους τους) να στρέφονται χωρίς τριβές στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το κοινό τους άκρο Ο και είναι κάθετος στη διεύθυνσή τους. Κρατάμε αρχικά τις ράβδους στην οριζόντια διεύθυνση (1) και τις αφήνουμε ελεύθερες ταυτόχρονα χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε κάποια στιγμή οι ράβδοι συγκρούονται ελαστικά.
α. Να αποδείξετε ότι οι δύο ράβδοι φτάνουν ταυτόχρονα στην κατακόρυφη διεύθυνση, όπου και συγκρούονται.
β. Θεωρώντας ότι η κρούση των δύο ράβδων αρχίζει και τελειώνει στην κατακόρυφη διεύθυνση (δηλ. δε στρέφονται όσο διαρκεί η κρούση τους), να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιακών τους ταχυτήτων αμέσως μετά την κρούση.

γ. Ποια είναι η μέση (κατά μέτρο) ροπή που δέχθηκε η ράβδος ΟΑ κατά την κρούση, αν η χρονική διάρκεια της κρούσης αυτής είναι Δt=0,05s.
δ. Να εξετάσετε αν, μετά την κρούση, η ράβδος ΟΑ θα πραγματοποιήσει, ανακύκλωση.
Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2 και η ροπή αδράνειας ομογενούς πρισματικής ράβδου μάζας M και μήκους L, ως προς άξονα κάθετο στη διεύθυνσή της και διερχόμενο από το ένα άκρο της I=1/3ML^2.

[β. ω_1=10rad/s, ω_2=0, γ. 144Nm, δ. Ναι]

5. Η ξύλινη ράβδος έχει μήκος 2L, μάζα m και το κέντρο μάζας της είναι σε απόσταση L από το σημείο επαφής της με το έδαφος. Το κέντρο της οπής μέσα από την οποία περνά ο λαιμός της φιάλης βρίσκεται σε απόσταση d πάνω από το κέντρο μάζας της ράβδου και σε απόσταση c από το κέντρο μάζας της φιάλης. Ποια σχέση πρέπει να ικανοποιούν τα μεγέθη M, m, L, d, και c ώστε να είναι δυνατή η ισορροπία της φιάλης σε οριζόντια θέση; Αν m=130g, M=1280g, L=7,5cm, d=6,5cm, c=12cm, να υπολογίσετε τη γωνία θ μεταξύ της ράβδου και του τραπεζιού.

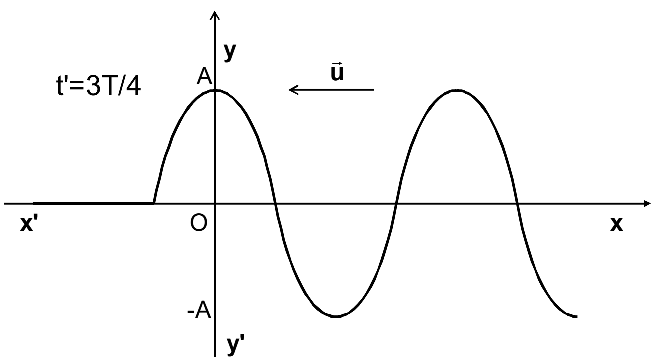


[$\sigma\upsilon\nu\theta = \dfrac{Mc}{(m+M)L+Md}$]

6. Ένα σωματίδιο μάζας m και αρχικής ταχύτητας u_o συγκρούεται έκκεντρα με ένα άλλο σωματίδιο μάζας 2m που αρχικά ηρεμεί. Αποτέλεσμα αυτής της κρούσης, είναι να κινηθεί το προσπίπτον σωματίδιο με ταχύτητα $\frac{\sqrt{5}}{3}u_o$ υπό γωνία θ_1 σε σχέση με την αρχική του κατεύθυνση για την οποία ισχύει εφθ_1=2.
i. Σχεδιάστε τα σωματίδια αμέσως μετά την κρούση, σημειώνοντας καθαρά την ταχύτητα u_2 και την κατεύθυνση θ_2 του βαρύτερου σωματιδίου-στόχου μετά την κρούση.
ii. Ποια είναι η τιμή της γωνίας θ_2;
iii. Ποια είναι η τιμή της ταχύτητας του βαρύτερου σωματιδίου u_2;
iv. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι η κρούση ήταν ελαστική;

[ii. 45°, iii. $\frac{\sqrt{2}}{3}u_o$, iv. Ναι]

7. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή t'=3$T/4$ (T η περίοδος) αρμονικού κύματος πλάτους A, μήκους κύματος λ και περιόδου T, που διαδίδεται στην αντίθετη κατεύθυνση από αυτήν του ημιάξονα Ox.
α. Προσδιορίστε το σημείο Κ της ευθείας x'x που αρχίζει να ταλαντεύεται τη χρονική στιγμή t=0.
β. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης με το χρόνο του σημείου 0, $y_{(0)}$=f(t), και να την παραστήσετε γραφικά.

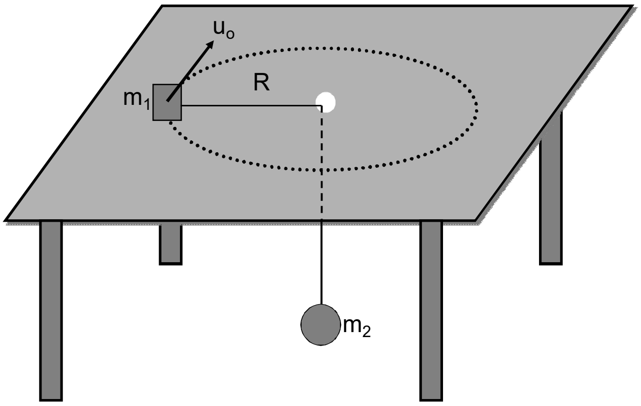


γ. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος και να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση του σημείου Μ με x_M=-3λ/4.
δ. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t''=5$T/4$.

[α. λ/2, β. $y_0 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \pi\right)$, t≥T/2, γ. $y_M = A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{5\pi}{2}\right)$, t≥5T/4]

8. Δύο σφαιρίδια με ίσες μάζες $m_1=m_2=m$ είναι δεμένα στα άκρα νήματος αμελητέας μάζας το οποίο περνά μέσα από οπή σε λείο οριζόντιο τραπέζι όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το m_1 απέχει απόσταση R από την οπή και του δίνουμε ταχύτητα $u_o=\sqrt{2gR}$ κάθετη στην R. Να βρείτε το μέγιστο ύψος στο οποίο θα ανέλθει το m_2 ως συνάρτηση της R. Αντιστάσεις αέρα και τριβές θεωρούνται αμελητέες.

[$\frac{R\left(\sqrt{5}-1\right)}{2}$]

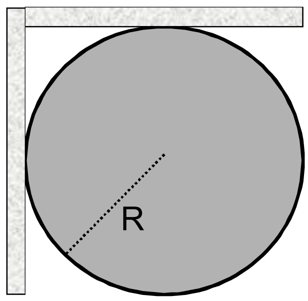


9. Ένα γιογιό είναι κατασκευασμένο από δύο ομογενείς ορειχάλκινους δίσκους με πάχος d και ακτίνα R. Οι δίσκοι συνδέονται στα κέντρα τους με ένα κοντό κύλινδρο ακτίνας R_o. Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας δίσκου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι $I_{cm}=1/2MR^2$ και η πυκνότητα του ορειχάλκου ρ.
α. Ποια η ροπή αδράνειας του γιογιό ως προς άξονα που περνά από τα κέντρα των δίσκων σε σχέση με τα R, d, ρ; Θεωρείστε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου αμελητέα.
β. Ένα πολύ λεπτό νήμα είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο. Το γιογιό αφήνεται από την ηρεμία, όπως φαίνεται στο σχήμα, και κατεβαίνει προς το έδαφος. Ποια θα είναι η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του γιογιό αν ο λόγος $R/R_o=3$. Δίνεται η επιτάχυνση λόγω της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

[α. $I=\rho\pi R^4 d$, β. $20/11\ m/s^2$]

10. Ομογενής μεταλλική πλάκα αμελητέου πάχους μάζας $2m$ έχει μήκος $4R$, κάμπτεται στη μέση σχηματίζοντας ορθή γωνία και τοποθετείται σε κύλινδρο στερεωμένο κατά τρόπο ώστε η κίνησή του να είναι αδύνατη και με τον άξονά του οριζόντιο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο κύλινδρος έχει ακτίνα R και το πάνω μέρος τις μεταλλικής πλάκας είναι οριζόντιο. Να υπολογίσετε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής μ_{op} μεταξύ τις πλάκας και του κυλίνδρου, έτσι ώστε η πλάκα να παραμένει σε ισορροπία.

[$\sqrt{2}-1$]

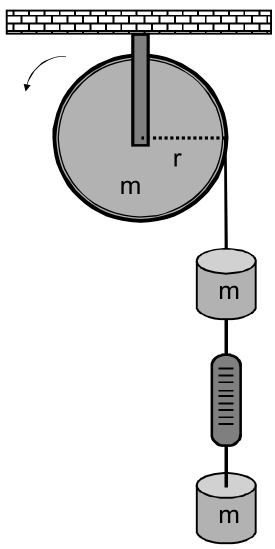


11. Δύο σημειακές πηγές Α και Β εκπέμπουν διαμήκη αρμονικά μηχανικά κύματα στο ίδιο μέσον με την ίδια συχνότητα. Η πηγή Β προηγείται φασικά της πηγής Α κατά π rad. Η πηγή Α απέχει τρία μήκη κύματος από ένα σημείο Ρ του μέσου και η πηγή Β απέχει πέντε μήκη κύματος από το σημείο Ρ. Ποια η διαφορά φάσης μεταξύ των κυμάτων που φθάνουν στο σημείο Ρ από τις πηγές Α και Β; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

[3π]

12. Η τροχαλία με μάζα m ακτίνα r και ροπή αδράνειας $I=1/2mr^2$ του διπλανού σχήματος, περιστρέφεται αριστερόστροφα με τη βοήθεια ενός κινητήρα. Η ένδειξη του δυναμόμετρου είναι $F=\frac{6mg}{5}$. Το σχοινί και το δυναμόμετρο έχουν αμελητέα μάζα. Επίσης, το σχοινί δεν ολισθαίνει πάνω στην τροχαλία και είναι μη εκτατό. Υπολογίστε τη ροπή που δέχεται η τροχαλία από τον κινητήρα ως συνάρτηση των m,g,r.

[$\frac{5mgr}{2}$]



13. Ομογενής ράβδος ΑΒ μάζας M και μήκος $2R$ είναι κατακόρυφη και ακίνητη σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε απόσταση $R/6$ από το άκρο Α της ράβδου προσπίπτει σφαιρίδιο με μάζα m και ταχύτητα u κάθετη στη ράβδο. Το σφαιρίδιο μετά την κρούση κινείται αντίθετα με ταχύτητα $u/2$. Αν $M=6m$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της είναι: $I_{cm}=1/12ML^2$, όπου L το μήκος της ράβδου, να βρείτε τη μετατόπιση του κέντρου μάζας της ράβδου μέχρι τη στιγμή που αυτή θα έχει εκτελέσει 15 πλήρεις περιστροφές. Δίνεται R=1/12m.

[π m]

14. Μια γυναίκα κάθεται σε κάθισμα που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονά του. Η γυναίκα κρατά στα χέρια της έναν οριζόντιο περιστρεφόμενο χωρίς τριβές τροχό ποδηλάτου του οποίου η στροφορμή κατά τον κατακόρυφο άξονά του είναι L_o. Το κάθισμα στην κατάσταση αυτή είναι ακίνητο. Κάποια στιγμή η γυναίκα περιστρέφει τον τροχό γύρω από οριζόντιο άξονα κατά 180^o, ώστε η πάνω επιφάνεια του τροχού να έρθει από κάτω. Μετά από αυτό το σύστημα γυναίκα – κάθισμα θα έχει αποκτήσει στροφορμή με μέτρο:

Α) $2L_o$ Β) 0 Γ) $L_o/2$ Δ) L_o Ε) $4L_o$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

15. Άνθρωπος βρίσκεται μέσα σε ένα θάλαμο ο οποίος με τη βοήθεια συστήματος ελατηρίων εκτελεί κατακόρυφη ΑΑΤ, χωρίς αρχική φάση και θετική φορά κίνησης από κάτω προς τα πάνω. Μέσω κάποιου αισθητήρα δύναμης διασυνδεδεμένου με ηλεκτρονικό υπολογιστή είναι γνωστή η δύναμη **N** που δέχεται ο άνθρωπος από το δάπεδο του θαλάμου πρακτικά σε κάθε χρονική στιγμή (γιατί ο αισθητήρας λαμβάνει μετρήσεις με πολύ μεγάλη συχνότητα). Η μέγιστη τιμή της **N** είναι 1260N και η ελάχιστη 140N. Ο ελάχιστος χρόνος που περνά από τη στιγμή της καταγραφής της ελάχιστης ένδειξης ως την καταγραφή της μέγιστης ένδειξης είναι 1s. Να βρεθούν

α) Το βάρος του ανθρώπου

β) Η μέγιστη ταχύτητα του ανθρώπου

γ) Η τιμή της **N** ως συνάρτηση του χρόνου και να γίνει το αντίστοιχο γράφημα.

Δίνονται $g=10m/s^2$ και $π^2=10$.

[α) 700N, β) 0,8π m/s, γ) N=700-560ημπt (S.I.)]

16. Στο ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθερά K=400N/m στερεώνεται σώμα μάζας m=1kg,το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο. Το σώμα είναι επίσης δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου νήματος, το οποίο βρίσκεται στην προέκταση του άξονα του ελατηρίου. Το σώμα ισορροπεί στην θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου. Στο άλλο άκρο του νήματος ασκείται δύναμη F=50+300x όπου x η απόσταση του σώματος από τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου. Όταν η ταχύτητα του σώματος γίνεται μέγιστη το νήμα σπάει και το σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Να υπολογιστούν:

Α. Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος μετά το κόψιμο του νήματος.

Β. Να βρεθεί ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος μετά το κόψιμο του νήματος. Δίνεται η σχέση ημ2x=2συνx·ημx

[Α. $\sqrt{5}$/4m, Β. 1250J/s]

17. Ομογενής μεταλλική ράβδος μήκους L κατασκευάζεται με πήξη μετάλλου σε καλούπι. Κατά την κανονική διαδικασία η ράβδος που παράγεται έχει μάζα M. Στη συγκεκριμένη περίπτωση όμως μια φυσαλίδα αέρα (αμελητέων διαστάσεων σε σχέση με τις διαστάσεις της ράβδου) εγκλωβίστηκε κατά την πήξη του μετάλλου στο καλούπι μέσα στον όγκο της ράβδου, χωρίς να γνωρίζουμε την απόστασή της x από την άκρη Ο της ράβδου. Έτσι, η ράβδος που παράχθηκε έχει μάζα μειωμένη κατά m, σε σχέση με την κανονική. Για να εντοπιστεί η θέση της φυσαλίδας, η ράβδος στερεώνεται στην άκρη της Ο και τοποθετείται σε οριζόντια θέση (Α). Στη συνέχεια αφήνεται να κινηθεί στο κατακόρυφο επίπεδο. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το Ο αν δεν είχε τη φυσαλίδα θα ήταν $I=1/3ML^2$.

Α. Βρείτε τη γωνιακή ταχύτητα *ω* περιστροφής της ράβδου μόλις φτάσει στην κατώτερη θέση της (Β) σε συνάρτηση με τις ποσότητες *M*, *m*, *L*, *x* και *g* (όπου *g* η επιτάχυνση της βαρύτητας).
Θεωρήστε ότι, τη στιγμή που βρίσκεται στη θέση (Β), το άλλο άκρο της ράβδου συγκρούεται ελαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα m_1. Η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται για διάφορες τιμές της μάζας m_1, ώσπου να επιτευχθεί η ακινητοποίηση της ράβδου αμέσως μετά την κρούση. Υπολογίστε:
Β. Την ταχύτητα *υ* με την οποία θα κινηθεί η μάζα m_1 μετά την ελαστική της κρούση με τη ράβδο.
Γ. Τη θέση *x* της φυσαλίδας αέρα σε σχέση με τις ποσότητες *M*, *m*, m_1 και *L*.
Δ. Βρείτε μία έκφραση της μάζας m_1 σε σχέση με τη θέση *x* της ατέλειας και υπολογίστε τις ακραίες τιμές της m_1 που πρέπει να είναι διαθέσιμες κατά τη διαδικασία προσδιορισμού της άγνωστης θέσης *x*.

[Α. $\omega=\sqrt{\dfrac{MgL-2mgx}{\frac{1}{3}ML^2-mx^2}}$, Β. $u=L\sqrt{\dfrac{MgL-2mgx}{\frac{1}{3}ML^2-mx^2}}$, Γ. $x=L\sqrt{\dfrac{\frac{M}{3}-m_1}{m}}$, Δ. $m_1=\dfrac{M}{3}-m$]

18. Δύο σύγχρονες πηγές O_1 και O_2 απέχουν μεταξύ τους 1m και δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού εγκάρσια κύματα τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα u=5m/s. Οι δύο πηγές των κυμάτων την χρονική στιγμή t=0 αρχίζουν να εκτελούν κατακόρυφες ταλαντώσεις με εξισώσεις $\psi_1=\psi_2=0{,}3\eta\mu 50\pi t$ (S.I.). Δύο σημεία Α και Β βρίσκονται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα O_1O_2 και απέχουν 0,45m και 0,65m από την πηγή O_1 αντίστοιχα. Να βρεθούν:
Α. Οι εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας ταλάντωσης σε συνάρτηση με τον χρόνο για τα σημεία Α και Β.
Β. Πόσο απέχουν τα σημεία μεταξύ τους τις χρονικές στιγμές
i) t_1=0,08s ii) t_2=0,1s iii) t_3=0,2s.
Γ. Πόσα σημεία στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος μετά την έναρξη της συμβολής και στα δύο σημεία;

[Β. $\sqrt{0{,}13}$ m, $\sqrt{0{,}4}$ m, 0,2m, Γ. 2]

19. Κατά μήκος οριζόντιου ελαστικού μέσου και κατά την διεύθυνση του άξονα Οx δημιουργείται στάσιμο κύμα. Στη θέση x=0 εμφανίζεται κοιλία. Το σημείο Α είναι το αμέσως επόμενο σημείο μετά το Ο που έχει την ίδια μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης κατά μέτρο με το σημείο Ο. Η στιγμιαία απόσταση των σημείων Ο και Α καθορίζεται από την σχέση $0{,}08m \le D \le 0{,}1m$. Η ελάχιστη χρονική διάρκεια που χρειάζονται τα σημεία Ο και Α για να βρεθούν από την μέγιστη στην ελάχιστη απόστασή τους είναι 1/40 s. Να βρεθούν:
Α. Η εξίσωση του στάσιμου κύματος αν την στιγμή t=0 σημείο x=0 v>0.
Β. Να βρεθεί σε ποια θέση βρίσκεται ο $1000^{ος}$ δεσμός.
Γ. Να βρεθεί η διαφορά φάσης για δύο σημεία που βρίσκονται στις θέσεις x_B=10cm και $x_Γ$=14cm.
Δ. Να βρεθεί η εξίσωση της στιγμιαίας απόστασης μεταξύ των σημείων $x_Δ$=12cm και x_E=16cm.

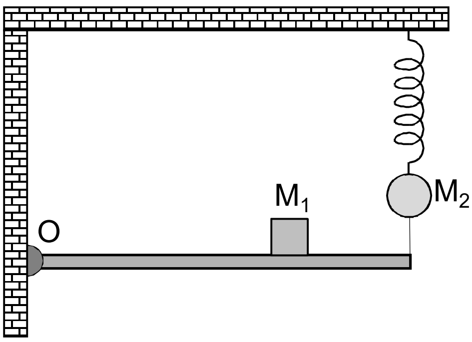
[Α. ψ=0,03συν12,5x·ημ20πt, Β. 79,96m, Γ. π, Δ. $\sqrt{0{,}04^2+0{,}03^2\eta\mu^2 20t}$]

20. Ράβδος ΑΓ μάζας M=1Kg και μήκους L=0,6m μπορεί να περιστρέφεται γύρω από το ένα της άκρο Α γύρω από οριζόντιο άξονα χωρίς τριβές. Την στιγμή t=0 και ενώ η ράβδος ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση αποκτά αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_o=10rad/s και ταυτόχρονα εφαρμόζεται πάνω της μεταβλητή δύναμη F συνεχώς κάθετη στη ράβδο στο άκρο της Γ και με εξίσωση F=5ημφ (S.I.) όπου φ η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με την αρχική κατακόρυφη θέση της ράβδου. Η δύναμη F καταργείται μόλις μηδενιστεί το μέτρο της για πρώτη φορά μετά την εφαρμογής της. Να βρεθούν:
Α. Ο χρόνος που ασκήθηκε η δύναμη F

Β. Η γραφική παράσταση του μέτρου της ροπής της δύναμης F σε συνάρτηση της γωνίας και μέχρι το μηδενισμό αυτής. Τι εκφράζει το περικλειόμενο εμβαδόν μεταξύ της καμπύλης και του άξονα των γωνιών; Μπορεί να υπολογιστεί το εμβαδόν; Αν ναι πόσο είναι αυτό το εμβαδόν;
Γ. Η μέγιστη ισχύς της δύναμης
Δ. Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου. Για την ράβδο $I_{cm}=1/12ML^2$.

[Α. π/10s, Β. 6J, Γ. 30J/s, Δ. $10\sqrt{2}$ rad/s]

21. Στο παρακάτω σχήμα η ράβδος έχει μάζα M=3Kg και μήκος L=1,2m και ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια κατακόρυφου νήματος. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται κατακόρυφα χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που βρίσκεται στο άκρο της Ο. Ο άξονας περιστροφής απέχει από το έδαφος ύψος H=1,2m. Πάνω στην ράβδο και σε απόσταση L'=1m από το σημείο Ο χωρίς να είναι κολλημένο ισορροπεί σώμα μάζας M_1.Το σώμα μάζας M_2 ισορροπεί με τη βοήθεια του νήματος και κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα. Αν οι μέγιστες κινητικές ενέργειες (όποια στιγμή και αν αποκτηθούν αυτές) της ράβδου, του σώματος M_1 και του σώματος M_2 είναι μεταξύ τους ίσες να βρεθούν:



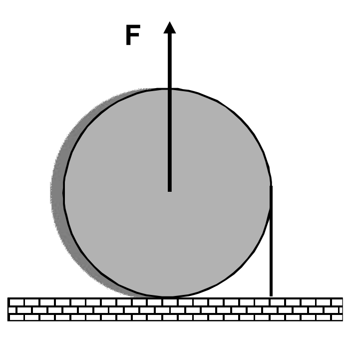
Α. Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου
Β. Την τάση του νήματος πριν αυτό κοπεί
Γ. Το πλάτος ταλάντωσης του σώματος M_2. Για την ράβδο $I_o=1/3ML^2$.

[Α. 5rad/s, Β. 27,5N, Γ. 72/55m]

22. Πάνω σε ένα οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή μέγιστης στατικής τριβής $\mu_{max}=0,5$ ισορροπεί κύλινδρος μάζας M=4kg και ακτίνας R=0,1m στην θέση x=0. Στο κέντρο του κυλίνδρου αρχίζει να εφαρμόζεται μεταβλητή οριζόντια δύναμη F=20+θ (S.I) όπου θ η γωνιακή μετατόπιση του κυλίνδρου. Αρχικά ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Μέχρι τη στιγμή που ο κύλινδρος είναι έτοιμος να ολισθήσει να βρεθούν:
Α. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου
Β. Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου σε συνάρτηση με την μετατόπιση του κέντρου μάζας.
Γ. Ποιος ο συνολικός ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου τη στιγμή που είναι έτοιμος να ολισθήσει;
Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου γύρω από το κέντρο μάζας του είναι $Icm=0,5MR^2$.

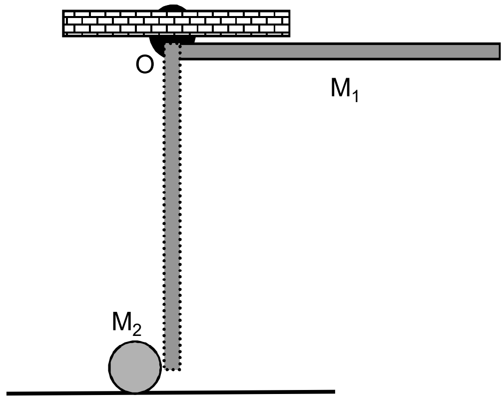
[Α. $4\sqrt{\frac{10}{3}}m/s$, Γ. $240\sqrt{\frac{10}{3}}J/s$]

23. Γύρω από ομογενή κύλινδρο μάζας M=10Kg έχουμε τυλίξει αβαρές νήμα μεγάλου μήκους. Ο κύλινδρος ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο με το ένα άκρο του νήματος δεμένο στο έδαφος και το νήμα κατακόρυφο. Ασκούμε στο κέντρο του νήματος κατακόρυφη μεταβλητή δύναμη της μορφής F=150-10h (S.I.) όπου h η κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου. Το αποτέλεσμα της παραπάνω δύναμης είναι ο κύλινδρος να αρχίζει να ανέρχεται κατακόρυφα και το νήμα να ξετυλίγεται. Να βρεθούν:
Α. Η μέγιστη ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου
Β. Η μέγιστη ανύψωση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου
Για τον κύλινδρο $I_{cm}=0,5MR^2$.



[Α. $\frac{10}{\sqrt{6}}m/s$, Β. ≈9,6m]

24. Στο παρακάτω σχήμα η ράβδος έχει μάζα M_1=3kg και μήκος L=1,2m αφήνεται από οριζόντια θέση και συγκρούεται αφού διαγράψει γωνία 90° με ακίνητη σφαίρα μάζας M_2=5Kg και ακτίνας R=0,1m. Το καρφί όπου είναι στερεωμένο το ένα άκρο της ράβδου απέχει απόσταση H=1,3m από το οριζόντιο έδαφος όπου ισορροπεί η σφαίρα. Μετά την κρούση της ράβδου με την σφαίρα η ράβδος σταματάει. Η σφαίρα αρχικά αρχίζει να ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο επίπεδο μέχρι να αρχίσει η κύλιση χωρίς ολίσθηση. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σφαίρας και δαπέδου είναι μ=0,2. Να βρεθούν:



Α. Ο χρόνος που θα χρειασθεί μέχρι η σφαίρα να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Ποια η τελική ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας;
Β. Η τελική κινητική ενέργεια της σφαίρας.
Γ. Η απώλεια ενέργειας στην διάρκεια του παραπάνω φαινόμενου.
Η ροπή αδράνειας της σφαίρας δίνεται από την σχέση $I_2=0{,}4M_2R^2$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου γύρω από τον άξονα περιστροφής της $I_1=1/3M_1L^2$.
Η σφαίρα να θεωρηθεί σημειακή την στιγμή της κρούσης.

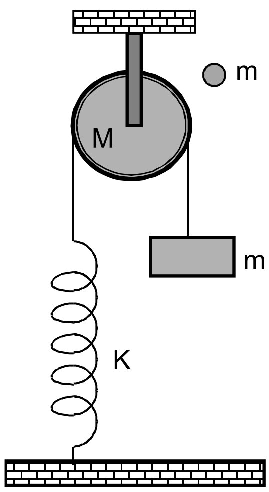
[Α. t=6/35s, $υ_{CM}$=6/7m/s, Β. 18/7J, Γ. 108/7J]

25. Πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ=30° και με την βοήθεια ελατηρίου σταθεράς K=700N/m μπορεί να ισορροπεί σφαίρα μάζας M=5Kg. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο ενώ το κάτω άκρο είναι στερεωμένο σε άξονα που περνάει από το κέντρο της σφαίρας και είναι συνεχώς παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο. Ανεβάζουμε την σφαίρα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο έτσι ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και αφήνουμε ελεύθερη την σφαίρα. Η σφαίρα σε όλη την διάρκεια της κίνησή της κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
Α. Να αποδειχθεί ότι το κέντρο μάζας της σφαίρας θα εκτελέσει Α.Α.Τ. και να υπολογιστεί η περίοδός του.
Β. Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας.
Γ. Να βρεθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια της σφαίρας.
Δίνεται για την σφαίρα το $I_{cm}=0{,}4MR^2$.

[Β. 5/14m/s, Β. 175/392J]

26. Τροχαλία μάζας M=4Kg και ακτίνας R=0,5m ισορροπεί όπως στο παρακάτω σχήμα την βοήθεια ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K=100N/m που συνδέεται με μη εκτατό σχοινί με σώμα μάζας m=1Kg. Από ύψος H=0,8m πάνω στην ίδια κατακόρυφο με το σώμα m αφήνουμε δεύτερο σώμα επίσης μάζας m που συγκρούεται πλαστικά με το σώμα m. Να βρεθούν:
Α. Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου
Β. Η μέγιστη ταχύτητα του συστήματος 2m κατά την κάθοδό του.
Το $I_{CM}=0{,}5MR^2$.

[Α. 0,42m, Β. $\frac{\sqrt{5}}{2}m/s$]



27. Ένας συμπαγής και ομογενής κύλινδρος ακτίνας R=0,3m και μάζας m=4kgr ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Πάνω στην κατακόρυφη διάμετρο ΑΒ και σε απόσταση ψ από το κατώτερο σημείο Β εφαρμόζουμε την στιγμή t=0 μεταβλητή οριζόντια δύναμη F=20+8x (S.I) όπου x η οριζόντια μετατόπιση του κυλίνδρου από το σημείο x=0 όπου βρίσκεται την χρονική στιγμή t=0. Ο κύλινδρος αρχίζει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει. Να βρεθούν:
Α. Η κατακόρυφη απόσταση ψ
Β. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου στη θέση x=10m

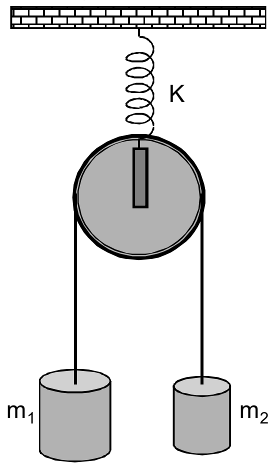
Γ. Την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι u_{cm}=20m/s.
Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου γύρω από το κέντρο μάζας του είναι $I_{cm}=0,5MR^2$.

[Α. 0,45m, Β. $10\sqrt{3}$ m/s, Γ. 28,72m/s^2]

28. Κύλινδρος μάζας m=2Kg αρχίζει να ανέρχεται κυλιόμενος χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $φ=30^o$ με την βοήθεια μεταβλητής δύναμης της μορφής F=20-10x (S.I.) όπου x η μετατόπιση του κέντρου μάζας πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη ασκείται στο κέντρο του κυλίνδρου στην θέση x=0 την στιγμή t=0 και είναι παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη παύει να ασκείται στον κύλινδρο μετά τον μηδενισμό της. Να βρεθούν:
Α. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου την στιγμή που η δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από το κεκλιμένο επίπεδο είναι κάθετη προς το κεκλιμένο επίπεδο. Είναι κάποια ειδική ταχύτητα η ταχύτητα του κέντρου μάζας εκείνη την στιγμή;
Β. Να αποδειχθεί ότι τη στιγμή που μηδενίζεται η δύναμη ο κύλινδρος φτάνει στο μέγιστο ύψος από την αρχική του θέση και να βρεθεί το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το κέντρο μάζας του κυλίνδρου σε σχέση με την αρχική θέση του.
Γ. Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν αυτός επιστρέψει στην θέση όπου βρισκόταν την στιγμή t=0.
Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου είναι $I_{CM}=0,5MR^2$.

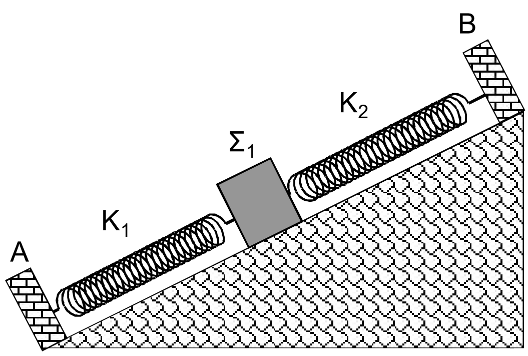
[Α. $\sqrt{\frac{10}{3}}m/s$, Γ. $\sqrt{\frac{40}{3}}m/s$]

29. Ομογενής τροχαλία έχει μάζα M=8kg και ακτίνα R=0,5m μπορεί να ισορροπεί με τη βοήθεια κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς K=1360N/m που είναι δεμένο στο κέντρο της τροχαλίας με το ένα άκρο του και το άλλο άκρο του είναι ακλόνητα συνδεδεμένο σε οροφή όπως στο παρακάτω σχήμα. Δύο σώματα με μάζες m_1=4kg και m_2=2kg είναι δεμένα από αβαρές και μη εκτατό νήμα που είναι περασμένο από το αυλάκι της τροχαλίας. Την στιγμή t=0 που το m_1 και το m_2 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και τα δυο σώματα κινούνται ενώ η τροχαλία παραμένει στη θέση της. Να βρεθούν:
Α. Η επιμήκυνση του ελατηρίου
Β. Η συνάρτηση της απόστασης των δύο σωμάτων m_1 και m_2 με το χρόνο αν τα σώματα θεωρηθούν σημειακά
Γ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος όταν η απόσταση των σωμάτων γίνει D= $\sqrt{5}$ m.
Δ. Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος.
Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας $I_{cm}=0,5MR^2$.



[Α. 0,1m, Β. $\sqrt{1+4t^4}$, Δ. 10Nm]

30. Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $φ=30^o$. Στα σημεία Α και Β στερεώνουμε τα άκρα δύο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές K_1=100N/m και K_2=20N/m αντίστοιχα. Ανάμεσα στα δύο ελατήρια κρατάμε χωρίς να δένουμε (με τα ελατήρια) το σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=2kg στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα). Κάποια στιγμή εκτοξεύουμε το σώμα $Σ_1$ με αρχική ταχύτητα $υ_ο$=2m/s με φορά προς το σημείο Α.
Α. Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ των δύο ακραίων θέσεων της ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$.



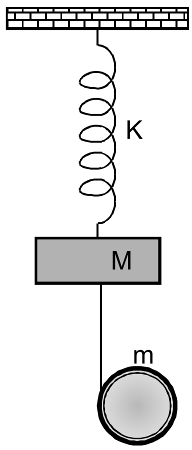
Κάποια άλλη χρονική στιγμή αφήνουμε ελεύθερο από ύψος H=0,8m πάνω από την αρχική θέση του σώματος $Σ_1$ ένα δεύτερο σώμα πάνω στην ίδια κατακόρυφο που περνάει από το σώμα $Σ_2$. Ενώ το σώμα $Σ_1$ βρίσκεται στην αρχική του θέση και κινείται προς το σημείο Β το δεύτερο σώμα μάζας m_2=2kg σφηνώνεται ακαριαία πέφτοντας κατακόρυφα στο σώμα $Σ_1$.
Β. Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
Γ. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των ενεργειών των δύο ελατηρίων σε συνάρτηση με το χρόνο θεωρώντας στιγμή t=0 την στιγμή της κρούσης των δύο σωμάτων.

[Α. 0,7m, Β. 0]

31. Τα σημεία $Π_1$ και $Π_2$ της ήρεμης επιφάνειας υγρού μπορούν να ταλαντεύονται κατακόρυφα με το ίδιο πλάτος ταλάντωσης Α και την ίδια περίοδο *Τ*. Το σημείο $Π_1$ αρχίζει την ταλάντωσή του τη χρονική στιγμή t_o=0 κατά τη θετική φορά και το $Π_2$ τη χρονική στιγμή t_o' =25*T*/3 επίσης κατά τη θετική φορά.
(α) Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης λόγω συμβολής των σημείων της επιφάνειας του υγρού, που βρίσκονται πάνω στη μεσοκάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα $Π_1Π_2$, σε συνάρτηση με το Α.
(β) Αν $Π_1Π_2$ =50*λ*/3 (*λ* το μήκος κύματος των κυμάτων που παράγουν οι πηγές $Π_1$,$Π_2$, να παραστήσετε γραφικά με το χρόνο το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Μ που είναι στο μέσον της $Π_1Π_2$, μετά τη χρονική στιγμή t_o=0.

[α. Α]

32. Το κατακόρυφο ελατήριο του διπλανού σχήματος έχει σταθερά Κ=100N/m και έχει το ανώτερό του άκρο ακλόνητα δεμένο ενώ στο κατώτερό του άκρο είναι δεμένο σώμα μάζας m=1kg όπου και ισορροπεί με την βοήθεια κατάλληλης εξωτερικής κατακόρυφης δύναμης. Στο κάτω μέρος του σώματος και στην ίδια κατακόρυφο με το ελατήριο συνδέουμε ένα αβαρές μη εκτατό νήμα το οποίο το έχουμε τυλίξει σε κύλινδρο ακτίνας R=10cm και μάζας M=3kg. Στο κέντρο του κυλίνδρου έχει στερεωθεί ανιχνευτής ήχων. Τη στιγμή t=0 ο κύλινδρος αφήνεται ελεύθερος, το σκοινί αρχίζει να ξετυλίγεται, η εξωτερική δύναμη καταργείται και το σώμα μάζας m συνεχίζει να ισορροπεί. Στην ίδια κατακόρυφο με τον κύλινδρο και το ελατήριο και πάνω στο έδαφος υπάρχει ακίνητη πηγή ηχητικών ήχων με συχνότητα f_s=680Hz. Τη χρονική στιγμή t_1=3s το νήμα κόβεται. Να βρεθούν:



Α. Ο ρυθμός μεταβολής της συχνότητας που ανιχνεύει ο ανιχνευτής πριν και μετά το κόψιμο του νήματος.
Β. Η συχνότητα που καταγράφει ο ανιχνευτής την στιγμή t_2=1,5s καθώς και την χρονική στιγμή t_3=7s καθώς και η ταχύτητα του σώματος m την χρονική στιγμή t_2 και τη χρονική στιγμή t_4=(3+π/4)s
Γ. Η εξίσωση του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας με τον χρόνο για το σώμα m αλλά και για το σώμα M .
Δ. Η γραφική παράσταση της στροφορμής του σώματος M σε συνάρτηση με τον χρόνο.
Για τον κύλινδρο Icm=0,5MR^2 ενώ για τον ήχο $u_{ηχ}$=340m/s και g=10m/s^2.
Δίνεται η σχέση ημ2x=2συνx·ημx

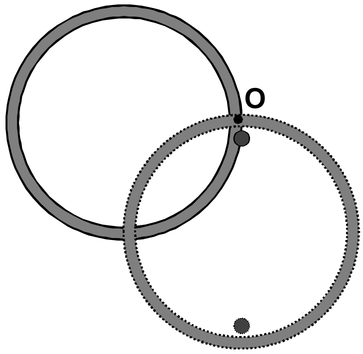
[Α. 40/3Hz/s, 20Hz/s, Β. 700Hz, 800Hz, 0, 1m/s, Γ. $\frac{dK}{dt}=200t$, 0≤t<3s, $\frac{dK}{dt}=200t$, 3s≤t]

33. Δύο σημειακές πηγές αρμονικών κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$ βρίσκονται ακίνητες στην ήρεμη επιφάνεια του νερού μιας λίμνης. Τη χρονική στιγμή t_o=0 οι πηγές $Π_1$ και $Π_2$ αρχίζουν να ταλαντεύονται κατακόρυφα με εξισώσεις απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας τους αντίστοιχα: y_1=0,10·ημ100*πt* και y_2=0,10·ημ102*πt* (S.I)
Τα εγκάρσια κύματα που δημιουργούν οι πηγές διαδίδονται στην επιφάνεια της λίμνης με ταχύτητα *u*=2 m/s και το πλάτος τους θεωρούμε ότι δεν μειώνεται με την απόσταση από τις πηγές. Ένα σημείο Σ της επιφάνειας της λίμνης απέχει κατά 1 m από κάθε πηγή (r_1=r_2=1m).

α. Να βρείτε την εξίσωση της απομάκρυνσης με το χρόνο του σημείου Σ, μετά τη συμβολή των κυμάτων σ' αυτό. Μπορούμε να χαρακτηρίσουμε τη συμβολή στο σημείο Σ ως καταστροφική ή ενισχυτική; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
β. Να παραστήσετε γραφικά με το χρόνο το πλάτος ταλάντωσης του σημείου Σ λόγω συμβολής και για το χρονικό διάστημα Δt=4,0 s μετά την έναρξη της συμβολής στο σημείο αυτό.
γ. Να βρείτε τον αριθμό των πλήρων ταλαντώσεων που πραγματοποιεί το σημείο Σ στο χρονικό διάστημα Δt=4,0 s μετά την έναρξη της συμβολής στο σημείο αυτό.

[α. $y_\Sigma = 0{,}2\eta\mu(\pi t)\cdot\eta\mu\left(101\pi t - 101\frac{\pi}{2}\right)$, β. 202]

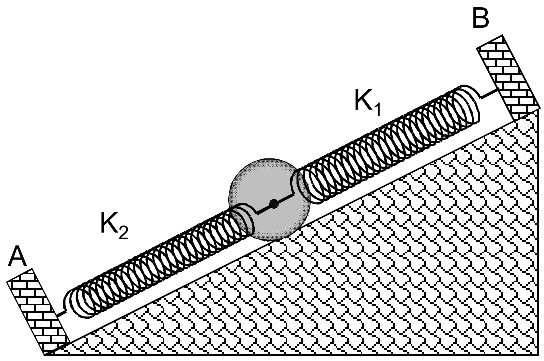
34. Δαχτυλίδι μάζας M=2kg και ακτίνας R=1m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από άκρο O της περιφέρειας του λεπτού δαχτυλιδιού. Εκτρέπουμε το δαχτυλίδι κατά γωνία θ=90° από την θέση ισορροπίας του και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Την στιγμή που το δαχτυλίδι έχει αποκτήσει την μέγιστη κινητική ενέργεια του συγκρούεται στιγμιαία και πλαστικά με αυτό ένα δεύτερο σημειακό σώμα μάζας m=1kg που έχει αφεθεί ελεύθερο από το άξονα O όπως στο παρακάτω σχήμα. Να βρεθούν:



Α. Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα του δαχτυλιδιού πριν την πλαστική κρούση
Β. Την απώλεια της ενέργειας του συστήματος δαχτυλίδι-σημειακό σώμα εξαιτίας της κρούσης
Γ. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σημειακού σώματος εξαιτίας της κρούσης
Δ. Την μέγιστη γωνία που θα διαγράψει το σημειακό σώμα μετά την κρούση.

[Α. $\sqrt{10}$ rad/s, Β. 30J, Γ. $5\sqrt{2}$ kgm/s, Δ. συνφ=3/4]

35. Στο διπλανό σχήμα ο ομογενής δίσκος έχει μάζα M=2Kg, ακτίνας R και είναι δεμένος στο κέντρο του με δύο ελατήρια που έχουν σταθερές K_1=200N/m και K_2=100N/m και δεν εμποδίζουν την περιστροφή του δίσκου γύρω από το κέντρο μάζας του. Το κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης φ=30ο και την χρονική στιγμή t=0 ο δίσκος αφήνεται ελεύθερος ενώ εκείνη τη στιγμή τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος. Ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε όλη τη διάρκεια της κίνησή του.



Α. Να αποδειχθεί ότι το κέντρο μάζας του δίσκου θα εκτελέσει Α.Α.Τ.
Β. Να γραφεί η εξίσωση απομάκρυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου αν υποτεθεί ότι θετική φορά είναι η αρχική φορά της αρχικής επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου.
Γ. Να βρεθεί ο ελάχιστος συντελεστής στατικής τριβής έτσι ώστε ο δίσκος να συνεχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Δίνεται για το δίσκο I_{CM}= 1/2MR^2.

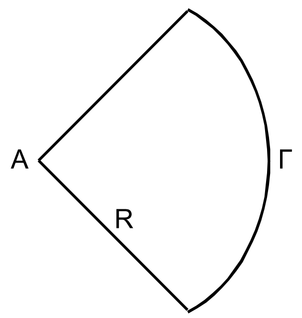
[Β. $x_{CM} = \frac{1}{30}\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$ (S.I.), Γ. $\frac{\sqrt{3}}{9}$]

36. Δύο πηγές κυμάτων δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού εγκάρσια κύματα τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα u=1m/s. Τη στιγμή t=0 αρχίζει η πηγή O_1 να ταλαντώνεται κατακόρυφα με εξίσωση ψ_1=0,02ημ2πt (S.I.). Η πηγή O_2 ξεκινάει την κατακόρυφη ταλάντωσή της την χρονικήστιγμή t_1=2s και έχει εξίσωση ψ_2=0,02ημ2πt΄ (S.I.) με t΄=t-2 (S.I). Δύο σημεία Α και Β απέχουν αντίστοιχα αποστάσεις R_1=3m R_2=1m το σημείο Α και R_1'=6,5 m R'_2=6m το σημείο Β από τις πηγές O_1 και O_2 αντίστοιχα.

Α. Να βρεθούν οι εξισώσεις απομάκρυνσης των σημείων Α και Β.
Β. Να παρασταθούν γραφικά οι φάσεις των σημείων Α και Β σε συνάρτηση με το χρόνο.
Γ. Πόσες φορές το σημείο Α είχε δυναμική ενέργεια ταλάντωσης $U=8\pi^2\cdot10^{-7}$J μέχρι την χρονική στιγμή t_2=5s αν υποθέσουμε ότι στο υλικό αυτό σημείο αντιστοιχεί στοιχειώδες τμήμα μάζας Δm=0,001kg.

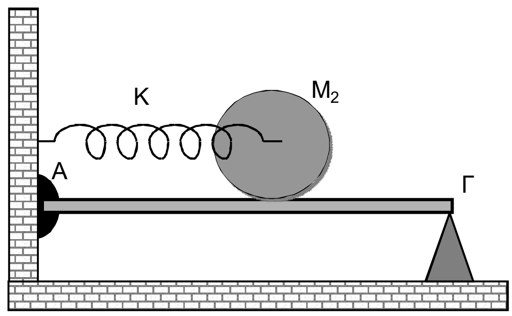
[Α. $y_A=\begin{cases}0 & t<3s\\ 0{,}04\eta\mu(2\pi t-6\pi) & t\geq 3s\end{cases}$, $y_B=\begin{cases}0 & t<6{,}5s\\ 0{,}04\eta\mu(2\pi t-13\pi) & 6{,}5s\leq t<8s\\ 0 & t\geq 8s\end{cases}$ Γ. 8 φορές]

37. Κατακόρυφος κυκλικός τομέας 90^o, ο οποίος έχει κοπεί από ομογενή κυκλικό δίσκο, έχει μάζα m=3kg ακτίνα R=102/3π≈1,5m και μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος σ΄ αυτόν. Αν αφεθεί ελεύθερος από τη θέση που η ΑΓ είναι οριζόντια, η γωνιακή του επιτάχυνση στη θέση αυτή είναι α_γ=8rad/s^2. Να βρεθεί η ταχύτητα του σημείου Γ όταν η ΑΓ γίνεται κατακόρυφη. Δίνεται η ροπή αδράνειας του πλήρους δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό $I=MR^2/2$ (όπου M η μάζα όλου του δίσκου), g=10 m/s^2, π^2=10.



[6m/s]

38. Ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα M_1=3kg και μήκος L=3m μπορεί να ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια άρθρωσης στο σημείο Α και με λείο κατακόρυφο υποστήριγμα στο σημείο Γ. Πάνω στη ράβδο ισορροπεί δίσκος μάζας M_2=1kg και ακτίνας R=0,2m.Στο κέντρο μάζας του δίσκου έχουμε περάσει το άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου φυσικού μήκους L_o=1,5m και σταθεράς Κ=150N/m έτσι ώστε ο δίσκος να μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές ενώ το άλλο άκρο του ελατηρίου βρίσκεται ακλόνητα στερεωμένο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με το σημείο Α της ράβδου όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Απομακρύνουμε το κέντρο μάζας του δίσκου κατά x_1=0,3m και την χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο οπότε ο δίσκος κυλίεται συνεχώς χωρίς να ολισθαίνει πάνω στην ράβδο. Να βρεθούν:



Α. Τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στα σημεία Α και Γ πριν απομακρυνθεί ο δίσκος.
Β. Η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης σαν συνάρτηση του χρόνου.
Γ. Να βρεθεί η εξίσωση του μέτρου της δύναμης που ασκείται στην άρθρωση σε συνάρτηση του χρόνου μετά την χρονική στιγμή 0. Για τον δίσκο $I_{CM}=0{,}5MR^2$.

[Α. N_A=20N, N_Γ=20N, Β. $U=4{,}5\eta\mu^2\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)$ (S.I.),

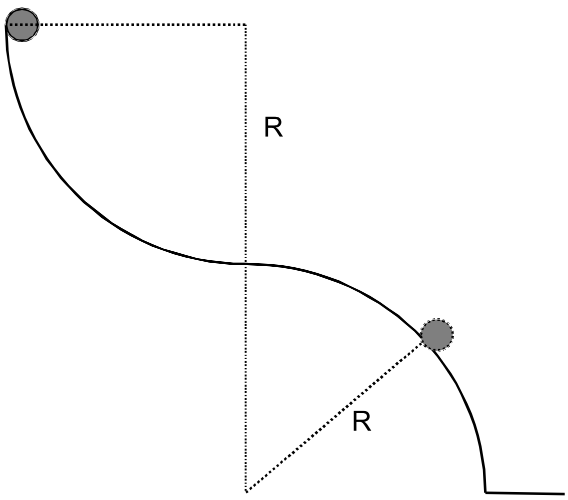
Γ. $F=\sqrt{226\eta\mu^2\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)-40\eta\mu\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)+400}$ (S.I.)]

39. Ανάμεσα σε δύο ακίνητες πηγές (1) & (2) που εκπέμπουν αρμονικό ήχο συχνότητας $F_1=F_2$=680Hz βρίσκεται ανιχνευτής ήχων μάζας m=0,5kg που μπορεί να ταλαντώνεται οριζόντια έχοντας για θέση ισορροπίας ταλάντωσης το μέσο Μ του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τις δυο πηγές. Στις δύο ακραίες θέσεις της ταλάντωσης του ο ανιχνευτής ήχων δεν καταγράφει ένταση ήχου και το ίδιο συμβαίνει σε άλλες δύο θέσεις ανάμεσα στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσή του. Αν η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης για τον ανιχνευτή ήχων είναι D=50N/m και ο ταλαντωτής την στιγμή t=0 βρίσκεται στο σημείο Μ και πλησιάζει την πηγή (1) να βρεθούν:
Α. Το πλάτος ταλάντωσης του ανιχνευτή ήχων.

Β. Σε ποιες θέσεις ο ανιχνευτής καταγράφει μέγιστη ένταση ήχου.
Γ. Ποια η εξίσωση της συχνότητας σε συνάρτηση με τον χρόνο που καταγράφει ο ανιχνευτής ήχων για κάθε ήχο που προέρχεται ξεχωριστά από την κάθε πηγή.
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου $u_{ηχ}$=340m/s.
[Α. 0,375m, Β. -0,25m, 0,25m, Γ. f_1=680+7,5συν10t, f_2=680-7,5συν10t]

40. Κύλινδρος μάζας M_1=2kg είναι δεμένος με σκοινί με σφαίρα μάζας M_2=5kg ίδιας ακτίνας με τον κύλινδρο. Το σχοινί είναι με τέτοιο τρόπο περασμένο στο κέντρο της σφαίρας και του κυλίνδρου ώστε και η σφαίρα και ο κύλινδρος να μπορούν να περιστρέφονται γύρω από το κέντρο τους και το σχοινί να είναι συνεχώς οριζόντιο και τεντωμένο. Στο κέντρο της σφαίρας έχουμε στερεώσει σημειακή ηχητική πηγή που μπορεί να παράγει ήχο συχνότητας Fs=660Hz ενώ στο κέντρο του κυλίνδρου έχουμε στερεώσει σημειακό ανιχνευτή ήχων. Το σύστημα ισορροπεί σε οριζόντιο δάπεδο με το σχοινί να είναι τεντωμένο. Την χρονική στιγμή t=0 εφαρμόζουμε οριζόντια σταθερή δύναμη F=10N στο κέντρο του κυλίνδρου με αποτέλεσμα και ο κύλινδρος αλλά και σφαίρα να αρχίζουν να κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν. Τη στιγμή t=10s το πειραχτήρι ο μικρός Θανάσης βάζει φωτιά στο σκοινί με αποτέλεσμα αυτό να κοπεί ακαριαία. Η δύναμη F συνεχίζει να ασκείται στον κύλινδρο και μετά το κόψιμο του σχοινιού και ο κύλινδρος συνεχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
Α. Να βρεθεί η επιτάχυνση του συστήματος πριν το κόψιμο και μετά το κόψιμο του σχοινιού.
Β. Να γίνει η γραφική παράσταση της συχνότητας που ανιχνεύει ο ανιχνευτής ήχων σε συνάρτηση με τον χρόνο.
Γ. Να βρεθεί το ποσοστό του έργου της δύναμης F που μεταφέρθηκε στην σφαίρα μέχρι την στιγμή που κάηκε το νήμα.
Για την σφαίρα $I_{CM}=0{,}4MR^2$ και για τον κύλινδρο $I_{CM}=0{,}5MR^2$. Η ταχύτητα του ήχου $u_{ηχ}$=340m/s.
[Α. 1m/s^2, 10/3m/s^2, Γ. 70%]

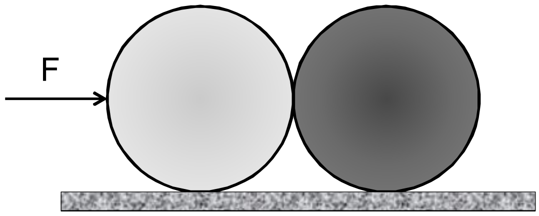
41. Τα δύο κατακόρυφα τεταρτοκύκλια του σχήματος έχουν τη ίδια ακτίνα R. Σφαίρα μάζας m και ακτίνας r αφήνεται να κυλίσει χωρίς να ολισθαίνει από το ανώτερο σημείο του και στο εσωτερικό του πρώτου τεταρτοκύκλιου και στην συνέχεια μπαίνει στο εξωτερικό μέρος του δεύτερου τεταρτοκύκλιου χωρίς απώλειες ενέργειας όπου και εκεί συνεχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
Να βρεθούν:
Α. Το συνθ εκείνης της γωνία θ όπου η μικρή σφαίρα χάνει την επαφής με την εξωτερική επιφάνεια του δεύτερου τεταρτοκύκλιου σε σχέση με τις δύο ακτίνες R και r. Ποια θα έπρεπε να είναι η σχέση των δύο ακτινών R και r ώστε η σφαίρα να μην κυλίσει καθόλου στην εξωτερική επιφάνεια του δεύτερου τεταρτοκύκλιου.



Β. Ποια η τελική κινητική ενέργεια της σφαίρας λόγω της μεταφορικής κίνησης όταν φτάσει στο έδαφος. Για την σφαίρα I_{CM}=2/5mr^2

[Α. $συνθ=\dfrac{2R}{1{,}7(R+r)}$, $r=\dfrac{3R}{17}$, Β. $K=mg\left(\dfrac{30R}{17}-r\right)$]

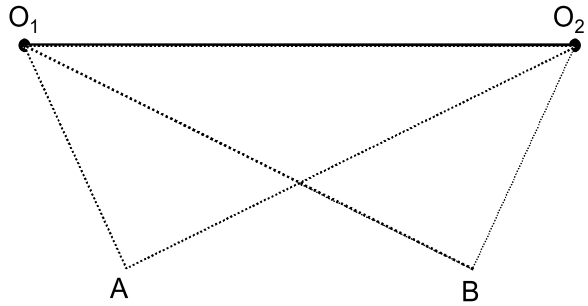
42. Δύο όμοιες λείες σφαίρες με μάζες $m_1=m_2$=1kg έχουν ίσες ακτίνες $R_1=R_2$βρίσκονται σε επαφή πάνω σε οριζόντιο επίπεδο όπως στο διπλανό σχήμα. Ασκούμε την χρονική στιγμή t=0 οριζόντια δύναμη F=28N που ο φορέας της περνά από το κέντρο της 1ης σφαίρας και οι σφαίρες αρχίζουν



αμέσως να περιστρέφονται χωρίς να ολισθαίνουν πάνω στο οριζόντιο επίπεδο βρισκόμενες συνεχώς σε επαφή. Κάποια χρονική στιγμή η οριζόντια δύναμη F καταργείται.
Α. Να σχεδιασθούν όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στις δύο σφαίρες αρχικά
Β. Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση του κέντρου μάζας των δύο σφαιρών.
Γ. Να περιγραφεί η κίνηση των δύο σφαιρών μετά την κατάργηση της δύναμης F αν υποθέσουμε ότι οι σφαίρες συνεχίζουν να κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν.
Δ. Αν την στιγμή της κατάργησης της δύναμης η δεύτερη σφαίρα συγκρουστεί τέλεια ελαστικά με λείο κατακόρυφο τοίχο και η κρούση διαρκέσει ελάχιστα ποια η ταχύτητα του ανώτερου σημείου της 1ης σφαίρας και ποια η ταχύτητα του κατώτερου σημείου της δεύτερης σφαίρας αμέσως μετά την κρούση των δύο σφαιρών; Δίνεται $I_{CM}=0,4mR^2$

[Β. $10m/s^2$]

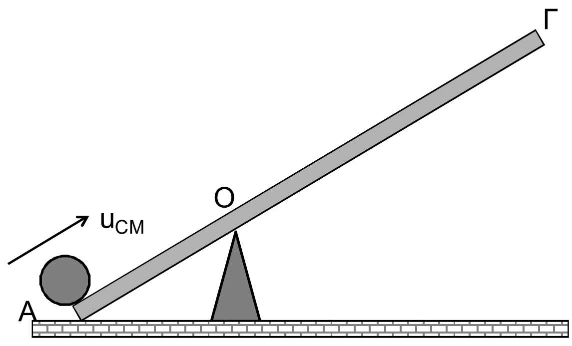
43. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού εγκάρσια κύματα τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα u=1m/s. Τη στιγμή t=0 οι πηγές O_1 & O_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται κατακόρυφα με εξισώσεις $\psi_1=\psi_2=0,2ημ2πt$ (S.I.). Δύο σημεία Α και Β της επιφάνειας του υγρού βρίσκονται σε τέτοιες θέσεις ώστε να μπορούν να σχηματίζουν ορθογώνια τρίγωνα O_1AO_2 και O_1BO_2. Η απόσταση O_1O_2 είναι 10m και οι αποστάσεις O_1A=6m και O_1B=8m.



Α. Να βρεθούν πόσες υπερβολές ενίσχυσης και πόσες υπερβολές απόσβεσης βρίσκονται ανάμεσα στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ και το τέμνουν.
Β. Να παρασταθεί γραφικά η φάση του σημείου Α σε συνάρτηση με τον χρόνο.
Γ. Να γραφεί η εξίσωση ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Α σε συνάρτηση με τον χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.
Δ. Να βρεθεί πόσες φορές το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Α είναι υ=0,4πm/sec μέχρι την στιγμή t_4=9s.

[Α. 3 ενίσχυσης, 4 απόσβεσης, Γ. $u=\begin{cases}0 & t<6s\\ 0,4πσυν(2πt-12π) & 6s\le t<8s\\ 0,8πσυν(2πt-14π) & t\ge 8s\end{cases}$, Δ. 9]

44. Μια λεπτότατη και άκαμπτη ράβδος ΑΓ μάζας M=2Kg και μήκους L=1,12m μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα Ο που απέχει από το έδαφος ύψος H=L/8 ενώ η απόσταση του άξονα Ο από το σημείο Α είναι ΑΟ=L/4. Μία σφαίρα μάζας m=4Kg και ακτίνας R=0,28m τοποθετείτε στο άκρο Α έτσι ώστε το άκρο Α να βρίσκεται στο έδαφος και η ράβδος να παίζει το ρόλο κεκλιμένου επιπέδου. Δίδουμε στη σφαίρα κατάλληλη αρχική ταχύτητα μέτρου $u_{CM,A}$=3m/s έτσι ώστε η σφαίρα να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει ανερχόμενη στην ράβδο. Να βρεθούν:



Α. Το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας την στιγμή που χάνεται η επαφή του σημείου Α με το έδαφος.
Β. Οι περιστροφές που έχει εκτελέσει η σφαίρα μέχρι να χάσει την επαφή της με τη ράβδο αν αυτό συμβεί τη χρονική στιγμή που η ράβδος βρίσκεται σε οριζόντια θέση. Υποθέστε ότι σε όλη την διάρκεια της κίνησης της σφαίρας πάνω στην ράβδο ότι η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.
Γ. Πόση είναι η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος σφαίρας- ράβδου τη στιγμή που χάνουν την επαφή τους.

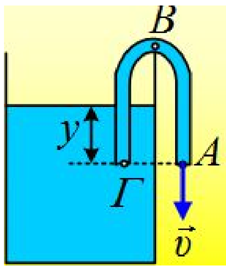
Δίνεται για τη σφαίρα I_{CM}=0,4MR^2 και g=10m/s^2.

[Α. $2\sqrt{2}$m / s , Β. 5/3π στροφές, Γ. 9,8J]

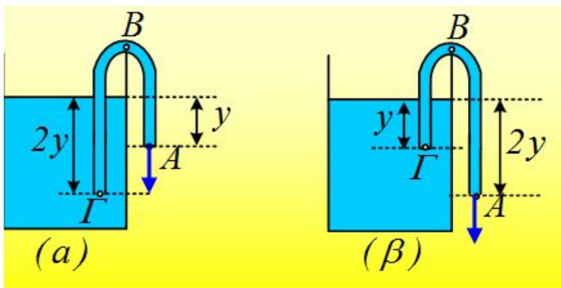
45. Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίση φ=30^o αφήνουμε να κυλίσουν χωρίς να ολισθαίνουν ταυτόχρονα ένας δίσκος και ένας δακτύλιος ίδιας μάζας M=1,4kg και ίδιας ακτίνας R=0,1m.
Α. Να υπολογιστεί ποιό από τα δύο σώματα θα αποκτήσει μεγαλύτερη επιτάχυνση.
Β. Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, με ιδανικό ελατήριο αμελητέας μάζας και σταθεράς K=100N/m,το οποίο δεν εμποδίζει την περιστροφή και δεν προκαλεί κάθε είδους τριβές. Το σύστημα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει κατερχόμενο του κεκλιμένου επιπέδου με το ελατήριο να έχει σταθερό μήκος. Να βρεθούν :
i. Η επιμήκυνση ή η συσπείρωση του ελατηρίου έτσι ώστε το σύστημα να κατέρχεται κυλιόμενο χωρίς να ολισθαίνει.
ii. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κάθε στερεού την χρονική στιγμή t_1 αν το σύστημα εκείνη την στιγμή έχει κατέλθει κατακόρυφη απόσταση ΔΗ=0,35 m
iii. Το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος την παραπάνω χρονική στιγμή t_1.
Για τον κύλινδρο I_{CM}=0,5MR^2 και για το δαχτυλίδι I_{CM}=MR^2.

[Α. $a_{δισκου}$=10/3m/s^2, $a_{δακτ}$=2,5m/s^2, Β. i. 0,01m, ii. 2m/s, iii. 0,6Nm]

46. Διαθέτουμε μια δεξαμενή με νερό. Για να αφαιρέσουμε μια ποσότητα νερού από την δεξαμενή, χρησιμοποιούμε έναν ελαστικό σωλήνα σταθερής διατομής A=2cm^2, τον οποίο αφού λυγίσουμε, βυθίζουμε το ένα άκρο του Γ κατά y=45cm στο νερό. Με αναρρόφηση στο άλλο άκρο Α, το οποίο βρίσκεται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το Γ, πετυχαίνουμε την εκροή του νερού.



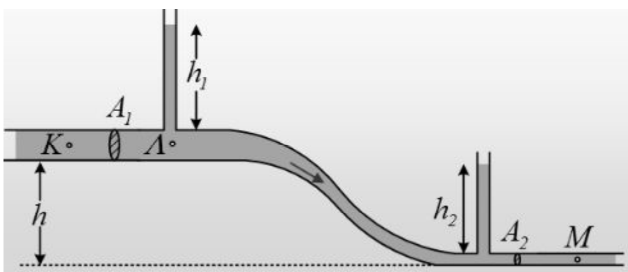
Α. Να βρεθεί σε πόσο χρονικό διάστημα μπορούμε να γεμίσουμε ένα δοχείο όγκου 12L, θεωρώντας ότι το εμβαδόν όλες επιφάνειας όλες δεξαμενής, είναι πολύ μεγαλύτερο από το εμβαδόν όλες διατομής του σωλήνα.
Β. Να υπολογιστεί η πίεση στο άκρο Γ και στο ανώτερο σημείο Β του σωλήνα, το οποίο απέχει απόσταση h=1m από το επίπεδο ΑΓ.
γ. Αν ο σωλήνας βυθιστεί κατά 2y μέσα στο υγρό και το άκρο Α βρίσκεται κατά y=0,45m κάτω από την επιφάνεια του υγρού πόση θα είναι η ταχύτητα εκροής και πόση η πίεση στο σημείο Γ;
δ. Αν ο σωλήνας βυθιστεί κατά y=0,45m μέσα στο υγρό και το άκρο Α βρίσκεται κατά 2y κάτω από την επιφάνεια του υγρού πόση θα είναι η ταχύτητα εκροής και πόση η πίεση στο σημείο Γ;



Δίνεται η πυκνότητα του νερού ρ=1.000kg/m^3, η επιτάχυνση όλες βαρύτητας g=10m/s^2 και η ατμοσφαιρική πίεση p_{atm}=10^{5}N/m^2, ενώ το νερό, να θεωρηθεί ιδανικό ρευστό και όλες οι ροές μόνιμες και στρωτές.

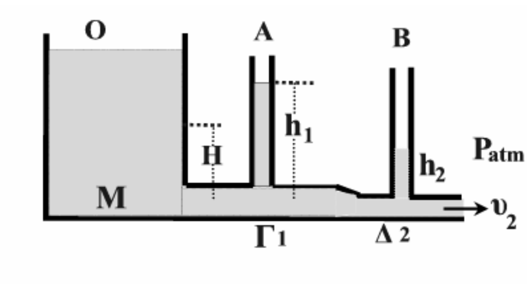
[α. 20s, β. $p_Γ$=10^{5}N/m^2, p_B=0,9·10^{5}N/m^2, γ. το (β), $p_{Γ(Α)}$=1,045·10^{5}N/m^2, $p_{Γ(Β)}$=0,955·10^{5}N/m^2]

47. Στο σχήμα φαίνεται ένα τμήμα ενός δικτύου ύδρευσης με μια μόνιμη και στρωτή ροή, σταθερής παροχής Π=3,5L/s. Το νερό πυκνότητας ρ=1.000kg/m^3 θεωρείται ιδανικό ρευστό και τα δυο οριζόντια και σταθερής διατομής τμήματα του σωλήνα, απέχουν κατακόρυφη απόσταση h=0,5m. Οι οριζόντιοι σωλήνες έχουν διατομές A_1=70cm^2 και A_2=10cm^2, ενώ δύο λεπτοί κατακόρυφοι



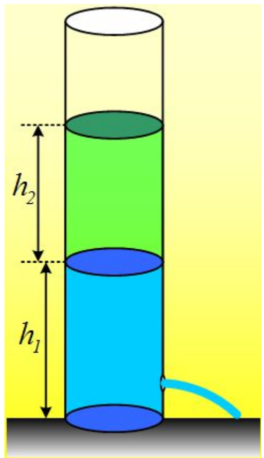
σωλήνες, έχουν συγκολληθεί σε αυτούς, με αποτέλεσμα το νερό να ανέρχεται στο εσωτερικό τους κατά h_1=80cm και h_2 αντίστοιχα.
α. Να υπολογιστούν οι ταχύτητες ροής στους δυο οριζόντιους σωλήνες.
β. Να υπολογιστεί η τιμή της πίεσης στα σημεία Κ και Λ και Μ.
γ. Να βρεθεί το ύψος h_2 στο το οποίο έχει ανέβει το νερό στον δεύτερο κατακόρυφο σωλήνα.
δ. Να υπολογιστούν η μεταβολή της κινητικής και η μεταβολή της δυναμικής του ενέργειας ενός σωματιδίου του νερού μάζας, m=0,2kg, για κίνηση μεταξύ των σημείων Κ και Μ.
ε. Να υπολογιστεί το έργο που παρήγαγε η υπόλοιπη μάζα του νερού, επί του σωματιδίου μεταξύ των παραπάνω θέσεων.
Δίνονται $g=10m/s^2$ και $p_{ατμ}=10^5N/m^2$.
[α. $υ_1$=0,5m/s, $υ_2$=3,5m/s, β. $p_K=p_Λ=1,08\cdot10^5N/m^2$, $p_M=1,07\cdot10^5N/m^2$, γ. h_2=0,7m. δ. ΔΚ=1,2J, ΔU=−1J, ε. W=0,2J]

48. Ένας οριζόντιος σωλήνας συνδέεται κοντά στον πυθμένα μιας μεγάλης δεξαμενής σε βάθος H=10m, όπως στο διπλανό σχήμα. Αρχικά ο σωλήνας έχει διατομή A_1, ενώ στη συνέχεια στενεύει αποκτώντας διατομή $A_2=0,4A_1$. Οι ακτίνες των δύο σωλήνων θεωρούνται αμελητέες σε σχέση με το ύψος H.



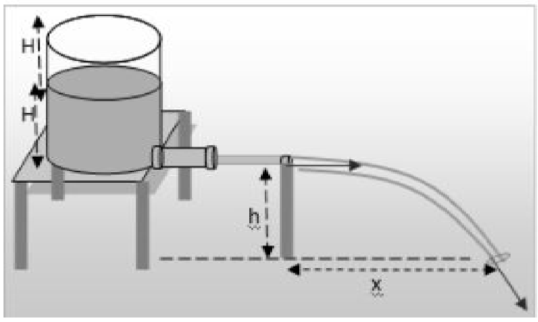
α. Αν η στρόφιγγα Σ στο άκρο του σωλήνα είναι ανοικτή και το νερό θεωρηθεί ιδανικό ρευστό, ενώ η ροή μόνιμη και στρωτή, να υπολογιστούν:
α1. Το ύψος h_2 της στήλης στο σωλήνα Β.
α2. Το ύψος h_1 της στήλης στο σωλήνα Α.
β. Κλείνουμε τη στρόφιγγα Σ. Να υπολογιστούν ξανά τα ύψη h_1 και h_2 στους σωλήνες Α και Β.
γ. Αν η στρόφιγγα Σ στο άκρο του σωλήνα είναι ανοικτή και το νερό θεωρηθεί πραγματικό ρευστό, με αποτέλεσμα να εμφανίζονται εσωτερικές τριβές. Γ1. Θα ανέβει ή όχι το νερό στη στήλη Β;
[α. h_2=0, h_1=8,4m, β. $h_1=h_2$=H=10m, γ. Θα ανέβει]

49. Σε ένα μεγάλο κατακόρυφο σωλήνα ηρεμούν δύο υγρά, νερό με πυκνότητα $ρ_1=1.000kg/m^3$ και λάδι πυκνότητας $ρ_2=700kg/m^3$, όπως στο σχήμα, όπου h_1=0,8m και h_2=0,7m. Μια τάπα, κλείνει μια οπή του δοχείου, εμβαδού $A=0,4cm^2$, η οποία βρίσκεται σε ύψος h=0,2m από την βάση του σωλήνα.



α. Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται η τάπα από το νερό, καθώς και η δύναμη την οποία δέχεται από τα τοιχώματα του σωλήνα, θεωρώντας αμελητέο το βάρος της.
β. Σε μια στιγμή βγάζουμε την τάπα, οπότε μέσα σε ελάχιστο χρόνο, αποκαθίσταται μια μόνιμη και στρωτή ροή. Να υπολογιστεί η ταχύτητα εκροής εκείνη τη χρονική στιγμή, θεωρώντας ότι η διατομή του σωλήνα, είναι πολύ μεγαλύτερη από την διατομή της οπής.
Αν η διατομή του σωλήνα έχει εμβαδόν $A_1=2cm^2$, να υπολογιστούν
γ. η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στήλη του λαδιού.
δ. η ταχύτητα εκροής από την οπή.
Στην περίπτωση αυτή η διατομή του σωλήνα είναι συγκρίσιμη με τη διατομή της οπής, οπότε η στήλη κατεβαίνει με ταχύτητα.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, η ατμοσφαιρική πίεση $p_{ατμ}=10^5N/m^2$, ενώ και οι δύο παραπάνω ροές να θεωρηθούν μόνιμες και στρωτές ροές ιδανικού ρευστού.
[Α. F_1=4,436N, $F_τ$=0,436N, β. Υ=4,67m/s, γ. Υ=0,95m/s, δ. Υ=4,75m/s]

50. Ανοικτό κυλινδρικό δοχείο έχει στη βάση του οπή εμβαδού A_1=4cm^2 και οριζόντιο σωλήνα προσαρμοσμένο σε αυτήν με το ίδιο εμβαδόν διατομής. Ο σωλήνας στη συνέχεια στενεύει και το εμβαδόν του γίνεται A_2=2cm^2. Ο πυθμένας του δοχείου απέχει από το οριζόντιο έδαφος ύψος h=0,4m. Το δοχείο περιέχει νερό σε ύψος H=0,4m. Θεωρούμε ότι η ταχύτητα του νερού στην επιφάνεια αυτού μέσα στο δοχείο είναι μηδενική



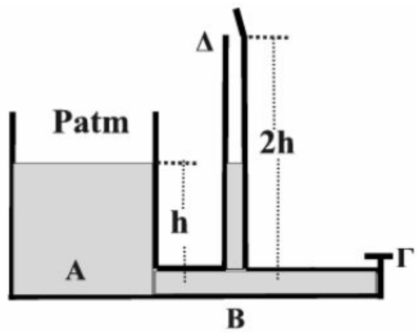
α. Αν ανοίξουμε τη στρόφιγγα σε πόση οριζόντια απόσταση x φτάνει η φλέβα του νερού από το άκρο του σωλήνα εκροής;
β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του νερού στο χοντρό σωλήνα εμβαδού A_1.
γ. Να υπολογίσετε την πίεση του νερού στο σωλήνα εμβαδού A_1.
δ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυκλικής τομής της ρευματικής φλέβας τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.
ε. Κλείνουμε το πάνω μέρος του δοχείου ώστε να εγκλωβιστεί αέρας μέσα σε αυτό σε ύψος H όσο και το ύψος του νερού. Θεωρούμε ότι η διάμετρος του σωλήνα εκροής είναι πολύ μικρότερη της διαμέτρου του δοχείου. Η θερμοκρασία του αέρα διατηρείται σταθερή. Σε ποιο ύψος H_1 σταματά η εκροή του νερού από το δοχείο.
Δίνονται η ατμοσφαιρική πίεση $P_{ατμ}$=10^{5}N/m^2, η πυκνότητα του νερού ρ=10^{3}kg/m3 και το g=10m/s^2.

[α. x=0,8m. β. $υ_1=\sqrt{2}$ m/s, γ. P_1=1,03·10^{5}N/m^2, δ. $A_3=\sqrt{2}$ cm^2, ε. H_1=0,35m]

51. Αντλία νερού βρίσκεται μέσα σε πηγάδι και ανεβάζει νερό με σωλήνα σταθερής διατομής A=4·10^{-2}m^2 από βάθος h=10m. Το νερό ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα υ=20m/s, ενώ πάνω από την επιφάνεια του νερού επικρατεί ατμοσφαιρική πίεση. Να υπολογιστούν:
α. Η πρόσθετη πίεση, $Δp=p-p_{ατμ}$ (υπερπίεση) που δίνει η αντλία στο νερό για να ανέβει σε ύψος h με αυτήν την ταχύτητα.
β. Η παροχή όγκου του νερού.
γ. Η συνολική ισχύς που δίνει η αντλία στο νερό.
δ. Το έργο που κάνει η αντλία για να ανεβάσει νερό 50kg στο ύψος των 10m πάνω από την επιφάνειά του.
Δίνονται g=10m/s^2 και ρ=103kg/m^3.

[α. Δp=3·10^{5}Pa, β,Π=0,8m^3/s, γ.P=2,4·10^{5}W, δ. W=15KJ]

52. Η ορθογώνια δεξαμενή περιέχει νερό πυκνότητας ρ=10^{3}kg/m^3 σε ύψος h=3,75m. Στο κάτω μέρος της δεξαμενής υπάρχει οριζόντιος σωλήνας σταθερής διατομής, A_1=4cm^2 κλειστός με στρόφιγγα στο άκρο του Γ. Στο σημείο Β του πλευρικού σωλήνα υπάρχει ανοικτός κατακόρυφος σωλήνας, ΒΓ μήκους 2h, εμβαδού διατομής A_2, στον οποίο το νερό ανεβαίνει στο ίδιο ύψος, h, με αυτό της δεξαμενής.



α. Να εξηγήσετε γιατί το νερό ανεβαίνει στο ίδιο ύψος στον σωλήνα.
Ταπώνουμε τον κατακόρυφο σωλήνα ΒΔ και ανοίγουμε τη στρόφιγγα στο σημείο Γ και το νερό αρχίζει να εκρέει. Με τη βοήθεια μιας βρύσης διατηρούμε σταθερή τη στάθμη της δεξαμενής στο ύψος h.
β. Να υπολογιστεί η παροχή της βρύσης.
γ. Πόσο θα γίνει η πίεση του νερού στη βάση Β του κατακόρυφου σωλήνα;
δ. Κατά πόσο θα κατέβει η στάθμη του νερού στον κατακόρυφο σωλήνα;
ε. Πόσο θα γίνει η πίεση του αέρα στον κατακόρυφο σωλήνα;
Δίνεται g=10m/s^2 και P_{atm}=10^{5}N/m^2. Η θερμοκρασία του αέρα να θεωρηθεί σταθερή.

[β. Π=203·10^{-4} m^3/s, γ. P_B=10^{5}N/m^2, δ) 1,25m, ε) 0,75·10^{5}N/m^2]

53. Ομογενής μεταλλικός κύλινδρος μάζας m=1Kg και εμβαδού διατομής $A=20cm^2$, εξαρτάται από ελατήριο σταθεράς K=380N/m όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα ισορροπεί με τον κύλινδρο βυθισμένο σε υγρό πυκνότητας $\rho=10^3 Kg/m^3$. Εκτρέπουμε τον κύλινδρο κατακόρυφα προς τα κάτω κατά y=2cm και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο.
α) Να δείξετε ότι ο κύλινδρος θα εκτελέσει Α.Α.Τ. και να υπολογίσετε την περίοδό της.
β) Μετά από πόσο χρόνο, από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερος ο κύλινδρος, θα περάσει από την θέση ισορροπίας για πρώτη φορά;
Δίνεται $g=10m/s^2$. Στο σύστημα δεν υπάρχουν τριβές και ο κύλινδρος είναι πάντα εν μέρει βυθισμένος καθ’ όλη την διάρκεια της κίνησής του.
[α) 0,1πs, β) 0,025πs]