

## 19. ΤΟ ΘΕΜΑ Β – ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

Στο κεφάλαιο που ακολουθεί θα βρείτε υποδειγματικά λυμένα θέματα Β από την τράπεζα θεμάτων. Στην αρχή κάθε θέματος μπορείτε να δείτε σε ποιο κομμάτι της Φυσικής αναφέρεται και στην αρχή της λύσης του ένα μικρό σχόλιο (ή μεθοδολογία) για τον τρόπο αντιμετώπισής του. Στο τέλος του κεφαλαίου, και για δική σας εξάσκηση, μπορείτε να βρείτε και να λύσετε και άλλα θέματα Β από την τράπεζα θεμάτων, στο τέλος των οποίων σας δίνεται ποια είναι η σωστή απάντηση.

### 19.1. Σκοπός: **Μετατόπιση.**

Από ένα σημείο του εδάφους εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα πάνω μια πέτρα. Η πέτρα κινείται κατακόρυφα, φτάνει σε ύψος 6 m από το έδαφος και στη συνέχεια πέφτει στο έδαφος ακριβώς στο σημείο εκτόξευσης. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι, «η μετατόπιση της πέτρας από τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης, μέχρι τη στιγμή που επανέρχεται στο ίδιο σημείο είναι ίση με 12 m». Να επιβεβαιώσετε ή να διαψεύσετε τον παραπάνω ισχυρισμό, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

*Μονάδες 12*

**Λύση**

**Σχόλιο:** Η μετατόπιση ενός σώματος υπολογίζεται από τη σχέση  $\Delta x = x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}}$  και εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θέση και όχι από τη διαδρομή.

Ο ισχυρισμός είναι λανθασμένος. Η μετατόπιση της πέτρας είναι ίση με το μηδέν, αφού σύμφωνα με τη σχέση  $\Delta x = x_{\text{τελ}} - x_{\text{αρχ}}$  η αρχική και η τελική θέση ταυτίζονται.

### 19.2. Σκοπός: **Μετατόπιση και μέση ταχύτητα**

Ένα μη επανδρωμένο αεροσκάφος της Πολεμικής Αεροπορίας βγαίνει από το υπόστεγο του, απογειώνεται, περιπολεί, προσγειώνεται και ξαναβγαίνει στο υπόστεγο. Οι τεχνικοί λαμβάνουν τα δεδομένα που κατέγραψαν οι αισθητήρες του και βλέπουν πως το διάστημα που διήνυσε ήταν  $2,7 \cdot 10^5$  m και ο χρόνος που πέρασε από την έξοδο του έως τη είσοδο του στο υπόστεγο ήταν 3 ώρες.

A. Από τις παρακάτω τρεις επιλογές, να επιλέξετε αυτήν που θεωρείτε σωστή.

α. Η μέση ταχύτητα του αεροσκάφους ήταν 90 km/h και η μετατόπιση του 270 km.

β. Η μέση ταχύτητα του αεροσκάφους ήταν 0 km/h και η μετατόπιση του 0 km.

γ. Η μέση ταχύτητα του αεροσκάφους ήταν 90 km/h και η μετατόπιση του 0 km.

*Μονάδες 4*

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 8*

**Λύση**

**Σχόλιο:** Η μέση ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση  $v_{\mu} = \frac{S}{\Delta t}$ , όπου S το διάστημα που διανύει το σώμα σε χρόνο  $\Delta t$ . Όταν υπολογίζουμε το διάστημα, μας ενδιαφέρει το συνολικό μήκος της διαδρομής που διανύει το σώμα.

A. Σωστή απάντηση είναι η γ.

B. Εφόσον η αρχική και η τελική θέση του αεροσκάφους ταυτίζονται, η μετατόπισή του είναι ίση με μηδέν.

Η μέση ταχύτητα με την οποία κινήθηκε είναι:

$$v_{\mu} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{2,7 \cdot 10^5 \text{ m}}{3 \text{ h}} = \frac{270 \text{ km}}{3 \text{ h}} \Rightarrow v_{\mu} = 90 \text{ km/h}$$

### 19.3. Σκοπός: Μονάδες μέτρησης της ταχύτητας.

Δύο αυτοκίνητα Α, Β κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά σε ένα τμήμα της Εγνατίας οδού σε παράλληλες λωρίδες κυκλοφορίας. Το αυτοκίνητο Α το οποίο προπορεύεται κατά 90 m του αυτοκινήτου Β, κινείται με ταχύτητα μέτρου 72 km/h, ενώ το αυτοκίνητο Β που ακολουθεί κινείται με ταχύτητα 20 m/s. Μετά από χρόνο ίσο με 10 s:

Α. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

- α. Το αυτοκίνητο Α θα προπορεύεται πάλι από το αυτοκίνητο Β.
- β. Το αυτοκίνητο Β προπορεύεται κατά 90 m από το αυτοκίνητο Α.
- γ. Το αυτοκίνητο Β βρίσκεται ακριβώς δίπλα με το αυτοκίνητο Α.

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Για να μετατρέψουμε την ταχύτητα από km/h σε m/s, πολλαπλασιάζουμε με το 1.000 και διαιρούμε με το 3.600.

Α. Σωστή απάντηση είναι η α.

Β. Εφόσον  $72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \cdot \frac{1.000 \text{ m}}{3.600 \text{ s}} = 20 \text{ m/s}$ , τα δύο αυτοκίνητα θα κινούνται με ίδιου

μέτρου ταχύτητες και επομένως το αυτοκίνητο Α θα εξακολουθεί να προπορεύεται του αυτοκινήτου Β κατά 90 m.

### 19.4. Σκοπός: Χρονικές εξισώσεις.

Δύο κινητά Α και Β κινούνται κατά μήκος του θετικού ημιάξονα Οx και έχουν εξισώσεις κίνησης  $x_A = 6t$  (SI) και  $x_B = 2t^2$  (SI) αντίστοιχα.

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Τα κινητά θα έχουν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες, τη χρονική στιγμή (να επιλέξετε τη σωστή απάντηση):

- α.  $t = 2 \text{ s}$
- β.  $t = 1,5 \text{ s}$
- γ.  $t = 3 \text{ s}$

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Μέθοδος:** Όταν δίνεται κάποια χρονική εξίσωση της θέσης ή της ταχύτητας, γράφω την αντίστοιχη της θεωρίας και συγκρίνω.

Α. Σωστή απάντηση είναι η β.

Β. Κινητό Α: Επειδή είναι  $x_A = 6t$  (S.I.) και στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση  $x = ut$ , το κινητό Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με  $v_A = 6 \text{ m/s}$ .

Κινητό Β: Επειδή είναι  $x_B = 2t^2$  (S.I.) και στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

ισχύει  $x = \frac{1}{2} \alpha t^2$ , το κινητό Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ξεκινώντας

από την ηρεμία με επιτάχυνση:  $\frac{1}{2} \alpha = 2 \Rightarrow \alpha = 4 \text{ m/s}^2$ .

Όταν τα δύο κινητά θα έχουν ίδιου μέτρου ταχύτητες θα ισχύει:

$$v_A = v_B \Rightarrow 6 = a_B t \Rightarrow 6 = 4t \Rightarrow t = 1,5 \text{ s}$$

### 19.5. Σκοπός: Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Σε ένα αυτοκίνητο, λόγω κακής εφαρμογής ενός εξαρτήματος, κάθε δυο δευτερόλεπτα στάζει από τη μηχανή του μια σταγόνα λάδι. Βρίσκεστε στο άκρο ενός δρόμου και το προαναφερθέν αυτοκίνητο περνά δίπλα σας διαγράφοντας ευθεία τροχιά. Αφού το αυτοκίνητο απομακρυνθεί, και ενώ δεν διασχίζει το δρόμο κάποιο άλλο αυτοκίνητο, παρατηρείτε στο οδόστρωμα τις κηλίδες λαδιού να έχουν την παρακάτω εικόνα.



Με μια μετροταινία που διαθέτετε μετράτε την απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών κηλίδων και τη βρίσκετε σε όλες τις περιπτώσεις ίση με 30 m.

A. Από τις παρακάτω τρεις επιλογές, να επιλέξετε αυτήν που θεωρείτε σωστή.

Το αυτοκίνητο εκτελεί:

- α. ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα μέτρου  $v = 30 \text{ m/s}$ .
- β. ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $v = 15 \text{ m/s}$ .
- γ. ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα μέτρου  $v = 15 \text{ m/s}$ .

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

**Σχόλιο:** Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ένα κινητό σε ίσους χρόνους διανύει ίσες μετατοπίσεις. Για την κίνηση αυτή ισχύει:  $x = vt$ .

A. Σωστή απάντηση είναι η γ.

B. Από την εικόνα που μας δίνεται φαίνεται ότι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κηλίδων διατηρείται σταθερή, πράγμα που σημαίνει ότι η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ευθύγραμμη και ομαλή. Ισχύει:  $x = vt \Rightarrow 30 = v \cdot 2 \Rightarrow v = 15 \text{ m/s}$ .

### 19.6. Σκοπός: Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και οι τύποι της.

Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση έχει αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0$  και επιτάχυνση μέτρου  $a$ .

A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

Όταν το κινητό έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου  $v = 3v_0$ , έχει διανύσει διάστημα:

α.  $S = \frac{2v_0^2}{a}$ .    β.  $S = \frac{4v_0^2}{a}$ .    γ.  $S = \frac{v_0^2}{2a}$ .

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

**Σχόλιο:** Από το συνδυασμό των σχέσεων  $v = v_0 \pm at$ ,  $x = v_0 t \pm \frac{1}{2} at^2$  της ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης προκύπτει η σχέση  $v^2 = v_0^2 \pm 2ax$  η οποία είναι πολύ χρήσιμη γιατί συνδέει τη μετατόπιση με την ταχύτητα χωρίς να εμπλέκει το χρόνο.

**A. Σωστή απάντηση είναι η β.**

**B.** Ισχύει  $v^2 = v_0^2 + 2ax$  (με απόδειξη). Τη χρονική στιγμή που το κινητό αποκτά ταχύτητα  $v = 3v_0$  έχει διανύσει διάστημα  $S$ , για το οποίο ισχύει:

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \Rightarrow (3v_0)^2 = v_0^2 + 2aS \Rightarrow 2aS = 8v_0^2 \Rightarrow S = \frac{4v_0^2}{a}$$

### 19.7. Σκοπός: **Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με τελική ταχύτητα μηδέν.**

Σε αυτοκίνητο που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ , ο οδηγός του φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο διανύει διάστημα  $d_1$  μέχρι να σταματήσει. Αν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου, δηλαδή  $v_2 = 2v_1$ , τότε για να σταματήσει πρέπει να διανύσει διάστημα  $d_2$ .

**A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.**

Αν το αυτοκίνητο σε κάθε φρενάρισμα επιβραδύνεται με την ίδια επιβράδυνση, τότε ισχύει:

**α.  $d_2 = 2d_1$ .    β.  $d_2 = 3d_1$ .    γ.  $d_2 = 4d_1$ .**

*Μονάδες 4*

**B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.**

*Μονάδες 9*

**Λύση**

**Σχόλιο:** Όταν ένα σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και σταματάει, για το συνολικό χρόνο κίνησης  $t_{ολ}$  και τη συνολική μετατόπιση  $x_{ολ}$  ισχύουν οι σχέσεις  $t_{ολ} = \frac{v_0}{a}$ ,  $x_{ολ} = \frac{v_0^2}{2a}$ . Οι σχέσεις αυτές πρέπει πρώτα να αποδειχθούν και μετά να χρησιμοποιηθούν.

**A. Σωστή απάντηση είναι η γ.**

**B.** Το διάστημα που διανύεται σε κάθε περίπτωση μέχρι να σταματήσει το αυτοκίνητο είναι:

1<sup>η</sup> περίπτωση:  $d_1 = \frac{v_1^2}{2a}$  (1)    2<sup>η</sup> περίπτωση:  $d_2 = \frac{v_2^2}{2a} = \frac{(2v_1)^2}{2a} = \frac{4v_1^2}{2a}$  (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει  $d_2 = 4d_1$ .

### 19.8. Σκοπός: **Ελεύθερη πτώση και τύποι κίνησης.**

Δύο πέτρες **A**, και **B** αφήνονται αντίστοιχα από τα ύψη  $h_A$ ,  $h_B$  πάνω από το έδαφος να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση.

**A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.**

Αν για τους χρόνους πτώσης μέχρι το έδαφος ισχύει η σχέση  $t_A = 2t_B$ , τότε τα ύψη  $h_A$  και  $h_B$  ικανοποιούν τη σχέση:

**α.  $h_A = 2h_B$ .    β.  $h_A = 4h_B$ .    γ.  $h_A = 8h_B$ .**

*Μονάδες 4*

**B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.**

*Μονάδες 8*

**Σχόλιο:** Στην ελεύθερη πτώση εφαρμόζουμε τους τύπους  $v = gt$  και  $y = \frac{1}{2}gt^2$ . Όταν θέλουμε να κάνουμε σύγκριση σχέσεων μεταξύ δύο σωμάτων, μία σίγουρη λύση είναι η διαίρεση κατά μέλη.

**A. Σωστή απάντηση είναι η β.**

**B.** Για τα ύψη  $h_A$  και  $h_B$ , από τα οποία αφήνονται οι δύο πέτρες ισχύουν:

$$h_A = \frac{1}{2}gt_A^2 \quad (1) \quad \text{και} \quad h_B = \frac{1}{2}gt_B^2 \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) και λαμβάνοντας υπόψη ότι  $t_A = 2t_B$ , προκύπτει:

$$\frac{h_A}{h_B} = \frac{t_A^2}{t_B^2} = \frac{(2t_B)^2}{t_B^2} \Rightarrow h_A = 4h_B$$

### 19.9. Σκοπός: **Ελεύθερη πτώση σε άλλο πλανήτη.**

Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης, η οποία δεν έχει ατμόσφαιρα, είναι έξι φορές μικρότερο από αυτό στην επιφάνεια της Γης  $g_S = g_T/6$ .

**A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.**

Αν η αντίσταση του αέρα στη Γη θεωρηθεί αμελητέα, τότε ο χρόνος πτώσης μίας μεταλλικής σφαίρας, που αφήνεται από ύψος 2,5 m, πάνω από την επιφάνεια της Γης και της Σελήνης αντίστοιχα, θα είναι:

- α. μεγαλύτερος στη Γη.
- β. ίδιος στη Γη και στη Σελήνη.
- γ. μεγαλύτερος στη Σελήνη.

*Μονάδες 4*

**B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.**

*Μονάδες 8*

**Λύση**

**Σχόλιο:** Αν βρεθούμε σε άλλον πλανήτη, όπου υπάρχει διαφορετική τιμή για την επιτάχυνση της βαρύτητας, η μελέτη της ελεύθερης πτώσης των σωμάτων θα δώσει διαφορετικά αποτελέσματα.

**A. Σωστή απάντηση είναι η γ.**

**B.** Για το χρόνο πτώσης ισχύει:  $h = \frac{1}{2}gt_{ολ}^2 \Rightarrow t_{ολ} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ . Επειδή στη Σελήνη η

επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μικρότερη τιμή ( $g_S < g_T$ ), τότε σύμφωνα με την παραπάνω σχέση ο χρόνος πτώσης της σφαίρας θα είναι μεγαλύτερος ( $t_S > t_T$ ).

### 19.10. Σκοπός: **Κατεύθυνση συνισταμένης δύναμης σε κινήσεις.**

Αυτοκίνητο είναι αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δρόμο. Ο οδηγός του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , πατώντας το γκάζι αρχίζει να επιταχύνει το αυτοκίνητο με σταθερή επιτάχυνση. Τη χρονική στιγμή  $t_1$  αφήνει το γκάζι και συνεχίζει την κίνησή του ομαλά επιβραδυνόμενο μέχρι να σταματήσει τη στιγμή  $t_2$ .

**A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.**

- α. Στο χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow t_1$  ασκείται σταθερή συνισταμένη δύναμη αντίρροπη της ταχύτητάς του.  
 β. Στο χρονικό διάστημα  $t_1 \rightarrow t_2$  ασκείται σταθερή συνισταμένη δύναμη ομόρροπη της ταχύτητάς του.  
 γ. Στο χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow t_1$  στο αυτοκίνητο ασκείται σταθερή συνισταμένη δύναμη ομόρροπη της ταχύτητάς του.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Στην επιταχυνόμενη κίνηση η επιτάχυνση (και κατά συνέπεια και η συνισταμένη δύναμη) έχει ίδια κατεύθυνση με τη φορά κίνησης, ενώ στην επιβραδυνόμενη κίνηση η επιβράδυνση (και κατά συνέπεια και η συνισταμένη δύναμη) έχει αντίθετη κατεύθυνση από τη φορά κίνησης.

A. Σωστή απάντηση είναι η γ.

B. Επειδή από 0 ως  $t_1$  η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ομαλά επιταχυνόμενη, η επιτάχυνση (και κατά συνέπεια και η συνισταμένη δύναμη) έχει ίδια κατεύθυνση (ομόρροπη) με την ταχύτητα του αυτοκινήτου.

### 19.11. Σκοπός: **Πρώτος νόμος Νεύτωνα.**

Εργάτης ασκεί σε σιδερένιο κιβώτιο βάρους  $\vec{B}$  οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου ίσο με το 1/5 του βάρους δηλαδή  $F = B/5$ , οπότε το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα.

A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και διαδρόμου είναι:

- α. 0,5.      β. 0,2.      γ. 0,4.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Όταν ένα σώμα είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα τότε ισχύει  $\Sigma F = 0$ .

A. Σωστή απάντηση είναι η β.

B. Στο κιβώτιο ασκούνται στον άξονα της κίνησης η δύναμη  $\vec{F}$  και η τριβή ολίσθησης  $\vec{T}$ . Εφόσον το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα θα είναι:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F = T \Rightarrow F = \mu N \Rightarrow F = \mu mg \Rightarrow \frac{mg}{5} = \mu mg \Rightarrow \mu = 0,2$$

### 19.12. Σκοπός: **Δεύτερος νόμος Νεύτωνα σε οριζόντιο επίπεδο.**

Ένα κιβώτιο μάζας 2 kg ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$ . Το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση μέτρου  $a = 1 \text{ m/s}^2$ . Διπλασιάζουμε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  οπότε το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση μέτρου ίσου με  $3 \text{ m/s}^2$ . Η



αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση. Το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  ισούται με:  
α. 8 N.                    β. 4 N.                    γ. 6 N.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

**Σχόλιο:** Για τη σωστή εφαρμογή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα (θεμελιώδης νόμος της μηχανικής) προσέξτε να σχεδιάσετε σωστά όλες τις δυνάμεις καθώς και να λάβετε υπόψη σας το είδος της κίνησης που εκτελεί το σώμα.

A. Σωστή απάντηση είναι η β.

B. Εφαρμόζουμε το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα σε κάθε περίπτωση. Είναι:

1<sup>η</sup> περίπτωση:  $\Sigma F = ma \Rightarrow F - T = ma_1 \Rightarrow F - T = 2 \text{ N}$  (1)

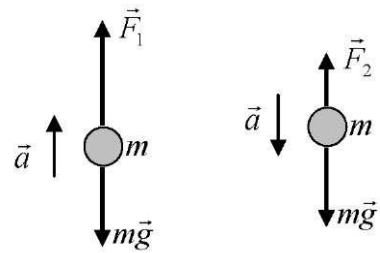
2<sup>η</sup> περίπτωση:  $\Sigma F = ma \Rightarrow 2F - T = ma_2 \Rightarrow 2F - T = 6 \text{ N}$  (2)

Με επίλυση του παραπάνω συστήματος προκύπτει:

$$F - 2 = 2F - 6 \Rightarrow F = 4 \text{ N}$$

### 19.13. Σκοπός: Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα σε κατακόρυφο επίπεδο.

Μία μεταλλική σφαίρα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και κατακόρυφα προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση, το μέτρο της οποίας είναι ίσο με  $a$  και στις δύο περιπτώσεις, όπως φαίνεται στην εικόνα. Στην εικόνα παριστάνονται επίσης και οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα σε κάθε περίπτωση.



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει η σχέση:

α.  $F_1 + F_2 = 2mg$ .                    β.  $F_1 - F_2 = mg$ .                    γ.  $F_1 + F_2 = mg$ .  
Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

**Σχόλιο:** Στην κατακόρυφη κίνηση ενός σώματος, όταν εφαρμόζετε το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, μην ξεχάσετε το βάρος του σώματος.

A. Σωστή απάντηση είναι η α.

B. Εφαρμόζουμε το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, προσέχοντας σε κάθε περίπτωση πώς είναι η κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης. Είναι:

1<sup>η</sup> περίπτωση:  $\Sigma F = ma \Rightarrow F_1 - mg = ma$  (1)

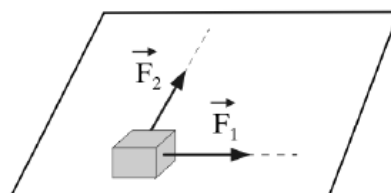
2<sup>η</sup> περίπτωση:  $\Sigma F = ma \Rightarrow mg - F_2 = ma$  (2)

Στις παραπάνω σχέσεις τα δεύτερα μέλη είναι ίσα, άρα είναι ίσα και τα πρώτα. Οπότε:

$$F_1 - mg = mg - F_2 \Rightarrow F_1 + F_2 = 2mg$$

### 19.14. Σκοπός: Δεύτερος νόμος Νεύτωνα και κάθετες δυνάμεις.

Σε κύβο μάζας 2 kg που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκούνται δύο οριζόντιες



δυνάμεις μέτρου  $F_1 = 4 \text{ N}$  και  $F_2 = 3 \text{ N}$  κάθετες μεταξύ τους όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα .

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί ο κύβος έχει μέτρο ίσο με:

α.  $2,5 \text{ m/s}^2$ .    β.  $1,5 \text{ m/s}^2$ .    γ.  $2 \text{ m/s}^2$ .

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Η συνισταμένη δύο κάθετων δυνάμεων  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  δίνεται από τη σχέση

$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$  . Αφού βρούμε τη συνισταμένη δύναμη, εφαρμόζουμε στη συνέχεια το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα.

A. Σωστή απάντηση είναι η α.

B. Η συνισταμένη των δύο κάθετων δυνάμεων είναι:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(3 \text{ N})^2 + (4 \text{ N})^2} \Rightarrow F = 5 \text{ N}$$

Επομένως η επιτάχυνση με την οποία κινείται ο κύβος είναι:

$$F = ma \Rightarrow 5 = 2a \Rightarrow a = 2,5 \text{ m/s}^2$$

### 19.15. Σκοπός: Επιτάχυνση, τύποι κίνησης και θεμελιώδης νόμος.

Παιδικό αμαξάκι έχει μάζα  $m = 1 \text{ kg}$  και κινείται σε οριζόντιο δάπεδο. Στο αμαξάκι ασκείται τη χρονική στιγμή  $t = 0$  οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 8 \text{ N}$ . Η γραφική παράσταση της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με τον χρόνο δίνεται στο διπλανό σχήμα.

Δυο μαθητές A και B συζητούν για τον τρόπο με τον οποίο μπορούν να υπολογίσουν την επιτάχυνση του.

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Ο A σκέφτεται να υπολογίσει την επιτάχυνση από τη γραφική παράσταση ενώ ο B από το λόγο  $F/m$ .

Το σωστό τρόπο υπολογισμού της επιτάχυνσης έχει σκεφθεί:

α. ο μαθητής A.    β. ο μαθητής B.    γ. και οι δυο.

Μονάδες 4

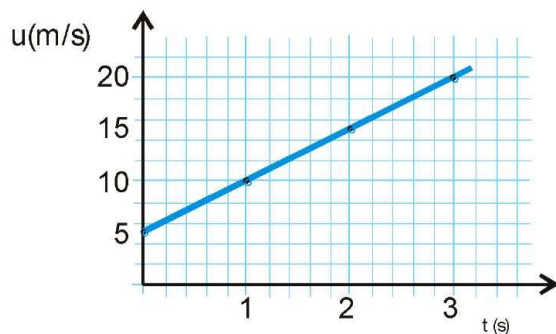
B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

**Σχόλιο:** Αν δεν ξέρουμε τι ισχύει για όλες τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα σε κάποιο πρόβλημα, η επιτάχυνσή του θα υπολογιστεί σωστά μόνο χρησιμοποιώντας τους τύπους της κίνησης.

A. Σωστή απάντηση είναι η α.





**B.** Επειδή δεν ξέρουμε αν στο σώμα ασκείται μόνο η δύναμη  $\vec{F}$ , δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι για τη σωστή χρήση του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα ( $\Sigma F = ma$ ). Ο σωστός υπολογισμός της επιτάχυνσης θα γίνει με τη χρήση του διαγράμματος και του

$$\text{τύπου } \alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

### 19.16. Σκοπός: Τρίτος νόμος Νεύτωνα.

Ο Μάριος που έχει μάζα 20 kg με τη μαμά του που έχει μάζα 60 kg κάνουν πατινάζ στον πάγο. Κάποια στιγμή, από απροσεξία, συγκρούονται με αποτέλεσμα να ακινητοποιηθούν και οι δυο.

**A.** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης:

- οι δυνάμεις που ασκούνται ανάμεσα στον Μάριο και τη μαμά του έχουν ίσα μέτρα αλλά προκαλούν επιβραδύνσεις με διαφορετικό μέτρο στον Μάριο και τη μαμά του.
- οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ του Μάριου και της μαμάς του έχουν ίσα μέτρα και προκαλούν ίσες επιβραδύνσεις στον Μάριο και τη μαμά του.
- η μαμά ασκεί μεγαλύτερη δύναμη στον Μάριο.

Μονάδες 4

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα, οι δυνάμεις μεταξύ δύο σωμάτων που αλληλεπιδρούν έχουν ίδιο μέτρο αλλά αντίθετες κατευθύνσεις. Οι δυνάμεις αυτές, αν οι μάζες των σωμάτων που αλληλεπιδρούν είναι διαφορετικές, θα προκαλέσουν διαφορετικές επιταχύνσεις σε κάθε σώμα.

**A.** Σωστή απάντηση είναι η α.

**B.** Λόγω του τρίτου νόμου του Νεύτωνα μεταξύ του Μάριου και της μαμάς του θα ασκηθούν δυνάμεις ίδιου μέτρου, που όμως, λόγω της διαφορετικής μάζας των δύο ατόμων, θα προκαλέσουν διαφορετικές επιβραδύνσεις.

### 19.17. Σκοπός: Στατική τριβή και ακινησία.

Στο κιβώτιο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$ , με μέτρα  $F_1 = 4 \text{ N}$  και  $F_2 = 3 \text{ N}$ . Το κιβώτιο παραμένει συνεχώς ακίνητο στο οριζόντιο δάπεδο.



**A.** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Στο κιβώτιο, ασκείται από το δάπεδο στατική τριβή, η οποία έχει:

- φορά προς τα δεξιά και μέτρο ίσο με 1 N.
- φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 1 N.
- φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 7 N.

Μονάδες 4

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Όταν σε ένα σώμα ασκούνται δυνάμεις αλλά παραμένει ακίνητο, τότε στο σώμα για να ισχύει η συνθήκη  $\Sigma F = 0$  θα πρέπει να του ασκείται και η στατική τριβή.

**A. Σωστή απάντηση είναι η β.**

**B.** Επειδή το κιβώτιο ισορροπεί θα πρέπει εκτός από τις δυνάμεις που δίνονται να υπάρχει και στατική τριβή. Ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_1 = F_2 + T_{\sigma\tau} \Rightarrow 4 \text{ N} = 3 \text{ N} + T_{\sigma\tau} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 1 \text{ N}$$

Η στατική τριβή έχει φορά προς τα αριστερά.

## 19.18. Σκοπός: Στατική τριβή και κίνηση.

Ο κύβος K βρίσκεται πάνω σε μια σανίδα, η οποία κινείται οριζόντια με επιτάχυνση ίση με  $a$ , με την επίδραση οριζόντιας δύναμης μέτρου  $F$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ο κύβος K κινείται μαζί με την σανίδα χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε αυτήν.



**A. Να αντιγράψετε το σχήμα στη κόλλα του γραπτού σας και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο.**

*Μονάδες 4*

**B. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.**

Ποια συνιστώσα δύναμης από αυτές που ασκούνται στον κύβο, τον αναγκάζει να κινείται μαζί με τη σανίδα.

α. Η δύναμη  $F$ .

β. Το βάρος του.

γ. Η στατική τριβή.

*Μονάδες 4*

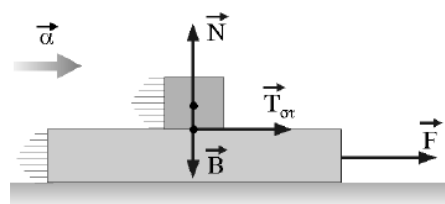
**Γ. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.**

*Μονάδες 5*

Λύση

**Σχόλιο:** Η στατική τριβή μπορεί να είναι υπεύθυνη και για την κίνηση ενός σώματος.

**A.** Οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο είναι το βάρος του  $\vec{B}$ , η κάθετη δύναμη στήριξης  $\vec{N}$  και η στατική τριβή  $\vec{T}_{\sigma\tau}$ .



**B. Σωστή απάντηση είναι η γ.**

**Γ.** Εφόσον ο κύβος κινείται με επιτάχυνση  $a$ , θα πρέπει σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του

Νεύτωνα να υπάρχει κάποια δύναμη ίδιας κατεύθυνσης με την επιτάχυνση. Η στατική τριβή είναι η μόνη δύναμη στη διεύθυνση κίνησης του κύβου, άρα είναι υπεύθυνη για την κίνησή του.

## 19.19. Σκοπός: Τάση νήματος και ισορροπία.

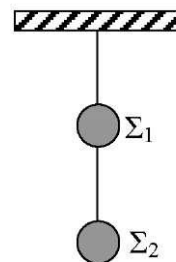
Δύο μεταλλικές σφαίρες  $\Sigma_1, \Sigma_2$  έχουν βάρη  $B_1$  και  $B_2$  αντίστοιχα και κρέονται ακίνητες με τη βοήθεια νημάτων αμελητέας μάζας από την οροφή, όπως παριστάνεται στο σχήμα.

A. Να μεταφέρετε το διπλανό σχήμα στο γραπτό σας και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στις σφαίρες  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ .

Μονάδες 5

B. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που σχεδιάσατε, σε συνάρτηση με τα βάρη  $B_1$  και  $B_2$  των δύο σφαιρών.

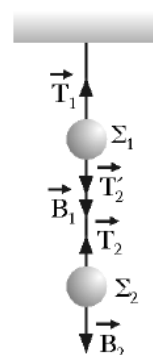
Μονάδες 7



Λύση

**Σχόλιο:** Η τάση του νήματος είναι μια δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα από τεντωμένο νήμα και το μέτρο της υπολογίζεται από τις υπόλοιπες δυνάμεις. Στη συγκεκριμένη περίπτωση επειδή έχουμε ισορροπία θα ισχύει  $\Sigma F = 0$ .

A. Στη σφαίρα  $\Sigma_2$  ασκούνται το βάρος της  $\vec{B}_2$  και η τάση του νήματος  $\vec{T}_2$ . Στη σφαίρα  $\Sigma_1$  ασκούνται το βάρος της  $\vec{B}_1$ , η τάση του νήματος  $\vec{T}_2'$  και η τάση του νήματος  $\vec{T}_1$ . Οι δυνάμεις αυτές φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Επειδή το νήμα είναι αβαρές ισχύει  $\vec{T}_2 = \vec{T}_2'$ .



B. Λόγω της ισορροπίας για κάθε σώμα ισχύει:

**Σώμα  $\Sigma_2$ :**  $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 = B_2$  (1)

**Σώμα  $\Sigma_1$ :**  $\Sigma F = 0 \Rightarrow B_1 + T_2' = T_1$  (2)

Λόγω της σχέσης (1) η σχέση (2) γίνεται:  $T_1 = B_1 + B_2$ .

## 19.20. Σκοπός: Νόμος της τριβής ολίσθησης.

Θέλετε να μειώσετε τη δύναμη της τριβής μεταξύ ενός «συγκρουόμενου αυτοκινήτου» του Λούνα Παρκ, το οποίο συνηθίζετε να οδηγείτε μαζί με ένα φίλο σας, και της οριζόντιας πίστας του Λούνα Πάρκ.

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για να πετύχετε κάτι τέτοιο θα πρέπει:

α. να οδηγείτε το αυτοκίνητο με μεγαλύτερη ταχύτητα.

β. να επιλέξετε το αυτοκίνητο που έχει τη μικρότερη βάση (επιφάνεια επαφής).

γ. να μην πάρετε μαζί σας το φίλο σας και να οδηγήσετε μόνος σας το αυτοκίνητο.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

**Σχόλιο:** Η τριβή ολίσθησης εξαρτάται από το είδος των επιφανειών και είναι ανάλογη με την κάθετη δύναμη στήριξης. Επίσης είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα κίνησης και το εμβαδόν των τριβόμενων επιφανειών.

A. Σωστή απάντηση είναι η γ.

**B.** Μειώνοντας το συνολικό βάρος μειώνεται το μέτρο της κάθετης δύναμης στήριξης (αφού  $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B$ ) και επομένως σύμφωνα με τη σχέση  $T = \mu N$  μειώνεται και η τριβή ολίσθησης.

### 19.21. Σκοπός: Δύναμη από το έδαφος.

Κιβώτιο βάρους  $B$  βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Ένας άνθρωπος δένει το κιβώτιο με αβαρές σκοινί και το σύρει πάνω στο δάπεδο. Όταν το σκοινί είναι οριζόντιο και μέσω αυτού ο άνθρωπος ασκεί στο κιβώτιο δύναμη μέτρου  $F = B$  το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η επίδραση του αέρα αμελείται.

**A.** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Το δάπεδο ασκεί στο κιβώτιο δύναμη με μέτρο:

- α.  $B$ .                      β.  $B\sqrt{2}$ .                      γ.  $2B$ .

Μονάδες 4

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

**Λύση**

**Σχόλιο:** Όταν ζητείται η συνολική δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα από το έδαφος, τότε θα πρέπει να υπολογίσουμε τη συνισταμένη της κάθετης δύναμης στήριξης  $\vec{N}$  και της τριβής ολίσθησης  $\vec{T}$ . Το μέτρο της δύναμης από το έδαφος σύμφωνα με τον κανόνα του παραλληλογράμμου θα είναι  $F_{\varepsilon\delta} = \sqrt{N^2 + T^2}$ .

**A.** Σωστή απάντηση είναι η β.

**B.** Η δύναμη που ασκείται στο κιβώτιο από το έδαφος φαίνεται στο διπλανό σχήμα και έχει μέτρο

$$\text{ίσο με } F_{\varepsilon\delta} = \sqrt{N^2 + T^2} \quad (1).$$

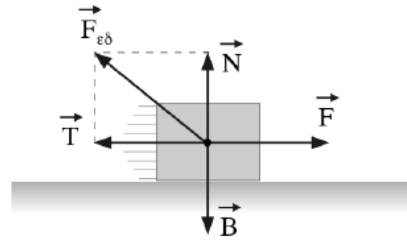
Σε κάθε άξονα ισχύουν:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F = T \Rightarrow T = B$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) προκύπτει:

$$F_{\varepsilon\delta} = \sqrt{B^2 + B^2} \Rightarrow F_{\varepsilon\delta} = B\sqrt{2}$$



### 19.22. Σκοπός: Βάρος και μάζα.

Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι 6,25 φορές μεγαλύτερο από το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης. Το βάρος ενός μεταλλικού κύβου, όπως μετράται με το ίδιο δυναμόμετρο, στη Γη είναι  $B_G$  και στην επιφάνεια της Σελήνης είναι  $B_S$ . Αν στον ίδιο κύβο, ασκηθεί οριζόντια δύναμη μέτρου  $F$  που αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο στην επιφάνεια της Γης αυτός θα κινηθεί με επιτάχυνση μέτρου  $a_G$ . Αν ασκηθεί οριζόντια δύναμη ίδιου μέτρου  $F$  στον ίδιο κύβο που αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο στην επιφάνεια της Σελήνης αυτός θα αποκτήσει επιτάχυνση μέτρου  $a_S$ . Η επίδραση του αέρα, όπου υπάρχει θεωρείται αμελητέα.

**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τα μέτρα των βαρών και των επιταχύνσεων που αποκτά ο κύβος ισχύουν οι σχέσεις:

α.  $B_G = 6,25B_S$  και  $a_G = 6,25a_S$ .

β.  $B_G = 6,25B_S$  και  $a_G = a_S$ .

γ.  $B_G = B_S$  και  $a_G = 6,25a_S$ .

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Το βάρος ενός σώματος ( $B = mg$ ) αλλάζει από τόπο σε τόπο (αφού αλλάζει η επιτάχυνση της βαρύτητας) ενώ η μάζα όχι.

A. Σωστή απάντηση είναι η β.

B. Σύμφωνα με τη σχέση  $B = mg$  και επειδή η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι 6,25 φορές μεγαλύτερη, προκύπτει ότι  $B_{\Gamma} = 6,25B_{\Sigma}$ .

Επειδή όμως η μάζα του κύβου δεν αλλάζει, τότε εφαρμόζοντας τη σχέση  $\Sigma F = ma$  και αφού η δύναμη που ασκείται είναι και στις δύο περιπτώσεις έχει μέτρο ίσο με  $F$ , προκύπτει ότι η επιτάχυνση και στη Γη αλλά και στη Σελήνη έχουν την ίδια τιμή, άρα  $a_{\Gamma} = a_{\Sigma}$ .

### 19.23. Σκοπός: Βάρος και επιτάχυνση κατά την πτώση σωμάτων.

Καθώς ο Μάριος περπατούσε από το σχολείο προς το σπίτι του, είδε έναν ελαιοχρωματιστή να στέκεται σε μια ψηλή σκαλωσιά και να βάφει ένα τοίχο. Κατά λάθος, ο ελαιοχρωματιστής έσπρωξε τον κουβά με την μπογιά (μάζας 10 kg) και τη βούρτσα (μάζας 0,5 kg). Τα δύο αντικείμενα έπεσαν στο έδαφος ταυτόχρονα. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

α. Η δύναμη της βαρύτητας που ασκείται στον κουβά με την μπογιά έχει μεγαλύτερο μέτρο από τη δύναμη της βαρύτητας που ασκείται στη βούρτσα.

β. Αφού τα δύο αντικείμενα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση, το μέτρο της δύναμης της βαρύτητας που ασκείται στο κάθε ένα θα πρέπει να είναι το ίδιο.

γ. Η δύναμη της βαρύτητας που ασκείται στη βούρτσα έχει μεγαλύτερο μέτρο ώστε να κινείται με τον ίδιο τρόπο όπως ο κουβάς.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

**Σχόλιο:** Μεταξύ δύο σωμάτων, όποιο έχει μεγαλύτερη μάζα του ασκείται και μεγαλύτερη δύναμη βαρύτητας. Όμως, ανεξάρτητα από τη μάζα και τα δύο σώματα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση.

A. Σωστή απάντηση είναι η α.

B. Ο κουβάς έχει μεγαλύτερη μάζα, οπότε σύμφωνα με τη σχέση  $B = mg$  του ασκείται και μεγαλύτερη δύναμη βαρύτητας. Λόγω της πτώσης και τα δύο σώματα (ανεξάρτητα από τη μάζα τους) κινούνται με την ίδια επιτάχυνση που έχει μέτρο ίσο με την επιτάχυνση της βαρύτητας.

### 19.24. Σκοπός: Ενέργεια που προσφέρεται σε ένα σώμα.

Εργάτης σπρώχνει κιβώτιο μάζας  $m$  πάνω σε οριζόντιο δρόμο ασκώντας σε αυτό οριζόντια δύναμη. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα και διανύει διάστημα  $S$ . Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του δρόμου και του κιβωτίου είναι  $\mu$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g$  και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Η ενέργεια που μεταφέρεται από τον εργάτη στο κιβώτιο είναι ίση με:

α. 0.                    β. mgS.                    γ. μmgS.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Το έργο μιας δύναμης  $\vec{F}$  που ασκείται σε ένα σώμα εκφράζει την ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα ή σε άλλες περιπτώσεις την ενέργεια που αφαιρείται από το σώμα.

A. Σωστή απάντηση είναι η γ.

B. Η ενέργεια που μεταφέρεται από τον εργάτη στο κιβώτιο εκφράζεται από το έργο της δύναμης που ασκεί ο εργάτης. Είναι:  $W_F = FS$  (1).

Επειδή το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα θα ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F = T \Rightarrow F = \mu N \Rightarrow F = \mu mg$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) προκύπτει  $W_F = \mu mgS$ .

## 19.25.                    Σκοπός: Έργο βάρους.

Κιβώτιο μάζας 500 kg βρίσκεται σε κατάστρωμα καραβιού. Γερανός μεταφέρει το κιβώτιο κατακόρυφα κατά 10 m κάτω από την αρχική του θέση και το τοποθετεί σε βαγόκι (διαδρομή I). Στη συνέχεια το βαγόκι κινείται σε ευθύγραμμες οριζόντιες ράγες και μεταφέρει το κιβώτιο σε απόσταση 100 m από τη θέση που το τοποθέτησε ο γερανός (διαδρομή II).

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν  $W_1$  και  $W_2$  είναι το έργο που παράγεται από το βάρος του κιβωτίου κατά τις διαδρομές (I) και (II) αντίστοιχα, τότε ισχύει:

α.  $W_1 = W_2$ .                    β.  $W_1 > W_2$ .                    γ.  $W_1 < W_2$ .

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Το έργο του βάρους είναι μηδέν για οριζόντια μετακίνηση και ίσο με  $W_B = \pm Bh$  για κατακόρυφες μετακινήσεις (θετικό για κίνηση προς τα κάτω και αρνητικό για κίνηση προς τα πάνω). Για κλειστή διαδρομή το έργο του βάρους είναι μηδέν.

A. Σωστή απάντηση είναι η β.

B. Για την κατακόρυφη μετακίνηση προς τα κάτω (διαδρομή I) το έργο του βάρους είναι  $W_1 = +Bh$ , ενώ για την οριζόντια μετακίνηση (διαδρομή II) είναι  $W_2 = 0$ . Άρα  $W_1 > W_2$ .

## 19.26.                    Σκοπός: Κινητική ενέργεια.

Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  έχουν ίσες μάζες και κινούνται στον ίδιο οριζόντιο δρόμο σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες  $v_1$  και  $v_2$  αντίστοιχα.

A. Από τις παρακάτω τρεις επιλογές, να επιλέξετε αυτήν που θεωρείτε σωστή.

Αν για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει  $v_1 = 2v_2$ , τότε ο λόγος  $\frac{K_1}{K_2}$  των κινητικών

ενεργειών των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , είναι ίσος με:

α. 4.                    β. -4.                    γ. 2.

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

**Σχόλιο:** Η κινητική ενέργεια είναι μονόμετρο μέγεθος, έχει πάντα θετικές τιμές και σύμφωνα με τη σχέση  $K = \frac{1}{2}mv^2$  είναι ανάλογη με το τετράγωνο της ταχύτητας του σώματος. Δείτε στο θέμα αυτό και έναν διαφορετικό τρόπο δικαιολόγησης.

A. Σωστή απάντηση είναι η α.

B. Σύμφωνα με τη σχέση  $K = \frac{1}{2}mv^2$  και επειδή τα δύο σώματα έχουν ίδιες μάζες, αλλά η ταχύτητα του  $\Sigma_1$  είναι διπλάσια από την ταχύτητα του  $\Sigma_2$  ( $v_1 = 2v_2$ ) τότε η κινητική ενέργεια του  $\Sigma_1$  είναι τετραπλάσια από την κινητική ενέργεια του  $\Sigma_2$ . Δηλαδή  $K_1 = 4K_2$ . Άρα ο ζητούμενος λόγος είναι ίσος με 4.

### 19.27. Σκοπός: Μεταβολή της δυναμικής ενέργειας.

Μία μεταλλική σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Σε σημείο A της τροχιάς της έχει ταχύτητα μέτρου  $v$  και κινητική ενέργεια ίση με  $K$ . Σε ένα άλλο σημείο B που βρίσκεται χαμηλότερα από το A το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας είναι ίσο με  $2v$ .

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας από τη θέση A στην θέση B είναι ίση με:

α.  $-3K$       β.  $2K$       γ.  $-4K$

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

**Σχόλιο:** Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας ενός σώματος δίνεται από τη σχέση  $\Delta U = U_{\text{τελ}} - U_{\text{αρχ}} = mgh_{\text{τελ}} - mgh_{\text{αρχ}}$  ή από τη σχέση  $\Delta U = -W_B$ . Η διαφορά  $\Delta U$  μπορεί να προκύψει και εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε., εφόσον ισχύει στο πρόβλημά μας.

A. Σωστή απάντηση είναι η α.

B. Επειδή η σφαίρα κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους του, ισχύει για τις θέσεις A και B η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.). Είναι:

$$E_{\text{μηχ,A}} = E_{\text{μηχ,B}} \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow \Delta U = K_A - K_B \quad (1)$$

Επειδή στη θέση B η σφαίρα έχει διπλάσια ταχύτητα, σύμφωνα με τον τύπο της κινητικής ενέργειας  $K = \frac{1}{2}mv^2$  θα έχει τετραπλάσια κινητική ενέργεια, άρα  $K_B = 4K_A = 4K$ .

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) προκύπτει:  $\Delta U = -3K$ .

### 19.28. Σκοπός: Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας (1).

Ένα όχημα κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα μέτρου  $10 \text{ m/s}$ . Στο όχημα ασκούνται δυνάμεις και το μέτρο της ταχύτητας του μεταβάλλεται. Το ολικό έργο των δυνάμεων που απαιτείται για να αυξηθεί το μέτρο της ταχύτητας του οχήματος από

10 m/s σε 20 m/s, είναι ίσο με  $W_1$ , ενώ για να αυξηθεί το μέτρο της ταχύτητας του οχήματος από 20 m/s σε 30 m/s, είναι ίσο με  $W_2$ .

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τα έργα  $W_1$  και  $W_2$ , ισχύει:

α.  $W_1 = W_2$ .

β.  $W_1 > W_2$ .

γ.  $W_1 < W_2$ .

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας συνδέει τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος με τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.  
Ισχύει:  $\Delta K = \Sigma W$ .

A. Σωστή απάντηση είναι η γ.

B. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τις δύο περιπτώσεις. Είναι:

$$1^{\text{η}} \text{ περίπτωση: } \Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot 20^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot 10^2 = W_1 \Rightarrow W_1 = 150m$$

$$2^{\text{η}} \text{ περίπτωση: } \Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot 30^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot 20^2 = W_2 \Rightarrow W_2 = 250m$$

Επομένως:  $W_1 < W_2$ .

## 19.29. Σκοπός: Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας (2).

Κιβώτιο μάζας  $M$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στο κιβώτιο αρχίζει να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F$ . Όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά  $x_1$  έχει αποκτήσει κινητική ενέργεια  $K_1$  και κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ .

A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά  $x_2 = 4x_1$ :

α. το κιβώτιο θα έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 4v_1$ .

β. το κιβώτιο θα έχει αποκτήσει κινητική ενέργεια  $K_2 = 4K_1$ .

γ. το κιβώτιο θα έχει αποκτήσει κινητική ενέργεια  $K_2 = 2K_1$ .

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

**Σχόλιο:** Το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μπορεί να χρησιμοποιηθεί και όταν θέλουμε να βρούμε κάποια σχέση μεταξύ των μεγεθών κινητικής ενέργειας ( $K$ ), έργου ( $W$ ), ταχύτητας ( $v$ ) ή μετατόπισης ( $x$ ).

A. Σωστή απάντηση είναι η β.

B. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από τη αρχική θέση και για μετατόπιση κατά  $x_1$ . Είναι:

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_1 - 0 = +Fx_1 \Rightarrow K_1 = Fx_1 \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από την αρχική θέση και για μετατόπιση κατά  $x_2 = 4x_1$ . Είναι:

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_2 - 0 = +Fx_2 \Rightarrow K_2 = 4Fx_1 \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:  $K_2 = 4K_1$ .

## 19.30. Σκοπός: Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας (1).



Από ένα σημείο του εδάφους εκτοξεύουμε μικρή μεταλλική σφαίρα κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0$  και φτάνει σε μέγιστο ύψος ίσο με  $h$  πάνω από το έδαφος. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Για να φτάσει η σφαίρα σε μέγιστο ύψος ίσο με  $2h$ , πρέπει να εκτοξευτεί με ταχύτητα μέτρου:

- α.  $2v_0$ .      β.  $4v_0$ .      γ.  $v_0\sqrt{2}$ .

*Μονάδες 4*

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 9*

**Λύση**

**Σχόλιο:** Όταν ένα σώμα κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους του (π.χ. ελεύθερη πτώση ή κατακόρυφη βολή) μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, προκειμένου να υπολογίσουμε κάποια ταχύτητα ή κάποιο ύψος.

A. Σωστή απάντηση είναι η γ.

B. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σημείο A (σημείο εκτόξευσης) και το σημείο B όπου σταματά στιγμιαία η σφαίρα (μέγιστο ύψος), θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος. Είναι:

$$E_{μηχ,A} = E_{μηχ,B} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0 + mgh \Rightarrow v_0^2 = 2gh \quad (1)$$

Ομοίως η εφαρμογή της Α.Δ.Μ.Ε., αλλά με άγνωστη την αρχική ταχύτητα  $v_1$  για να φτάσει σε ύψος  $2h$ , προκύπτει:  $v_1^2 = 2g \cdot (2h)$  (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει  $v_1^2 = 2v_0^2 \Rightarrow v_1 = v_0\sqrt{2}$ .

### 19.31. Σκοπός: Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας (2).

Σφαίρα μικρών διαστάσεων βρίσκεται ακίνητη σε μικρό ύψος  $h$  πάνω από το έδαφος. Στο ύψος αυτό με επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, η σφαίρα έχει δυναμική ενέργεια ίση με  $120 \text{ J}$ . Η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση με την επίδραση του αέρα να θεωρείται αμελητέα.

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Όταν η σφαίρα βρεθεί σε απόσταση ίση με  $h/3$ , από το σημείο εκκίνησης, τότε η δυναμική της ενέργεια  $U$  και η κινητική της ενέργεια  $K$  θα είναι αντίστοιχα:

- α.  $U = 40 \text{ J}$ ,  $K = 80 \text{ J}$ .    β.  $U = 80 \text{ J}$ ,  $K = 40 \text{ J}$ .    γ.  $U = 90 \text{ J}$ ,  $K = 30 \text{ J}$ .

*Μονάδες 4*

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 9*

**Λύση**

**Σχόλιο:** Η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τον υπολογισμό κάποιας κινητικής ή δυναμικής ενέργειας.

A. Σωστή απάντηση είναι η β.

B. Η αρχική δυναμική ενέργεια της σφαίρας (σημείο O) είναι:  $U = mgh = 120 \text{ J}$ . Επειδή η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη, στο σημείο αυτό η κινητική της ενέργεια είναι ίση με μηδέν, και επομένως η μηχανική της ενέργειας είναι ίση με  $120 \text{ J}$  ( $E_{μηχ(O)} = 120 \text{ J}$ ).

Όταν η σφαίρα βρεθεί σε απόσταση ίση με  $h/3$  (σημείο A) από το σημείο εκκίνησης θα απέχει από το έδαφος απόσταση  $h - \frac{h}{3} = \frac{2h}{3}$  και θα έχει δυναμική ενέργεια ίση με:

$$U = mg \frac{2h}{3} = \frac{2}{3} mgh = \frac{2}{3} U_{\text{αρχ}} = \frac{2}{3} \cdot 120 \text{ J} \Rightarrow U = 80 \text{ J}$$

Η μηχανική ενέργεια στη θέση A είναι ίση με 120 J (όσο η μηχανική ενέργεια στο σημείο O, αφού διατηρείται σταθερή). Οπότε:

$$\text{Θέση A: } E_{\text{μηχ(A)}} = K_A + U_A \Rightarrow 120 \text{ J} = K + 80 \text{ J} \Rightarrow K = 40 \text{ J.}$$

### 19.32. Σκοπός: Συμπλήρωση τιμών σε πίνακα.

Μία μπάλα κινείται υπό την επίδραση μόνο του βάρους της και διέρχεται διαδοχικά από τα σημεία A, B, Γ.

A. Αφού μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στην κόλλα σας να τον συμπληρώσετε. Στον πίνακα δίνονται κάποιες από τις τιμές της κινητικής, της δυναμικής και της μηχανικής ενέργειας της μπάλας στα σημεία A, B, Γ.

Σημείο	Κινητική ενέργεια (J)	Δυναμική ενέργεια (J)	Μηχανική ενέργεια (J)
A		80	100
B	40		
Γ		10	

Μονάδες 4

B. Να εξηγήσετε πώς υπολογίσατε κάθε τιμή ενέργειας με την οποία συμπληρώσατε τον πίνακα.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Προκειμένου να συμπληρώσουμε έναν πίνακα με τα στοιχεία που θέλουμε, βρίσκουμε ποια σχέση ισχύει για το φαινόμενο που εξετάζουμε και με βάση αυτήν συμπληρώνουμε τον πίνακα.

A. Ο πίνακας συμπληρωμένος έχει ως εξής:

Σημείο	Κινητική ενέργεια (J)	Δυναμική ενέργεια (J)	Μηχανική ενέργεια (J)
A	20	80	100
B	40	60	100
Γ	90	10	100

B. Για τη θέση A ισχύει:  $E_{\text{μηχ(A)}} = K_A + U_A \Rightarrow 100 \text{ J} = K_A + 80 \text{ J} \Rightarrow K_A = 20 \text{ J.}$

Επειδή το σώμα κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους του, η μηχανική του ενέργεια είναι σταθερή σε κάθε θέση και ίση με 100 J. Επομένως:

$$E_{\text{μηχ(B)}} = E_{\text{μηχ(Γ)}} = 100 \text{ J.}$$

Για τις άλλες δύο θέσεις ισχύει:

$$\text{Θέση B: } E_{\text{μηχ(B)}} = K_B + U_B \Rightarrow 100 \text{ J} = 40 \text{ J} + U_B \Rightarrow U_B = 60 \text{ J.}$$

$$\text{Θέση Γ: } E_{\text{μηχ(Γ)}} = K_{\Gamma} + U_{\Gamma} \Rightarrow 100 \text{ J} = K_{\Gamma} + 10 \text{ J} \Rightarrow K_{\Gamma} = 90 \text{ J.}$$

**19.33.** Σκοπός: **Ρυθμός προσφοράς ενέργειας.**

Ένας άνθρωπος σπρώχνει σε οριζόντιο δάπεδο ένα κιβώτιο το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα.

A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια από τον άνθρωπο στο κιβώτιο με την πάροδο του χρόνου:

α. μειώνεται.      β. παραμένει σταθερός.      γ. αυξάνεται.

*Μονάδες 4*

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

*Μονάδες 9*

Λύση

**Σχόλιο:** Ο ρυθμός προσφοράς ενέργειας ισούται με τη στιγμιαία ισχύ η οποία δίνεται από τη σχέση  $P_F = Fv$ .

A. Σωστή απάντηση είναι η β.

B. Εφόσον το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα, τότε ο ρυθμός προσφοράς ενέργειας από τον άνθρωπο, σύμφωνα με τη σχέση  $P = Fv$ , θα μένει σταθερός.

**19.34.** Σκοπός: **Μέση ισχύς.**

Δυο ξύλινα κιβώτια A και Γ βρίσκονται ακίνητα στο έδαφος. Με τη βοήθεια γερανού τα δυο κιβώτια μεταφέρονται από το έδαφος στην ταράτσα ενός κτιρίου, στο ίδιο χρονικό διάστημα. Η μάζα του κιβωτίου A είναι μεγαλύτερη από τη μάζα του κιβωτίου Γ. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$  είναι σταθερή.

A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Η μέση ισχύς που απέδωσε ο γερανός για τη μεταφορά του κιβωτίου A είναι:

- α. μεγαλύτερη από τη μέση ισχύ για τη μεταφορά του κιβωτίου Γ.  
β. ίση με τη μέση ισχύ για τη μεταφορά του κιβωτίου Γ.  
γ. μικρότερη από τη μέση ισχύ για τη μεταφορά του κιβωτίου Γ.

*Μονάδες 4*

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

*Μονάδες 9*

Λύση

**Σχόλιο:** Η μέση ισχύς μιας δύναμης υπολογίζεται από τη σχέση  $\bar{P}_F = \frac{W_F}{\Delta t}$ , όπου  $W_F$  το έργο της δύναμης  $F$  για το χρονικό διάστημα  $\Delta t$  που με ενδιαφέρει.

A. Σωστή απάντηση είναι η α.

B. Η μέση ισχύς που απέδωσε ο γερανός δίνεται από τη σχέση:  $\bar{P}_F = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{Fh}{\Delta t}$  (1).

Επειδή το ύψος  $h$  και η χρονική διάρκεια  $\Delta t$  και στις δύο περιπτώσεις είναι ίδια, για να συγκρίνουμε τη μέση ισχύ, θα πρέπει να συγκρίνουμε τις δυνάμεις που ασκεί ο γερανός σε κάθε περίπτωση.

Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα είναι:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - B = ma \Rightarrow F = mg + ma \Rightarrow F = m(g + a) \quad (2)$$

Λόγω της επιταχυνόμενης κίνησης προκύπτει για την κίνηση κάθε κιβωτίου:

$$y = \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow \alpha = \frac{2y}{t^2}$$

Όμως οι ανυψώσεις των δύο κιβωτίων πραγματοποιούνται στον ίδιο χρόνο και μέχρι το ίδιο ύψος  $h$ , οπότε οι επιταχύνσεις τους είναι ίδιες.

Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι στην περίπτωση του κιβωτίου A που έχει μεγαλύτερη μάζα θα απαιτείται και μεγαλύτερη δύναμη από τον γερανό ( $F_A > F_B$ ). Επομένως από τη σχέση (1) προκύπτει ότι και η μέση ισχύς για τη μεταφορά του κιβωτίου A θα είναι μεγαλύτερη.

### 19.35. Σκοπός: Διάγραμμα $x - t$ και είδος κίνησης.

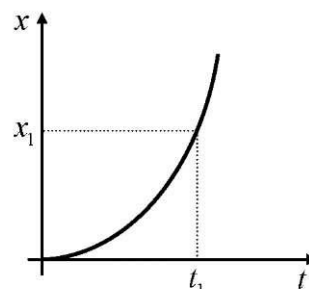
Ένας σκιέρ κινείται ευθύγραμμα. Η γραφική παράσταση της θέσης του σκιέρ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι παραβολή και παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα.

A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Από το διάγραμμα αυτό συμπεραίνουμε ότι το μέτρο της ταχύτητας του σκιέρ:

α. αυξάνεται. β. μειώνεται. γ. δε μεταβάλλεται.

Μονάδες 4



Μονάδες 8

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

**Σχόλιο:** Από τη μορφή του διαγράμματος που μας δίνεται, μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για το είδος της κίνησης που πραγματοποιεί ένα σώμα.

A. Σωστή απάντηση είναι η α.

B. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι η «καμπύλη μας γίνεται όλο και πιο απότομη». Αυτό σημαίνει ότι καθώς αυξάνεται ο χρόνος, αυξάνεται η κλίση της καμπύλης σε κάθε σημείο, οπότε η κίνηση γίνεται με συνεχώς αυξανόμενη ταχύτητα.

### 19.36. Σκοπός: Διάγραμμα $x - t$ και ταχύτητα.

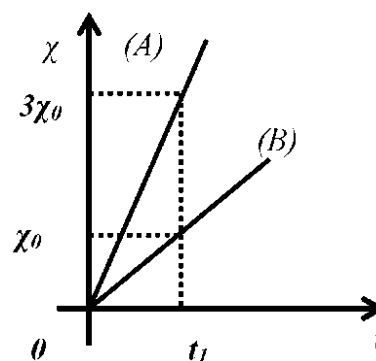
Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η τιμή της θέσης δύο σωμάτων (A) και (B), σε συνάρτηση με το χρόνο. Τα σώματα κινούνται σε παράλληλες τροχιές με την ίδια φορά και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι το ένα δίπλα στο άλλο.

A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

α. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων ικανοποιούν τη σχέση  $v_A = 3v_B$ .

β. Η μετατόπιση του σώματος (B) στο χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow t_1$  είναι μεγαλύτερη από αυτήν του σώματος (A) στο ίδιο χρονικό διάστημα.

γ. Τη χρονική στιγμή  $t_1$  το σώμα (A) προπορεύεται του (B) κατά  $3x_0$ .



Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

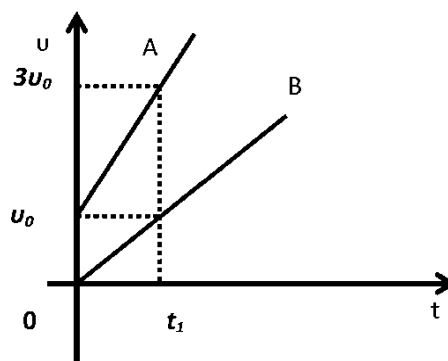
**Σχόλιο:** Από το διάγραμμα θέσης-χρόνου μπορούμε με την κλίση να υπολογίσουμε την ταχύτητα.

A. Σωστή απάντηση είναι η α.

B. Στο χρονικό διάστημα 0 ως  $t_1$  η μετατόπιση του σώματος A είναι τριπλάσια από τη μετατόπιση του σώματος B ( $\Delta x_A = 3x_0$ ,  $\Delta x_B = x_0$ ), οπότε σύμφωνα με τη σχέση  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  θα έχει και τριπλάσια ταχύτητα. Δηλαδή  $v_A = 3v_B$ .

### 19.37. Σκοπός: Διάγραμμα $v - t$ .

Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιασθεί τα διαγράμματα A και B της τιμής της ταχύτητας δυο σωμάτων, σε συνάρτηση με το χρόνο. Τα σώματα κινούνται σε παράλληλες ευθύγραμμες τροχιές



A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

- Τα μέτρα των επιταχύνσεων των δύο σωμάτων ικανοποιούν τη σχέση  $a_B = 2a_A$ .
- Αν τα δύο σώματα έχουν ίσες μάζες τότε η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα A είναι ίση με τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα B.
- Αν  $S_A$  το διάστημα που διανύει το σώμα A στο χρονικό διάστημα 0 ως  $t_1$  και  $S_B$  το διάστημα που διανύει το σώμα B στο ίδιο χρονικό διάστημα θα ισχύει  $S_A = 4S_B$ .

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Σε ένα διάγραμμα  $v - t$  μπορούμε να υπολογίσουμε:

Από την κλίση την επιτάχυνση με την οποία κινείται ένα σώμα.

Από το εμβαδόν την μετατόπιση του σώματος.

A. Σωστή απάντηση είναι η γ.

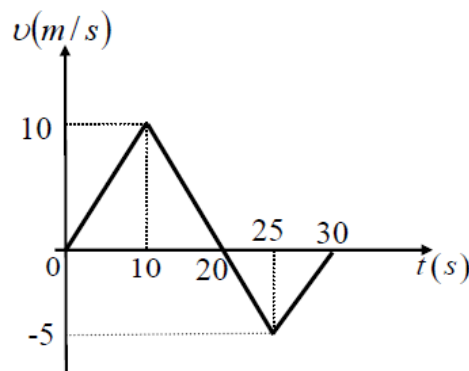
B. Επειδή η κλίση της γραμμής για το σώμα A είναι μεγαλύτερη από την κλίση της γραμμής για το σώμα B, προκύπτει ότι το σώμα A έχει μεγαλύτερη επιτάχυνση (άρα οι προτάσεις (α) και (β) είναι λανθασμένες). Το διάστημα που διανύει κάθε σώμα υπολογίζεται από το εμβαδόν. Είναι:

$$S_A = \frac{v_0 + 3v_0}{2} t_1 = 2v_0 t_1 \quad \text{και} \quad S_B = \frac{v_0}{2} t_1 = \frac{v_0 t_1}{2}.$$

Συγκρίνοντας τις σχέσεις αυτές προκύπτει  $S_A = 4S_B$ .

### 19.38. Σκοπός: Διάγραμμα $v - t$ , μετατόπιση και διάστημα.

Μία μπίλια τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s, βρίσκεται αρχικά ακίνητη στην θέση  $x = 0$  m του οριζώντιου άξονα  $x'x$ . Η μπίλια τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s, αρχίζει να κινείται και η τιμή της ταχύτητας της σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα. Με S και  $\Delta x$  συμβολίζουμε αντίστοιχα το διάστημα που διανύει η μπίλια και τη μετατόπιση της στο χρονικό διάστημα  $0$  s  $\rightarrow$  30 s.



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τις τιμές των μεγεθών  $s$  και  $\Delta x$  ισχύει:

α.  $S = \Delta x = 125 \text{ m}$ .

β.  $S = 30 \text{ m}$  και  $\Delta x = 10 \text{ m}$ .

γ.  $S = 125 \text{ m}$  και  $\Delta x = 75 \text{ m}$ .

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

**Σχόλιο:** Για να βρούμε το διάστημα που διανύει ένα σώμα προσθέτουμε κατά απόλυτη τιμή, όλες τις μετατοπίσεις.

A. Σωστή απάντηση είναι η γ.

B. Από 0 ως 20 s η μπίλια μετατοπίζεται κατά  $\Delta x_1 = \frac{10 \cdot 20}{2} \text{ m} \Rightarrow \Delta x_1 = 100 \text{ m}$ .

Από 20 s ως 30 s η μπίλια μετατοπίζεται κατά  $\Delta x_2 = \frac{10 \cdot (-5)}{2} \text{ m} \Rightarrow \Delta x_2 = -25 \text{ m}$ .

Επομένως η συνολική μετατόπιση είναι  $\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 75 \text{ m}$  ενώ το συνολικό διάστημα είναι  $S_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 125 \text{ m}$ .

**19.39.** Σκοπός: Διάγραμμα  $v - t$  και μέση ταχύτητα.

Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η το μέτρο της ταχύτητας ενός αυτοκινήτου που μετακινείται ευθύγραμμα σε συνάρτηση με το χρόνο.

A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

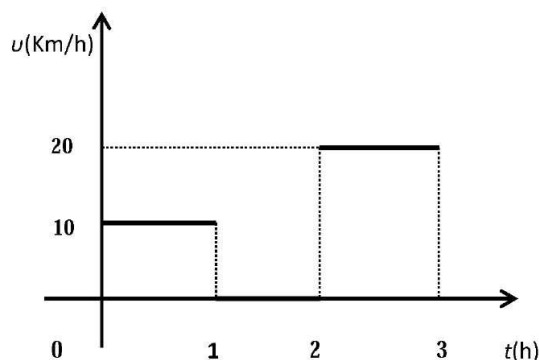
Η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 3 \text{ h}$  είναι ίση με:

α. 15 km/h. β. 20 km/h. γ. 10 km/h.

Μονάδες 8

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογής σας.

Μονάδες 8



Λύση

**Σχόλιο:** Για τον υπολογισμό της μέσης ταχύτητας εφαρμόζουμε τη σχέση  $v_{\mu} = \frac{S}{\Delta t}$ .

A. Σωστή απάντηση είναι η γ.

B. Από 0 ως 1 h το αυτοκίνητο διανύει διάστημα  $S_1 = (10 \cdot 1) \text{ km} \Rightarrow S_1 = 10 \text{ km}$ , από 1 h ως

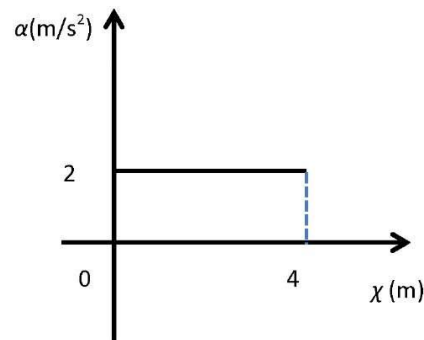
2 h είναι ακίνητο και από 2 h ως 3 h διανύει διάστημα  $S_2 = (20 \cdot 1) \text{ km} \Rightarrow S_2 = 20 \text{ km}$ .

Συνολικά σε 3 h διανύει 30 km, οπότε η μέση ταχύτητα του είναι:

$$v_{\mu} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{30 \text{ km}}{3 \text{ h}} \Rightarrow v_{\mu} = 10 \text{ km/h}$$

**19.40.** Σκοπός: Διάγραμμα  $a - x$ .

Ένα κιβώτιο μάζας 2 kg είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ . Το μέτρο της επιτάχυνσης του κιβωτίου σε συνάρτηση με την μετατόπιση φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



- Α. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.  
 α. Η δύναμη που ασκείται στο κιβώτιο έχει μέτρο  $F = 2 \text{ N}$ .  
 β. Η κίνηση του κιβωτίου είναι ευθύγραμμη ομαλή.  
 γ. Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά  $x = 4 \text{ m}$  είναι ίσο με 16 J.

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

Λύση

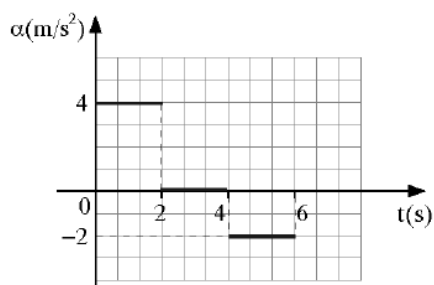
**Σχόλιο:** Ακόμη και αν σας δώσουνε ένα άγνωστο διάγραμμα μην φοβηθείτε. Εκμεταλλευτείτε τις πληροφορίες που μπορείτε να πάρετε από αυτό και δουλέψτε κανονικά.

Α. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Β. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι το κιβώτιο κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $a = 2 \text{ m/s}^2$ . Η δύναμη που του ασκείται σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα είναι:  $F = ma = (2 \cdot 2) = 4 \text{ N}$  και το έργο της δύναμης για μετατόπιση κατά 4 m είναι  $W_F = Fx = (4 \cdot 4) \text{ J} = 16 \text{ J}$ .

### 19.41. Σκοπός: Διάγραμμα $a - t$ .

Ένα όχημα ξεκινά από την ηρεμία και κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο. Στη διπλανή εικόνα παριστάνεται το διάγραμμα της τιμής της επιτάχυνσης του οχήματος σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$ .



Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

- Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$  η τιμή της ταχύτητας του οχήματος είναι ίση με:  
 α. +4 m/s. β. +12 m/s. γ. -4 m/s.

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Από διάγραμμα  $a - t$  μπορούμε από το εμβαδόν να υπολογίσουμε τη μεταβολή της ταχύτητας ( $\Delta v$ ). Κατά συνέπεια γνωρίζοντας την αρχική ταχύτητα μπορούμε από τη σχέση  $\Delta v = v_{\text{τελ}} - v_{\text{αρχ}}$ , να προσδιορίσουμε την τελική ταχύτητα οποιαδήποτε χρονική στιγμή μας λένε.

Α. Σωστή απάντηση είναι η α.

Β. Από 0 ως 2 s η μεταβολή της ταχύτητας του οχήματος είναι

$\Delta v_1 = (4 \cdot 2) \text{ m/s} \Rightarrow \Delta v_1 = 8 \text{ m/s}$ , από 2 s ως 4 s δεν μεταβάλλεται καθόλου η ταχύτητά του και από 4 s ως 6 s η μεταβολή της ταχύτητάς του είναι

$\Delta v_2 = (-2 \cdot 2) \text{ m/s} \Rightarrow \Delta v_2 = -4 \text{ m/s}$ . Συνολικά η μεταβολή της ταχύτητας είναι ίση με +4

m/s και αφού το σώμα ξεκίνησε από την ηρεμία, τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$  θα έχει ταχύτητα  $4 \text{ m/s}$ .

### 19.42. Σκοπός: Διάγραμμα $F - x$ .

Μικρό σώμα είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  της οποίας η τιμή μεταβάλλεται με τη θέση όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα:

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η κινητική ενέργεια του σώματος:

α. από τη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$  έως τη θέση  $x_A$  παραμένει σταθερή.

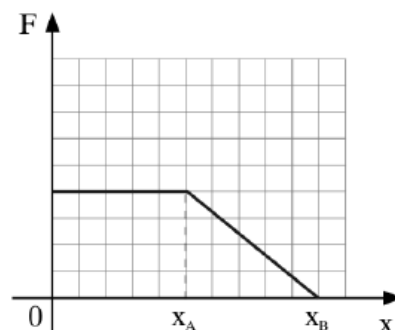
β. από τη θέση  $x_A$  έως τη θέση  $x_B$  μειώνεται.

γ. από τη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$  έως τη θέση  $x_B$  αυξάνεται.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9



Λύση

**Σχόλιο:** Από το εμβαδόν στο διάγραμμα  $F - x$  μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης που προσφέρεται ή αφαιρείται από το σώμα. Αν η δύναμη έχει θετικές τιμές ανεξάρτητα αν είναι σταθερή, αν αυξάνεται ή αν μειώνεται το μέτρο της, στο σώμα προσφέρεται ενέργεια και επομένως η κινητική του ενέργεια αυξάνεται συνεχώς.

A. Σωστή απάντηση είναι η γ.

B. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος από τη θέση  $x = 0$  μέχρι τη θέση  $x_B$ . Είναι  $\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\text{τελ}} - 0 = W_F \Rightarrow K_{\text{τελ}} = W_F$  (1).

Επειδή σε όλη της διάρκεια της κίνησης, από τη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$  έως τη θέση  $x_B$ , το έργο της δύναμης  $\vec{F}$ , το οποίο υπολογίζεται από το εμβαδόν, είναι θετικό, η κινητική ενέργεια του σώματος, σύμφωνα με τη σχέση (1) θα αυξάνεται συνεχώς.

### 19.43. Σκοπός: Διάγραμμα $F - t$ και κινητική ενέργεια.

Σε μια μπάλα που αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  και αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα. Στο διπλανό διάγραμμα, φαίνεται πώς μεταβάλλεται η αλγεβρική τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο.

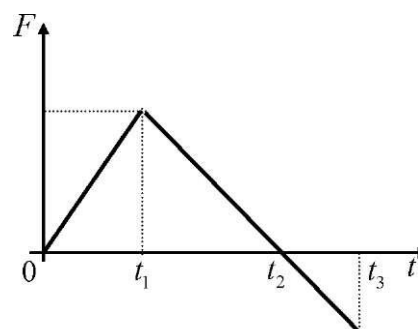
A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Η κινητική ενέργεια της μπάλας έχει τη μέγιστη τιμή της:

α. τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

β. τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

γ. τη χρονική στιγμή  $t_3$ .



Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

**Σχόλιο:** Από το διάγραμμα  $F - t$  δεν μπορούμε να υπολογίσουμε την ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα, όπως από το διάγραμμα  $F - x$ . Μπορούμε όμως και πάλι να



διαπιστώσουμε ότι για όσο χρονικό διάστημα η δύναμη  $\vec{F}$  έχει θετικές τιμές, προσφέρεται ενέργεια στο σώμα, ενώ για όσο χρονικό διάστημα η δύναμη  $\vec{F}$  έχει αρνητικές τιμές, αφαιρείται ενέργεια από το σώμα, ανεξάρτητα αν η δύναμη  $\vec{F}$  είναι σταθερή ή αν αυξάνεται ή αν μειώνεται. Τα συμπεράσματα αυτά ισχύουν για κίνηση του σώματος προς τα θετικά.

**A. Σωστή απάντηση είναι η β.**

**B.** Μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_2$  η δύναμη  $\vec{F}$  παίρνει θετικές τιμές, πράγμα που σημαίνει ότι το έργο της είναι θετικό (αφού θα έχει ίδια κατεύθυνση με τη φορά κίνησης του σώματος) και επομένως μέχρι τότε προσφέρεται ενέργεια στην μπάλα που έχει ως συνέπεια η κινητική της ενέργεια να αυξάνεται συνεχώς. Μετά τη χρονική στιγμή  $t_2$  η δύναμη  $\vec{F}$  παίρνει αρνητικές τιμές, πράγμα που σημαίνει ότι το έργο της είναι αρνητικό (αφού θα έχει αντίθετη κατεύθυνση από τη φορά κίνησης του σώματος) και επομένως αφαιρείται ενέργεια από το σώμα που έχει ως συνέπεια η κινητική της ενέργεια να μειώνεται. Άρα η κινητική ενέργεια της μπάλας είναι μέγιστη τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

## 19.44. Σκοπός: Διάγραμμα $F - t$ και κινήσεις.

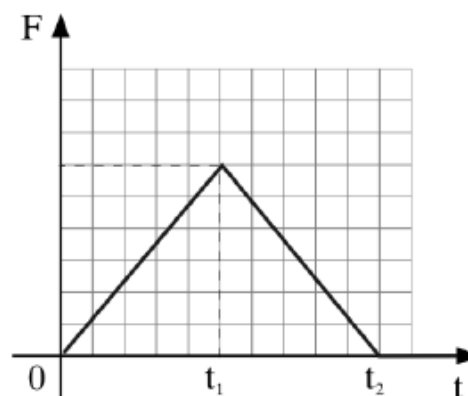
Σε ένα κιβώτιο που αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να εφαρμόζεται μια οριζόντια δύναμη σταθερής κατεύθυνσης, το μέτρο της οποίας είναι σταθερό μέχρι τη στιγμή  $t_1$ . Στη συνέχεια το μέτρο της δύναμης μειώνεται μέχρι που στο διπλανό διάγραμμα.

**A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.**

**α.** Μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$  το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

**β.** Μέχρι την στιγμή  $t_1$  το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και στην συνέχεια επιβραδυνόμενη κίνηση.

**γ.** Μετά από τον μηδενισμό της δύναμης το σώμα συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα.



*Μονάδες 4*

**B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.**

*Μονάδες 9*

**Λύση**

**Σχόλιο:** Αν σε ένα διάγραμμα  $F - t$  η δύναμη  $\vec{F}$  είναι σταθερή (και μη μηδενική) για κάποιο χρονικό διάστημα, τότε η κίνηση είναι ομαλά μεταβαλλόμενη. Αν όμως σε κάποιο χρονικό διάστημα το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  μειώνεται, αυτό δεν σημαίνει ότι η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη!

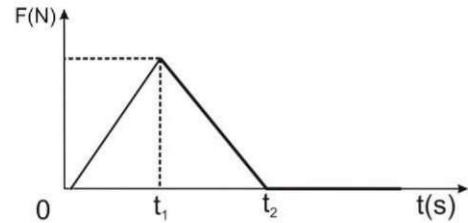
**A. Σωστή απάντηση είναι η γ.**

**B.** Από 0 ως  $t_1$  το κιβώτιο εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, αφού η δύναμη που του ασκείται έχει σταθερό μέτρο και σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα ( $\Sigma F = ma$ ) θα προσδώσει στο κιβώτιο και σταθερή επιτάχυνση. Από  $t_1$  ως  $t_2$  το κιβώτιο εξακολουθεί να επιταχύνεται αλλά όχι ομαλά, καθώς η δύναμη που του ασκείται δεν είναι σταθερή. Στο χρονικό αυτό διάστημα το κιβώτιο κινείται με επιτάχυνση της οποίας το μέτρο μειώνεται συνεχώς, αφού μειώνεται η δύναμη. Επειδή όμως η δύναμη  $\vec{F}$  (παρόλο που μειώνεται) έχει

θετικές τιμές, η ταχύτητα του κιβωτίου εξακολουθεί να αυξάνεται. Μετά τη χρονική στιγμή  $t_2$  όπου μηδενίζεται η δύναμη  $\vec{F}$  το κιβώτιο θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα.

### 19.45. Σκοπός: Διάγραμμα $F - t$ , επιτάχυνση και ταχύτητα.

Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια (συνισταμένη) δύναμη η τιμή της οποίας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το διάγραμμα στη διπλανή εικόνα.



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το κιβώτιο κινείται με:

- τη μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση και τη μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t_1$ .
- τη μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση και τη μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t_2$ .
- τη μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση τη χρονική στιγμή  $t_1$  και τη μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

**Σχόλιο:** Είναι πολύ σημαντικό να μπορούμε σε ένα οποιοδήποτε διάγραμμα να ερμηνεύουμε σωστά τα δεδομένα που μας κρύβει. Προσέχοντας ποια μεγέθη απεικονίζονται και πως αυτά μεταβάλλονται, μπορούμε να πάρουμε χρήσιμες πληροφορίες τόσο για τις κινήσεις αλλά και για άλλα φυσικά μεγέθη.

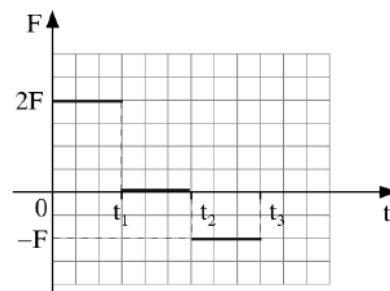
A. Σωστή απάντηση είναι η γ.

B. Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα ( $\Sigma F = ma$ ), μέγιστη επιτάχυνση στην κίνηση του κιβωτίου θα υπάρχει εκεί όπου είναι μέγιστη και η τιμή της συνισταμένης δύναμης. Από το διάγραμμα κάτι τέτοιο προκύπτει ότι συμβαίνει τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

Στο χρονικό διάστημα από 0 ως  $t_2$  η συνισταμένη δύναμη έχει θετικές τιμές, πράγμα που σημαίνει ότι η δύναμη έχει ίδια κατεύθυνση με τη φορά κίνησης του κιβωτίου, οπότε στο κιβώτιο προσφέρεται συνεχώς ενέργεια που έχει ως αποτέλεσμα να αυξάνεται η κινητική του ενέργεια και η ταχύτητά του. Άρα μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα θα έχει το κιβώτιο τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

### 19.46. Σκοπός: Διάγραμμα $F - t$ και κινητική ενέργεια.

Ένας μικρός μεταλλικός κύβος βρίσκεται αρχικά ακίνητος σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στον κύβο ασκείται την χρονική στιγμή  $t = 0$  οριζόντια δύναμη της οποίας η τιμή σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα. A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.



Αν  $t_2 = 2t_1$  και  $t_3 = 3t_1$  τότε:

- στο χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow t_1$  ο κύβος κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.
- τη χρονική στιγμή  $t_3$  η ταχύτητα του κύβου μηδενίζεται.
- στο χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow t_1$  η κινητική ενέργεια του κύβου αυξάνεται ενώ στο χρονικό διάστημα  $t_2 \rightarrow t_3$  η κινητική ενέργεια του κύβου μειώνεται.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση

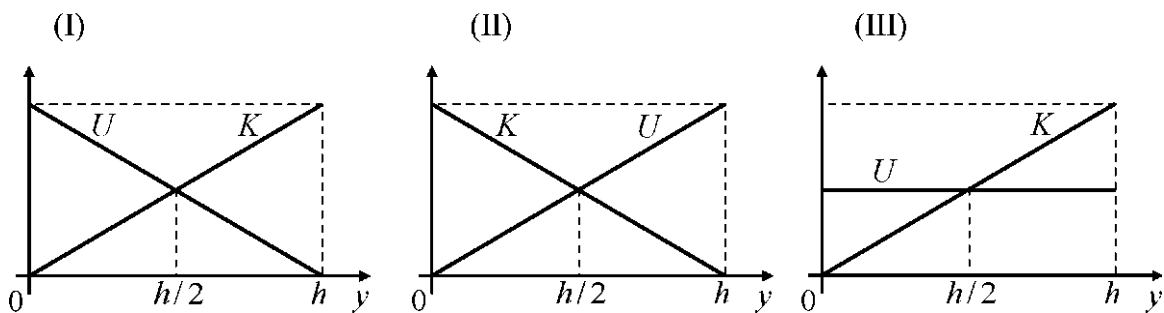
**Σχόλιο:** Όπως δουλέψαμε στο διάγραμμα  $F - t$  για τις ταχύτητες, θα δουλέψουμε με τον ίδιο τρόπο και για τις κινητικές ενέργειες.

A. Σωστή απάντηση είναι η γ.

B. Στο χρονικό διάστημα από 0 ως  $t_1$  αφού η δύναμη  $\vec{F}$  είναι θετική στον κύβο προσφέρεται ενέργεια, οπότε η κινητική του ενέργεια αυξάνεται, ενώ στο χρονικό διάστημα από  $t_2$  ως  $t_3$  αφού η δύναμη  $\vec{F}$  είναι αρνητική, από τον κύβο αφαιρείται ενέργεια, οπότε η κινητική του ενέργεια μειώνεται.

### 19.47. Σκοπός: Κατασκευή διαγράμματος.

Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος  $h$  πάνω από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Θεωρήστε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$  είναι σταθερή και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Οι γραφικές παραστάσεις της κινητικής (K) και της δυναμικής ενέργειας (U) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (y) από το έδαφος παριστάνονται στο σχήμα:

Μονάδες 4

α. I                      β. II                      γ. III

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Προκειμένου να φτιάξουμε μια γραφική παράσταση, βρίσκουμε ποια σχέση περιγράφει τα μεγέθη που θέλουμε να απεικονίσουμε και δουλεύουμε με αυτήν.

A. Σωστή απάντηση είναι η β.

B. Όταν η σφαίρα βρίσκεται σε απόσταση  $y$  από το έδαφος η δυναμική της ενέργεια θα είναι ίση με  $U = mgy$ . Η σχέση αυτή απεικονίζεται με μια ευθεία γραμμή. Ισχύει για  $y = 0$ ,  $U = 0$  και για  $y = h$ ,  $U = mgh$ .

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για την τυχαία θέση όπου το σώμα απέχει ύψος  $y$  από το έδαφος και για την ανώτερη θέση σε ύψος  $h$ , ισχύει:

$$E_{μηχ.αρχ} = E_{μηχ.τελ} \Rightarrow mgy + K = mgh \Rightarrow K = mgh - mgy$$

Η σχέση αυτή απεικονίζεται με μια ευθεία γραμμή για την οποία ισχύουν: Για  $y = 0$ ,  $K = mgh$  και για  $y = h$ ,  $K = 0$ .

Οι πληροφορίες αυτές απεικονίζονται σωστά στο διάγραμμα II.

**19.48.** Σκοπός: **Κατασκευή διαγράμματος.**

Ένα κιβώτιο βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το κιβώτιο αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s με την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

A. Να κατασκευάσετε ποιοτικά τη γραφική παράσταση του έργου της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο κίνησης του κιβωτίου.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την κατασκευή σας.

Μονάδες 8

Λύση

**Σχόλιο:** Όταν μας ζητούν να κατασκευάσουμε ένα διάγραμμα, βρίσκουμε ποια σχέση συνδέει τα μεγέθη που θέλουμε να απεικονίσουμε. Το διάγραμμα που θα μας ζητούν δεν είναι υποχρεωτικό να προκύπτει πάντα ευθεία γραμμή.

A. Η γραφική παράσταση του έργου της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

B. Για τα έργα της δύναμης  $F$  ισχύει:  $W_F = Fx$  (1).

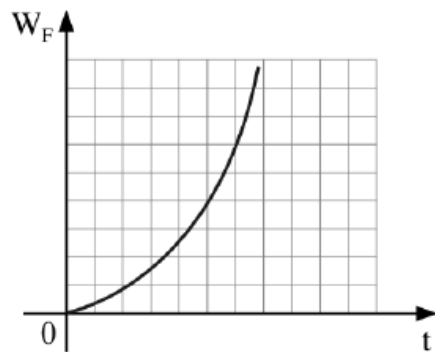
Επειδή όμως η κίνηση του κιβωτίου είναι ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα,

ισχύει για τη μετατόπιση του:  $x = \frac{1}{2} \alpha t^2$ .

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) προκύπτει:

$$W_F = Fx = F \cdot \left( \frac{1}{2} \alpha t^2 \right) \Rightarrow W_F = \frac{F\alpha}{2} t^2$$

Οπότε το διάγραμμα θα είναι μια καμπύλη γραμμή που θα ξεκινάει από την αρχή των αξόνων.



**19.49.** Σκοπός: **Σύστημα σωμάτων.**

Τα κιβώτια  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , του διπλανού σχήματος, έχουν μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα, με  $m_2 = m_1$  και είναι δεμένα με αβαρές και μη εκτατό νήμα.

Τα κιβώτια σύρονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση οριζόντιας σταθερής

δύναμης  $\vec{F}$  και μετακινούνται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση  $a$ , ενώ το αβαρές και μη εκτατό νήμα που τα συνδέει παραμένει συνεχώς τεντωμένο.

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν  $T$  είναι το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα σε κάθε κιβώτιο, τότε το μέτρο της

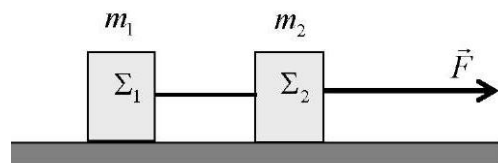
δύναμης  $\vec{F}$  είναι:

α.  $F = T$ .      β.  $F = 2T$ .      γ.  $F = 3T$ .

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση



**Σχόλιο:** Σε ένα σύστημα σωμάτων μπορούμε να εφαρμόσουμε χωριστά για κάθε σώμα τον κατάλληλο από τους νόμους του Νεύτωνα.

**A. Σωστή απάντηση είναι η β.**

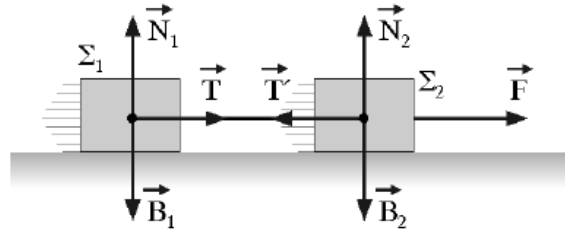
**B.** Στο κιβώτιο  $\Sigma_1$  ασκείται στον άξονα της κίνησης μόνο η τάση του νήματος  $\vec{T}$ , ενώ στο κιβώτιο  $\Sigma_2$  ασκείται η δύναμη  $\vec{F}$  και η τάση του νήματος  $\vec{T}'$ . Επειδή το νήμα είναι αβαρές ισχύει  $T = T'$ . Εφαρμόζουμε το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα. Είναι:

**Σώμα  $\Sigma_1$ :**  $\Sigma F = m_1 a \Rightarrow T = m_1 a$  (1)

**Σώμα  $\Sigma_2$ :**  $\Sigma F = m_2 a \Rightarrow F - T = m_2 a$  (2)

Αφού  $m_1 = m_2$  τα δεύτερα μέλη στις παραπάνω σχέσεις είναι ίσα, άρα θα είναι ίσα και τα πρώτα. Οπότε:

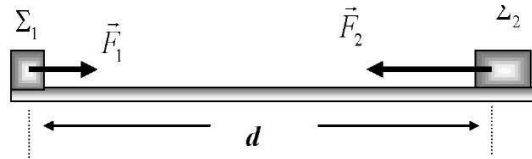
$$F - T = T \Rightarrow F = 2T$$



**19.50. Σκοπός: Συνάντηση σωμάτων (1).**

Δύο μικροί κύβοι  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  με  $m_2 = 2m_1$  είναι αρχικά ακίνητοι πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και απέχουν απόσταση  $d$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s ασκούμε ταυτόχρονα δυο οριζόντιες σταθερές

δυνάμεις  $\vec{F}_1$  στο κύβο  $\Sigma_1$  και  $\vec{F}_2$  στο κύβο  $\Sigma_2$  με αποτέλεσμα αυτοί να κινηθούν πάνω στην ίδια ευθεία σε αντίθετες κατευθύνσεις.



**A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.**

Αν οι κύβοι συναντώνται στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης για τα μέτρα των

δυνάμεων  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  θα ισχύει:

**A.  $F_1 = 2F_2$ .    β.  $F_1 = F_2$ .    γ.  $F_2 = 2F_1$ .**

*Μονάδες 4*

**B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.**

*Μονάδες 8*

**Λύση**

**Σχόλιο:** Στις ασκήσεις συνάντησης βρείτε ποιο είναι το πιθανό σημείο συνάντησης και δουλέψτε με τη σχέση που συνδέει τις μετατοπίσεις των σωμάτων μέχρι το σημείο συνάντησης.

**A. Σωστή απάντηση είναι η γ.**

**B.** Αφού τα δύο σώματα συναντώνται στο μέσο της απόστασης, διανύουν, εκτελώντας ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, τα ίδια διαστήματα. Επομένως:

$$S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \alpha_1 t^2 = \frac{1}{2} \alpha_2 t^2 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2$$

Εφαρμόζοντας το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα θα προκύψει:

**Σώμα  $\Sigma_1$ :**  $\Sigma F = m_1 a_1 \Rightarrow F_1 = m_1 a_1$  (1)

**Σώμα  $\Sigma_2$ :**  $\Sigma F = m_2 a_2 \Rightarrow F_2 = m_2 a_2$  (2)

Αφού  $m_2 = 2m_1$  και  $a_1 = a_2$  προκύπτει από τις σχέσεις (1) και (2) ότι  $F_2 = 2F_1$ .

### 19.51. Σκοπός: Συνάντηση σωμάτων (2).

Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα ομαλά. Ένα ακίνητο περιπολικό, μόλις περνά το αυτοκίνητο από μπροστά του, αρχίζει να το καταδιώκει με σταθερή επιτάχυνση.

A. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Τη στιγμή που το περιπολικό φθάνει το αυτοκίνητο:

α. η ταχύτητα του περιπολικού είναι ίση με τη ταχύτητα του αυτοκινήτου.

β. η ταχύτητα του περιπολικού είναι διπλάσια από την ταχύτητα του αυτοκινήτου.

γ. η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι τριπλάσια από τη ταχύτητα του περιπολικού.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Λύση

**Σχόλιο:** Στη σχέση που συνδέει τις μετατοπίσεις κάθε σώματος μέχρι το σημείο συνάντησης προσέξτε το είδος της κίνησης που κάνει κάθε σώμα ώστε να χρησιμοποιήσετε τον σωστό τύπο υπολογισμού του διαστήματος.

A. Σωστή απάντηση είναι η β.

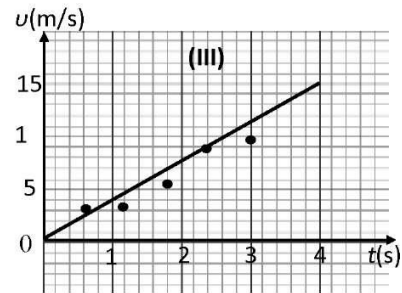
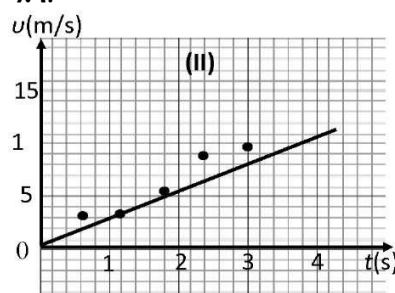
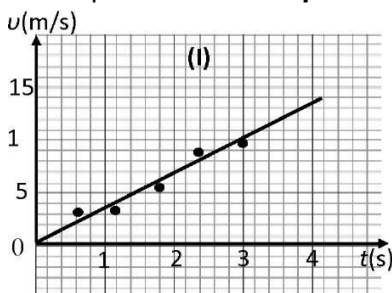
B. Όταν το περιπολικό φτάσει το αυτοκίνητο, τα δύο οχήματα θα έχουν μετατοπιστεί το ίδιο ( $x_1 = x_2$ ). Επειδή το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ενώ το περιπολικό ομαλά επιταχυνόμενη, θα ισχύει για το χρόνο συνάντησής τους:

$$S_1 = S_2 \Rightarrow v_0 t = \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow t = \frac{2v_0}{\alpha}$$

Επομένως η ταχύτητα του περιπολικού θα είναι  $v_\pi = \alpha t = \alpha \cdot \frac{2v_0}{\alpha} \Rightarrow v_\pi = 2v_0$ .

### 19.52. Σκοπός: Πείραμα και γραφική παράσταση.

Τρεις μαθητές εργαζόμενοι ομαδικά σε ένα πείραμα μελέτης της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης ενός αμαξιδίου κατέληξαν σε 5 πειραματικές τιμές ταχύτητας τις οποίες τοποθέτησαν σε βαθμολογημένους άξονες ταχύτητας - χρόνου. Ο καθένας όμως χάραξε την ευθεία σε δικό του διάγραμμα. Τα διαγράμματα των μαθητών φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η ευθεία έχει χαραχθεί καλύτερα στο διάγραμμα:

α. I β. II γ. III.

Μονάδες 4

**B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας και στη συνέχεια από αυτό το διάγραμμα να υπολογίσετε την επιτάχυνση του αμαξιδίου.**

*Μονάδες 9*

**Λύση**

**Σχόλιο:** Όταν κατασκευάζουμε ένα διάγραμμα βασιζόμενοι σε πειραματικές μετρήσεις, η γραμμή που φέρνουμε θα πρέπει να περνάει όσο το δυνατόν πιο κοντά από τα περισσότερα σημεία.

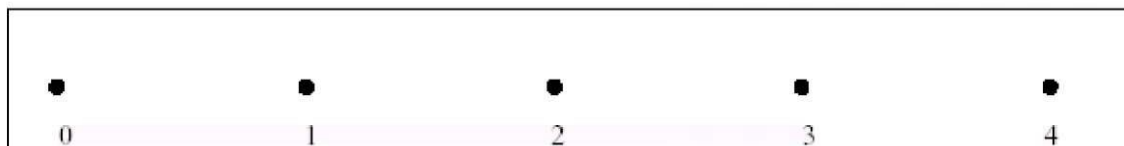
**A. Σωστή απάντηση είναι η α.**

**B.** Γιατί η γραμμή που σχεδιάσαμε περνάει πιο κοντά από τα περισσότερα σημεία. Η επιτάχυνση με την οποία κινείται το αμαξίδιο είναι:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{14,5 - 0}{4 - 0} \text{ m/s}^2 \Rightarrow \alpha = 3,625 \text{ m/s}^2$$

### 19.53. Σκοπός: Πείραμα και μέση ταχύτητα.

Μία ομάδα μαθητών της Α' Λυκείου στο εργαστήριο Φυσικής μελέτησε δύο ευθύγραμμες κινήσεις με χρήση χρονομετρητή και πήραν τις αντίστοιχες χαρτοταινίες που παριστάνονται στη παρακάτω εικόνα. Η «πάνω» χαρτοταινία αντιστοιχεί στην κίνηση I και η «κάτω» στη κίνηση II. Το χρονικό διάστημα που αντιστοιχεί μεταξύ δύο διαδοχικών κουκίδων είναι ίδιο και ίσο με ένα δευτερόλεπτο. Κάτω από κάθε κουκίδα που αντιστοιχεί στη θέση του κινητού, φαίνεται η ένδειξη του χρονομέτρου σε δευτερόλεπτα.



**A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.**

Αν  $v_1$  και  $v_2$  είναι οι μέσες ταχύτητες που αντιστοιχούν στις κινήσεις I και II κατά το χρονικό διάστημα από 1 s μέχρι 2 s τότε ισχύει:

α.  $v_1 = v_2$ .      β.  $v_1 > v_2$ .      γ.  $v_1 < v_2$ .

*Μονάδες 4*

**B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.**

*Μονάδες 8*

**Λύση**

**Σχόλιο:** Από την απόσταση μεταξύ των κουκίδων πάνω σε μια χαρτοταινία μπορούμε να βγάλουμε συμπεράσματα για το είδος της κίνησης. Επίσης η απόσταση αυτή σε συνδυασμό με το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο κουκίδων μπορεί να μας βοηθήσει στον υπολογισμό της μέσης ταχύτητας.

**A. Σωστή απάντηση είναι η γ.**

**B.** Η μέση ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση  $v_{\mu} = \frac{S}{\Delta t}$ . Επειδή από 1 s ως 2 s (δηλαδή στον ίδιο χρόνο) είναι  $S_1 < S_2$  για τις δύο κινήσεις, προκύπτει και ότι  $v_1 < v_2$ .