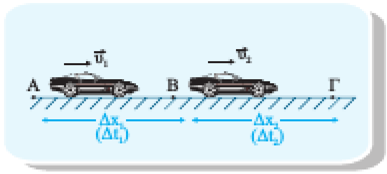
ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ

1. **Τρείς πόλεις Α, Β, Γ βρίσκονται στην ίδια νοητή ευθεία. Η πόλη Α απέχει απ' την Β 10 Km και η Β απ' την Γ 20 Km. Ένα αυτοκίνητο που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, κινείται με ταχύτητα 20 m/s απ' την πόλη Α στην πόλη Β και με ταχύτητα 30 m/s απ' την Β στη Γ. Να υπολογιστούν:**

α. η συνολική απόσταση που θα διανύσει
β. ο συνολικός χρόνος κίνησης
γ. η μέση ταχύτητα για ολόκληρη τη διαδρομή
δ. Να γίνει το διάγραμμα υ-t.



Λύση:

α. $S_{ολ} = S_{AB} + S_{BΓ} = 10Km + 20Km = 30Km = 30 \cdot 1000m = 3 \cdot 10^4 m$

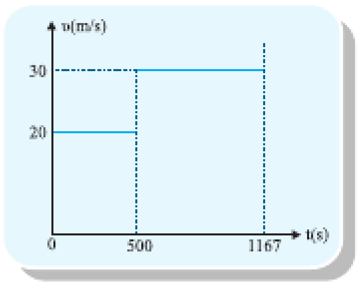
β. $A \rightarrow B : \upsilon_1 = \dfrac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \dfrac{\Delta x_1}{\upsilon_1} = \dfrac{S_{AB}}{\upsilon_1} = \dfrac{10000\,m}{20\,m/s} \Rightarrow \Delta t_1 = 500s$

$B \rightarrow Γ : \upsilon_2 = \dfrac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \dfrac{\Delta x_2}{\upsilon_2} = \dfrac{S_{BΓ}}{\upsilon_2} = \dfrac{20000\,m}{30\,m/s} \Rightarrow \Delta t_2 \simeq 667s$

Άρα $\Delta t_{ολ} = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 1167s$

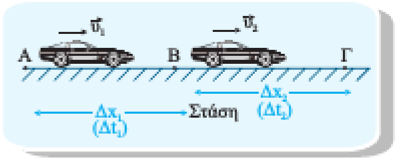
γ. $\upsilon_\mu = \dfrac{\Delta x_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} = \dfrac{S_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} = \dfrac{30000\,m}{1167\,s} = 25{,}7\,m/s$

δ.



2. **Ποδήλατο ξεκινάει απ' την πόλη Α και φτάνει στην πόλη Β, που απέχει απόσταση 2000m, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_1 = 10\,m/s$. Μετά από στάση 15min, ξεκινάει με ταχύτητα $\upsilon_2 = 20\,m/s$ και φτάνει στην πόλη Γ μετά από 3min. Να βρεθούν:**

α. ο συνολικός χρόνος που έκανε για να πάει απ' την πόλη Α στην πόλη Γ
β. η συνολική απόσταση που διένυσε
γ. η μέση ταχύτητα για όλη τη διαδρομή
δ. να γίνουν τα διαγράμματα υ-t, x-t.



Λύση:

$$A \rightarrow B: \upsilon_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{\upsilon_1} = \frac{S_{B\Gamma}}{\upsilon_1} = \frac{2000\,m}{10\,m/s} = 200s$$

Στάση στην πόλη Β: $\Delta t = 15\min = 15 \cdot 60s = 900s$

$B \rightarrow \Gamma: \Delta t_2 = 3\min = 3 \cdot 60s = 180s$

$$\upsilon_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta x_2 = \upsilon_2 \cdot \Delta t_2 = 20m/s \cdot 180s = 3600m$$

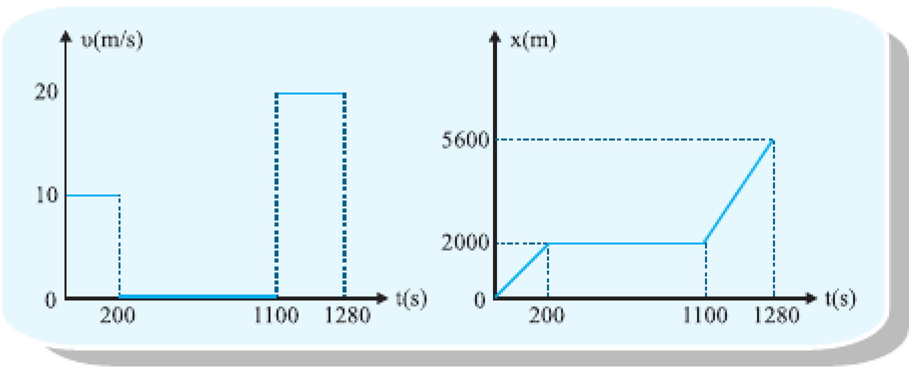
α. $\Delta t_{o\lambda} = \Delta t_1 + \Delta t + \Delta t_2 = 200s + 900s + 180s = 1280s$

β. $\Delta x_{o\lambda} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 2000m + 3600m = 5600m$

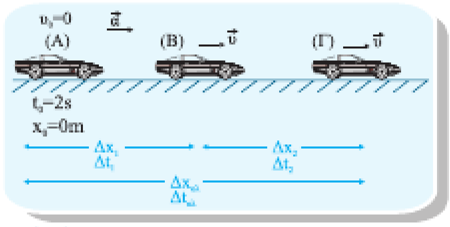
άρα $S_{o\lambda} = \Delta x_{o\lambda} = 5600m$

γ. $\upsilon_\mu = \dfrac{\Delta x_{o\lambda}}{\Delta t_{o\lambda}} = \dfrac{5600\,m}{1280s} = 4{,}375\,m/s$

δ.



3. **Ένα σώμα ξεκινάει απ' την ηρεμία και κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 3m/s^2$ μέχρις ότου αποκτήσει ταχύτητα $\upsilon = 30m/s$. Στη συνέχεια εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Να βρεθούν:**



α. Σε πόσο χρόνο θα καλύψει απόσταση 350m;

β. Να γίνουν τα διαγράμματα α-t, υ-t, x-t αν $t_0 = 2s$, $x_0 = 0m$

Λύση:

$A \rightarrow B$: ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα

$\upsilon = \alpha \cdot \Delta t_1$ (1), $\Delta x_1 = \frac{1}{2}\alpha \cdot \Delta t_1^2$ (2)

$B \rightarrow \Gamma$: ευθύγραμμη ομαλή: $\upsilon = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}$ (3)

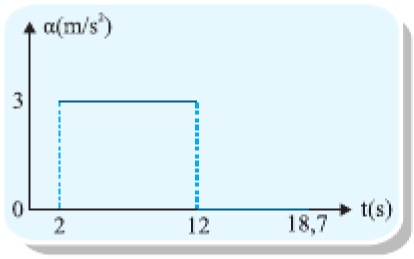
Επίσης $\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2$ (4), $\Delta t_{ολ} = \Delta t_1 + \Delta t_2$ (5)

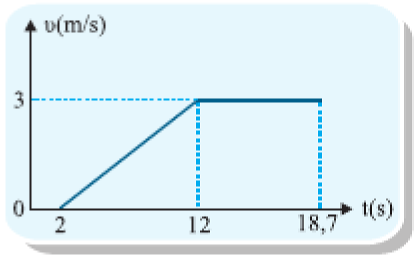
α. $(1) \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\upsilon}{\alpha} \Rightarrow \Delta t_1 = 10s$, $(2) \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2}\alpha \cdot \Delta t_1^2 \Rightarrow \Delta x_1 = 150m$

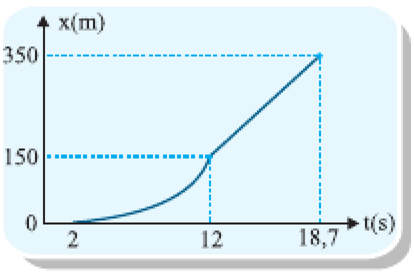
$(4) \Rightarrow \Delta x_2 = \Delta x_{ολ} - \Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_2 = 350m - 150m \Rightarrow \Delta x_2 = 200m$

$(3) \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{\upsilon} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{200m}{30m/s} \Rightarrow \Delta t_2 = 6,7s$ άρα $(5) \Rightarrow \Delta t_{ολ} = 16,7s$

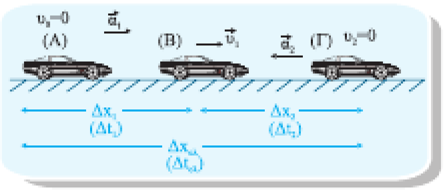
β.







4. Ένα κινητό ξεκινάει απ' την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_1 = 4\,m/s^2$ για χρόνο 10s. Στη συνέχεια κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση με σταθερή επιβράδυνση $\alpha_2 = 5\,m/s^2$. Να βρεθούν:



α. ο ολικός χρόνος κίνησης
β. η συνολική μετατόπιση
γ. η μέση ταχύτητα σ' όλη τη διάρκεια της κίνησής του
δ. να γίνουν τα διαγράμματα α-t, υ-t, x-t

Λύση:

$A \rightarrow B$: ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς υ_0

$$\upsilon_1 = \alpha_1 \cdot \Delta t_1 \quad (1) \quad \text{και} \quad \Delta x_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 \cdot \Delta t_1^2 \quad (2)$$

$B \rightarrow \Gamma$: ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα υ_1

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 - \alpha_2 \cdot \Delta t_2 \quad (3) \quad \text{και} \quad \Delta x_2 = \upsilon_1 \cdot \Delta t_2 - \frac{1}{2}\alpha_2 \cdot \Delta t_2^2 \quad (4)$$

α. $\Delta t_{ολ} = \Delta t_1 + \Delta t_2 \quad (5)$ επειδή $\Delta t_1 = 10s$

$$(1) \Rightarrow \upsilon_1 = \alpha \cdot t \Rightarrow \upsilon_1 = 4m/s^2 \cdot 10s \Rightarrow \upsilon_1 = 40\,m/s$$

$$(3) \xrightarrow{\upsilon_2 = 0} 0 = 40m/s - 5m/s^2 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = 8s \;\text{ άρα }\; (5) \Rightarrow \Delta t_{ολ} = 18s$$

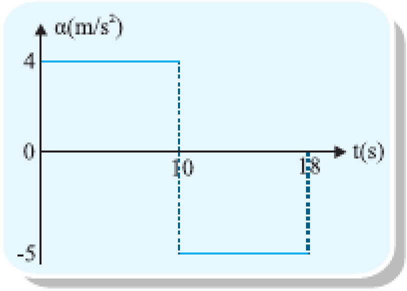
β. $(2) \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot 4m/s^2 \cdot 100s^2 \Rightarrow \Delta x_1 = 200\,m$

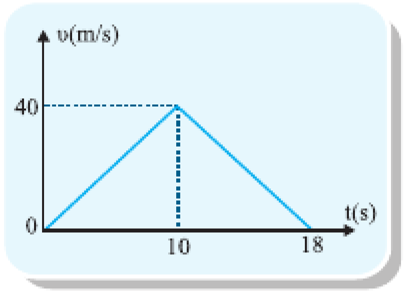
$$(4) \Rightarrow \Delta x_2 = 40m/s \cdot 8s - \frac{1}{2} \cdot 5m/s^2 \cdot 64s^2 \Rightarrow \Delta x_2 = 160\,m$$

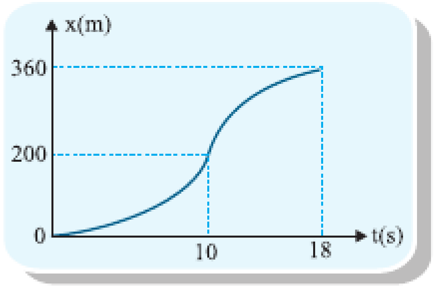
άρα $\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{ολ} = 360\,m$

γ. $\upsilon_\mu = \frac{\Delta x_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} = \frac{360\,m}{18s} \Rightarrow \upsilon_\mu = 20\,m/s$

δ.







5. Σώμα που κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 10\,m/s^2$, τη χρονική στιγμή $t = 0$ έχει ταχύτητα $\upsilon_0 = 20\,m/s$. Να βρείτε στη διάρκεια ποιου δευτερολέπτου έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 85\,m$.

Λύση:

Η θέση του σώματος τη χρονική στιγμή t είναι: $x_t = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$ (1)

Μετά από 1s, τη χρονική στιγμή $t+1$ είναι: $x_{t+1} = \upsilon_0 (t+1) + \frac{1}{2}\alpha (t+1)^2$ (2)

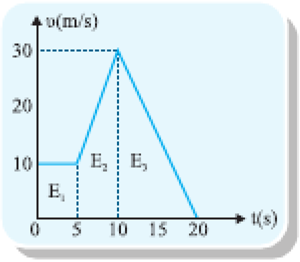
Άρα $\Delta x = x_{t+1} - x_t \xrightarrow[(2)]{(1)} \Delta x = \upsilon_0 (t+1) + \frac{1}{2}\alpha(t+1)^2 - \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow$

$$\Delta x = \upsilon_0 t + \upsilon_0 + \frac{1}{2}\alpha\left(t^2 + 2t + 1\right) - \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow$$

$$85 = 20 + \frac{1}{2} \cdot 10\left(t^2 + 2t + 1\right) - \frac{1}{2} \cdot 10t^2 \Rightarrow 85 = 20 + 5t^2 + 10t + 5 - 5t^2 \Rightarrow t = 6\,s$$

και $t + 1 = 7\,s$. Άρα κατά τη διάρκεια του 7ου δευτερολέπτου.

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η ταχύτητα ενός κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο.
α. Να προσδιοριστούν οι κινήσεις.
β. Να βρεθεί η επιτάχυνση και η μετατόπιση σε κάθε κίνηση.
γ. Να γίνουν τα διαγράμματα α-t, x-t.



Λύση:

α. $(0-5)s$: ευθύγραμμη ομαλή γιατί $\upsilon = σταθ.$

$(5-10)s$: ευθύγραμμη ομαλά επιταχ. με αρχική ταχύτητα 10m/s και τελική 30m/s.

$(10-20)s$: ευθύγραμμη ομαλά επιβραδ. με αρχική ταχύτητα 30m/s και τελική 0m/s.

β. $(0-5)s: \alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{10m/s - 10m/s}{5s - 0s} = 0\,m/s^2$

$(5-10)s: \alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{30m/s - 10m/s}{10s - 5s} = \frac{20m/s}{5s} = 4\,m/s^2$

$(10-20)s: \alpha_3 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{0m/s - 30m/s}{20s - 10s} = \frac{-30m/s}{10s} = -3\,m/s^2$

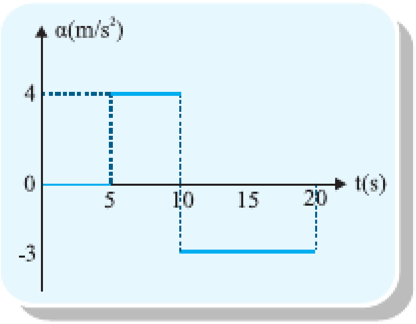
από υ-t υπολογίζω τη μετατόπιση απ' το εμβαδόν άρα:

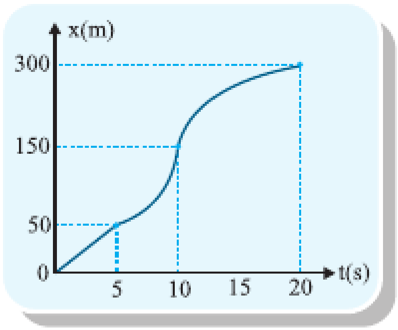
$(0-5)s: \Delta x_1 \overset{αρ}{=} E_1 \Rightarrow \Delta x_1 = 50\,m$

$(5-10)s: \Delta x_2 \overset{αρ}{=} E_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{(10+30)m/s}{2} \cdot 5s \Rightarrow \Delta x_2 = 100\,m$

$(10-20)s: \Delta x_3 \overset{αρ}{=} E_3 \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{1}{2} \cdot 10m/s \cdot 30s = 150\,m$

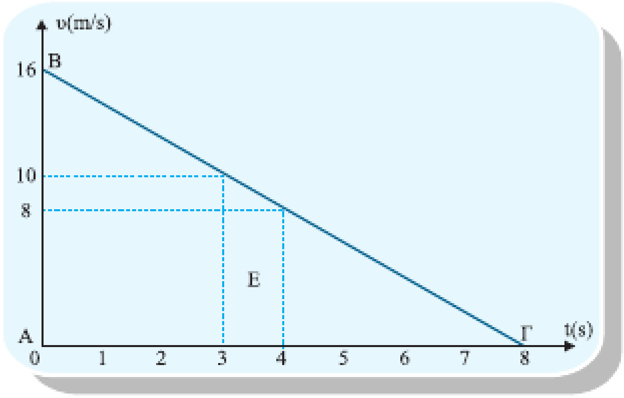
γ.





7. Κινητό έχει σταθερή ταχύτητα υ_0 και αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση $\alpha = 2\,m/s^2$ και ακινητοποιείται μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t = 8\,s$. Να γίνει το διάγραμμα υ-t και να υπολογιστούν:
α. η μετατόπιση του κατά τη διάρκεια του 4ου δευτερολέπτου
β. η συνολική του μετατόπιση

Λύση:



Επειδή κάνει ομαλά επιβραδυνόμενη ισχύει:

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha \cdot \Delta t \xrightarrow{\upsilon=0} 0 = \upsilon_0 - \alpha \cdot \Delta t \Rightarrow \upsilon_0 = \alpha \cdot \Delta t \Rightarrow \upsilon_0 = 16\,m/s$$

α. Η διάρκεια του 4ου s μετριέται απ' τη χρονική στιγμή $t = 3s$ έως $t = 4s$. Οι ταχύτητες για τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές είναι:

$\upsilon_3 = \upsilon_0 - \alpha \cdot \Delta t_3 \Rightarrow \upsilon_3 = 10\,m/s$ και $\upsilon_4 = \upsilon_0 - \alpha \cdot \Delta t_4 \Rightarrow \upsilon_4 = 8\,m/s$

Για να βρώ τη μετατόπισή του στη διάρκεια του 4ου s υπολογίζω το εμβαδόν E απ' το διάγραμμα υ-t: $\Delta x \overset{\alpha\rho}{=} E \Rightarrow \Delta x = \dfrac{(8+10)\,m/s}{2} \cdot 1s \Rightarrow \Delta x = 9\,m$

β. Η ολική μετατόπιση $\Delta x_{o\lambda} \overset{\alpha\rho}{=} E_{AB\Gamma} \Rightarrow \Delta x_{o\lambda} = \dfrac{1}{2} \cdot 8m/s \cdot 16s \Rightarrow \Delta x_{o\lambda} = 64\,m$