

### 1.1 ενδεικτικές ασκήσεις

1. Να δειχτεί ότι  $a^2 + 2\alpha\beta + 1 \geq 1 - \beta^2$ , τότε ισχύει η ισότητα;
2. Να δείξετε ότι για κάθε πραγματικό  $\alpha$  ισχύει:  $a^2 + 2 > 2\alpha$ .
3. Αν  $x < 1$  και  $y < 2$ . Να δειχτεί ότι  $xy + 2 > 2x + y$ .
4. Αν  $\alpha < 2 < \beta$  να δείξετε ότι:  $\alpha^2 + 2\beta > \alpha\beta + 2\alpha$ .
5. Αν  $0 < x < 2$  και  $1 < y < 2$ ,  
να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών είναι οι παραστάσεις:
  - a.  $\frac{1}{y} - 2x$
  - b.  $x^2 + y^3$
6. Να συγκριθούν οι αριθμοί  $\sqrt[3]{3}$  και  $\sqrt{2}$ .
7. Να αποδείξετε ότι αν  $x \in [2,5]$  και  $y \in [3,4]$ , τότε  $x \cdot y \in [6,20]$ .
8. Αν  $1 \leq \alpha \leq 3$ , να δείξετε ότι  
η παράσταση  $A = 5\alpha - 4$  έχει μέγιστη τιμή το 11 και ελάχιστη το 1.
9. Αν γνωρίζετε ότι  $2 < x < 4$ , να γράψετε την παράσταση  
 $A = |x - 4| + |x - 2| + |x - 5| + |x|$  χωρίς τις απόλυτες τιμές και να  
δείξετε ότι είναι ανεξάρτητη του  $x$ .
10. Να γραφούν χωρίς απόλυτα οι παραστάσεις:
  - a.  $f(x) = |x - 1| + 5$ .
  - b.  $g(x) = |x^2 + x| - 2x$ .
11. Να λυθούν οι εξισώσεις – ανισώσεις:
  - a.  $|2x - 1| = 5$
  - b.  $|2x - 1| = |x + 3|$
  - c.  $|4x - 2| \leq 10$
  - d.  $|3x - 1| > 5$ .
  - e.  $10 \leq |x + 2| \leq 12$