

### 1.3 Πιθανότητες και πράξεις με ενδεχόμενα 1,2,3,4/4

Κανόνες λογισμού πιθανοτήτων

$$P(A') = 1 - P(A)$$

Από τους μαθητές ενός σχολείου το 80% μαθαίνει αγγλικά.

Ποια η πιθανότητα επιλέγοντας έναν μαθητή στην τύχη, να μην μαθαίνει αγγλικά.

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A - B)$$

Από τους μαθητές ενός σχολείου το 80% μαθαίνει αγγλικά και το 25% μαθαίνει αγγλικά και γαλλικά.

Ποια η πιθανότητα επιλέγοντας έναν μαθητή στην τύχη, να μαθαίνει μόνο αγγλικά.

$$\text{Αν } A \subseteq B \text{ τότε } P(A) \leq P(B)$$

Σε ένα σχολείο οι μαθήτριες είναι 50 και από αυτές σήμερα οι 15 φορούν κόκκινη φούστα.

Επιλέγουμε μια μαθήτρια στην τύχη και έστω τα ενδεχόμενα:

$$A = \{\text{είναι μαθήτρια}\} \text{ και } B = \{\text{φοράει κόκκινη φούστα}\} .$$

να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

$$\alpha. P(A) \leq P(B) \quad \beta. P(B) \leq P(A) \quad \gamma. P(A) = P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ασκήσεις

A1/32, A2/32, A4/33, A5/33, A6/33.

Από το βιβλίο της Α λυκείου.

1. Για δύο ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύουν  $P(A) = \frac{17}{30}$ ,  $P(B) = \frac{7}{15}$  και  $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ . Να βρείτε την  $P(A \cap B)$ .
2. Για δύο ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύουν  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$  και  $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ . Να βρείτε την  $P(B)$ .
3. Για τα ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  του ίδιου δειγματικού χώρου είναι γνωστό ότι  $P(A) = P(B)$ ,  $P(A \cup B) = 0,6$  και  $P(A \cap B) = 0,2$ . Να βρείτε την  $P(A)$ .

4. Για τα ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  του ίδιου δειγματικού χώρου είναι γνωστό ότι  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B') = \frac{2}{3}$  και  $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ . Να βρείτε την  $P(A \cup B)$ .
5. Ένα ορισμένο κατάστημα δέχεται πιστωτικές κάρτες  $D$  ή  $V$ . Το 25% των πελατών έχουν κάρτα  $D$ , το 55% έχουν κάρτα  $V$  και το 15% έχουν και τις δύο κάρτες. Ποια είναι η πιθανότητα ένας πελάτης που επιλέγεται τυχαία να έχει μία τουλάχιστον από τις δύο κάρτες;
6. Το 10% των ατόμων ενός πληθυσμού έχουν υπέρταση, το 6% στεφανιαία καρδιακή ασθένεια και το 2% έχουν και τα δύο. Για ένα άτομο που επιλέγεται τυχαία ποια είναι η πιθανότητα να έχει :
- τουλάχιστον μια ασθένεια;
  - μόνο μια ασθένεια;
7. Σε μια κωμόπολη το 15% των νοικοκυριών δεν έχουν τηλεόραση, το 40% δεν έχουν PS4 και το 10% δεν έχουν ούτε τηλεόραση ούτε PS4. Επιλέγουμε τυχαίως ένα νοικοκυριό. Να βρείτε την πιθανότητα να έχει τηλεόραση και PS4.
8. Από τους 216 μαθητές ενός Λυκείου, 27 μαθητές μαθαίνουν μόνο Γερμανικά, 54 μαθητές μαθαίνουν μόνο Γαλλικά και 108 μαθητές δεν μαθαίνουν ούτε Γερμανικά ούτε Γαλλικά. Επιλέγουμε τυχαία ένα μαθητή, να βρείτε την πιθανότητα ο μαθητής:
- Να μαθαίνει μία τουλάχιστον από τις δύο αυτές γλώσσες.
  - Να μαθαίνει Γερμανικά.
  - Να μαθαίνει Γαλλικά.
  - Να μαθαίνει Γερμανικά και Γαλλικά.
  - Να μαθαίνει μόνο μία από τις δύο αυτές γλώσσες.
  - Να μαθαίνει το πολύ μία από τις δύο αυτές γλώσσες.
9. Σε μια πόλη το 65% των κατοίκων δεν έχουν αυτοκίνητο, το 80% δεν έχουν μηχανάκι και το 25% έχουν μόνο αυτοκίνητο. Επιλέγουμε τυχαία ένα κάτοικο. Να βρείτε την πιθανότητα:
- Να έχει αυτοκίνητο και μηχανάκι.
  - Να έχει αυτοκίνητο ή μηχανάκι.
  - Να μην έχει ούτε αυτοκίνητο ούτε μηχανάκι.
  - Να έχει μόνο μηχανάκι.
  - Να έχει ή αυτοκίνητο ή μηχανάκι.

10. Σε μια επιχείρηση το 45% των εργαζομένων είναι γυναίκες, το 55% είναι πτυχιούχοι και το 25% είναι γυναίκες πτυχιούχοι. Επιλέγουμε τυχαία έναν εργαζόμενο. Να υπολογίσετε την πιθανότητα ο εργαζόμενος να είναι:
- α) γυναίκα ή πτυχιούχος
  - β) γυναίκα και όχι πτυχιούχος
  - γ) άνδρας πτυχιούχος
  - δ) άνδρας ή πτυχιούχος.

**Και λίγα θέματα από τις πανελλήνιες.**

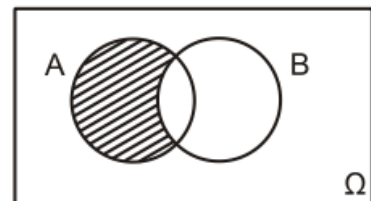
11. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις σωστές ή λάθος.

a.

Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύει ότι  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

b.

Το γραμμοσκιασμένο χωρίο στο διπλανό σχήμα αντιστοιχεί στο ενδεχόμενο  $B - A$ .



c.

Για δύο οποιαδήποτε ενδεχόμενα  $A, B$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύει:  
$$P(A - B) = P(B) - P(A \cap B)$$

12.

Ένα κουτί έχει τρεις μπάλες, μία άσπρη, μία μαύρη και μία κόκκινη. Κάνουμε το εξής πείραμα: παίρνουμε από το κουτί μια μπάλα, καταγράφουμε το χρώμα της και την ξαναβάζουμε στο κουτί. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία άλλη μια φορά.

**Δ1.** Να κατασκευάσετε το δενδροδιάγραμμα που περιγράφει το παραπάνω πείραμα (μονάδες 3) και να γράψετε τον δειγματικό χώρο  $\Omega$  του πειράματος. (μονάδες 2)

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να παρασταθούν με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:

A: «η δεύτερη μπάλα που θα εξαχθεί να είναι μαύρη»

B: «να εξαχθούν δυο μπάλες διαφορετικού χρώματος».

**Μονάδες 6**

**Δ3.** Υποθέτουμε ότι ο δειγματικός χώρος  $\Omega$  του προηγούμενου πειράματος αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα και A, B είναι τα ενδεχόμενα του ερωτήματος Δ2.

α. Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

$A', A \cap B, A - B, B - A$ . (μονάδες 8)

β. Αν  $\Gamma$  είναι ένα ενδεχόμενο του δειγματικού χώρου  $\Omega$ , το οποίο είναι ασυμβίβαστο τόσο με το ενδεχόμενο A όσο και με το ενδεχόμενο B, να υπολογίσετε ποια είναι η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να έχει η πιθανότητα  $P(\Gamma)$ . (μονάδες 6)

**Μονάδες 14**

13.

Μεταξύ των οικογενειών με τρία παιδιά επιλέγουμε τυχαία μία οικογένεια και εξετάζουμε τα παιδιά της ως προς το φύλο και ως προς τη σειρά γέννησής τους.

**Γ1.** Να προσδιορίσετε το δειγματικό χώρο  $\Omega$  του πειράματος χρησιμοποιώντας ένα δενδροδιάγραμμα.

**Μονάδες 4**

**Γ2.** Να παρασταθούν με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:

A: «το πρώτο παιδί είναι κορίτσι»

B: «ο αριθμός των κοριτσιών υπερβαίνει τον αριθμό των αγοριών»

Γ: «τα δύο πρώτα παιδιά είναι του ίδιου φύλου».

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Υποθέτουμε ότι ο δειγματικός χώρος  $\Omega$  αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα.

α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

$$\Delta = A \cap B, \quad E = A \cup B, \quad Z = \Gamma - E.$$

(μονάδες 9)

β) Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

H: «δεν πραγματοποιείται κανένα από τα A,B»

Θ: «πραγματοποιείται ακριβώς ένα από τα A,B».

(μονάδες 6)

**Μονάδες 15**