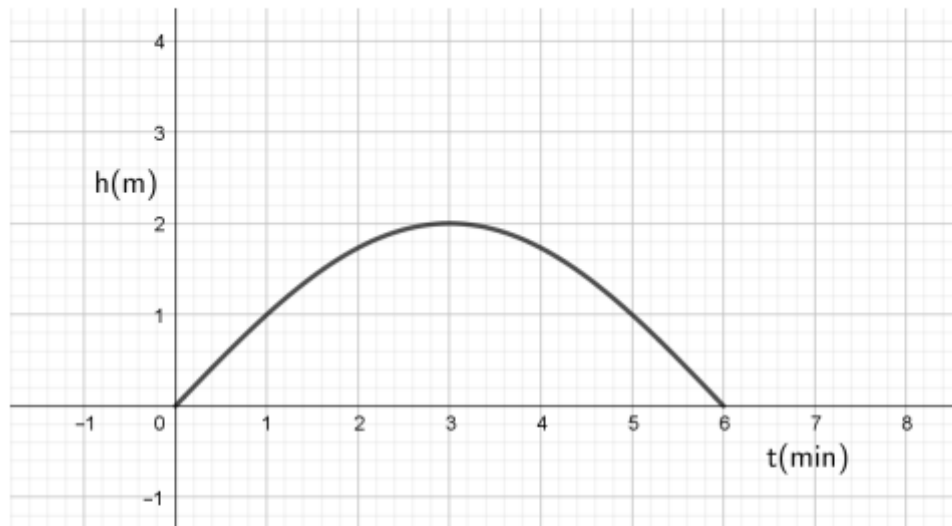


Συναρτήσεις 1η ώρα γενικά, πεδίο ορισμού συνάρτησης, γραφική παράσταση

1. Θέμα 2 15645

Αντικείμενο κινείται κατακόρυφα. Το παρακάτω σχήμα αναπαριστά το ύψος h του αντικειμένου από το έδαφος για κάθε χρονική στιγμή t . Να βρείτε:



α) Ποιες χρονικές στιγμές το αντικείμενο απέχει 1m από το έδαφος.

(Μονάδες 5)

β) Ποια είναι η μέγιστη απόσταση του αντικειμένου από το έδαφος και ποια χρονική στιγμή την επιτυγχάνει.

(Μονάδες 10)

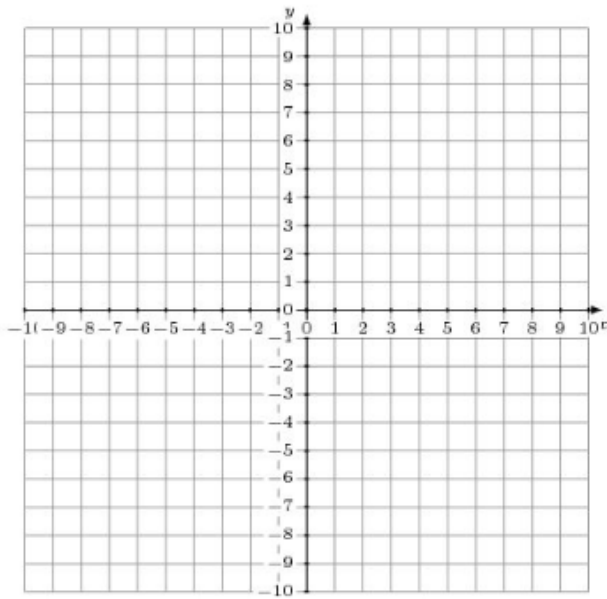
γ) Ποιο χρονικό διάστημα το αντικείμενο απομακρύνεται από το έδαφος.

(Μονάδες 10)

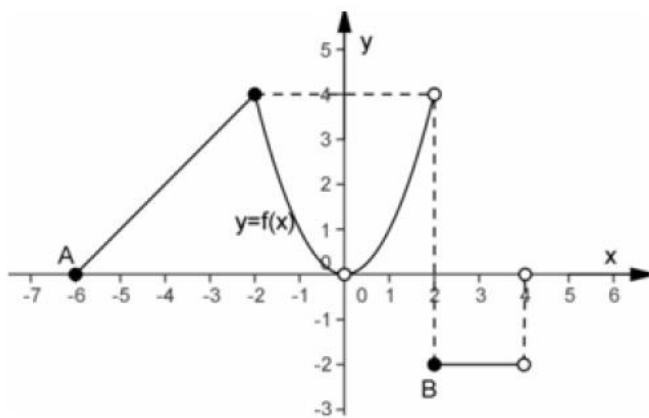
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων :

$$f(x) = \sqrt{2x - 9}, g(x) = \sqrt{12 + 2x}, h(x) = \sqrt{x^2 - 4}, t(x) = \sqrt{3 - x^2}.$$

3.. Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2$.



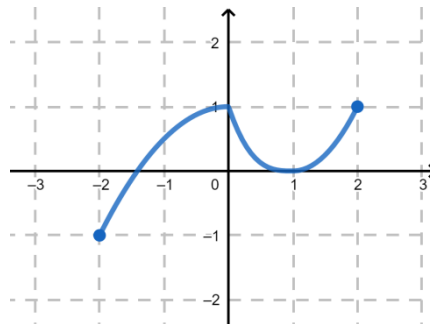
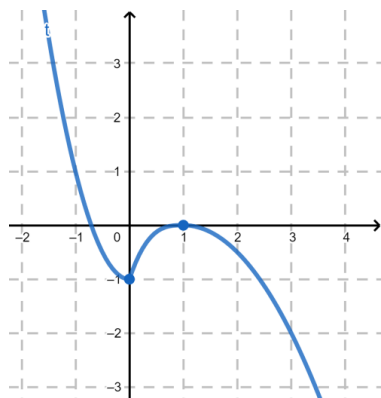
4.. Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .



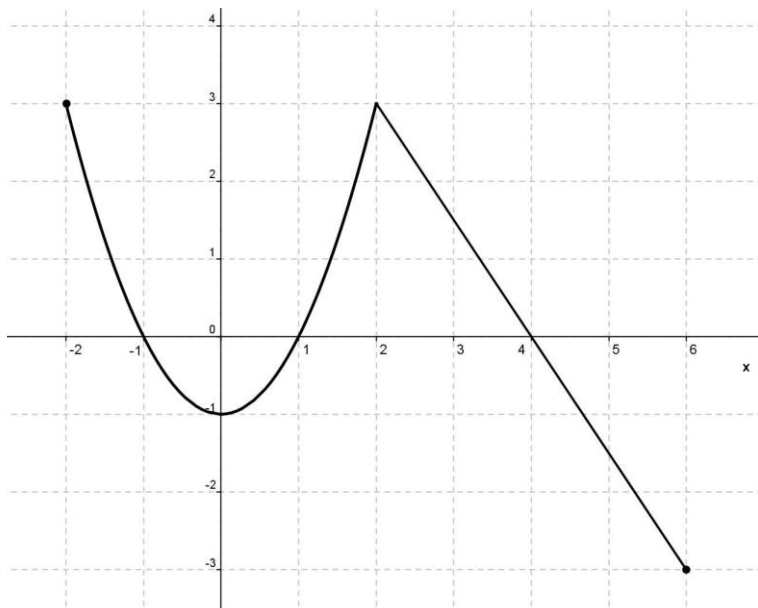
Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

Να βρείτε τις τιμές $f(-2) =$, $f(0) =$, $f(2) =$, $f(3) =$.

5. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:



6. Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.



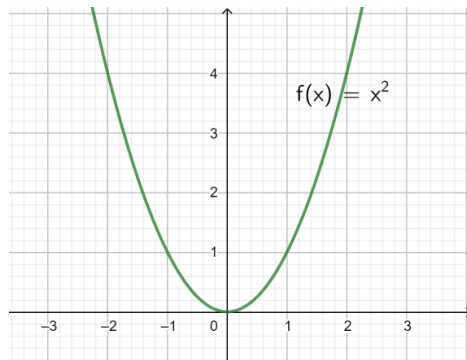
Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών:

| | | | | | | |
|-----|----|----|----|---|---|----|
| x | -2 | -1 | | 1 | 2 | |
| y | | | -1 | | | -3 |

Να διαβάσετε τους ορισμούς της γνησίως αύξουσας (σελ.31) και γνησίως φθίνουσας συνάρτησης (σελ.32)

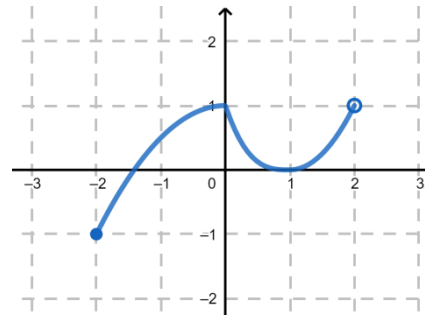
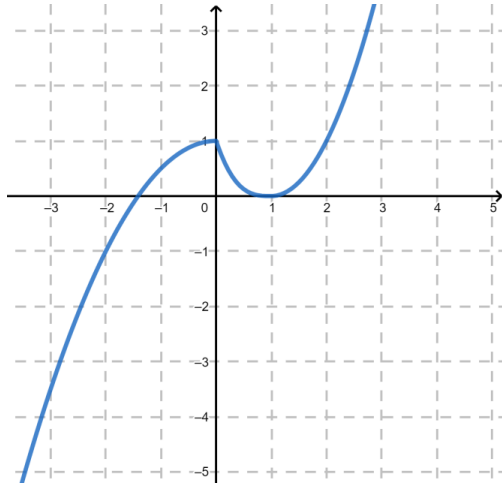
Να διαβάσετε τους ορισμούς του ολικού ελαχίστου (σελ.32) και ολικού μεγίστου (σελ.32) συνάρτησης.

1. Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = x^2$,

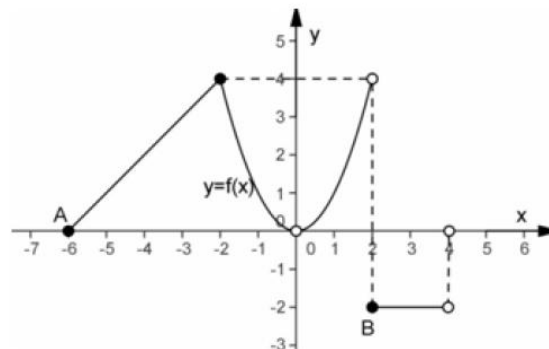


Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία είναι γνησίως αύξουσα, γνησίως φθίνουσα και τα ακρότατα της.

2. Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα τις παρακάτω συναρτήσεις.



3. Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα την παρακάτω



συνάρτησης.

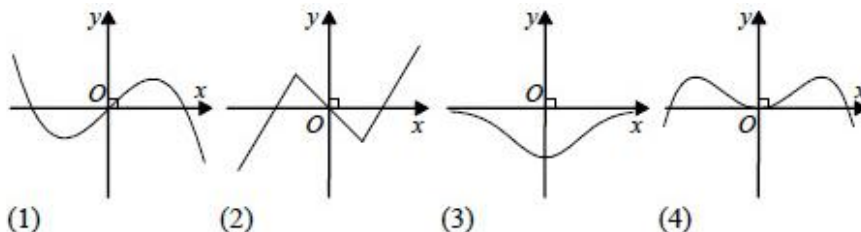
Συναρτήσεις 3η ώρα **μονοτονία, ακρότητα με ορισμό**

1. Δίνεται συνάρτηση f για την οποία ισχύει $f(1) = 5$ και $f(2) = 7$. Θα μπορούσε να είναι φθίνουσα ή σταθερή;
2. Μια συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το $[0,3]$ και είναι γνησίως αύξουσα. Να αποδείξετε ότι παρουσιάζει ελάχιστο και μέγιστο και να βρείτε τις θέσεις μεγίστου και ελαχίστου.
3. Μια συνάρτηση διέρχεται από τα σημεία $A(1,1)$ και $B(3,5)$. Ποιες από τις επόμενες ιδιότητες θα μπορούσε να έχει η συνάρτηση και ποιες όχι.
(i) είναι σταθερή, (ii) είναι γνησίως αύξουσα, (iii) είναι γνησίως αύξουσα.
4. A3/38.

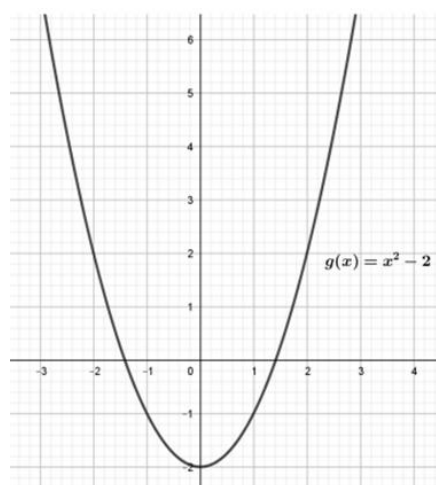
Συναρτήσεις 4η ώρα **Συμμετρίες, σχήμα**

Να διαβάσετε τους ορισμούς της άρτιας (σελ.35) και της περιττής συνάρτησης (σελ.36) καθώς και το σχόλιο κάτω από κάθε ορισμό.

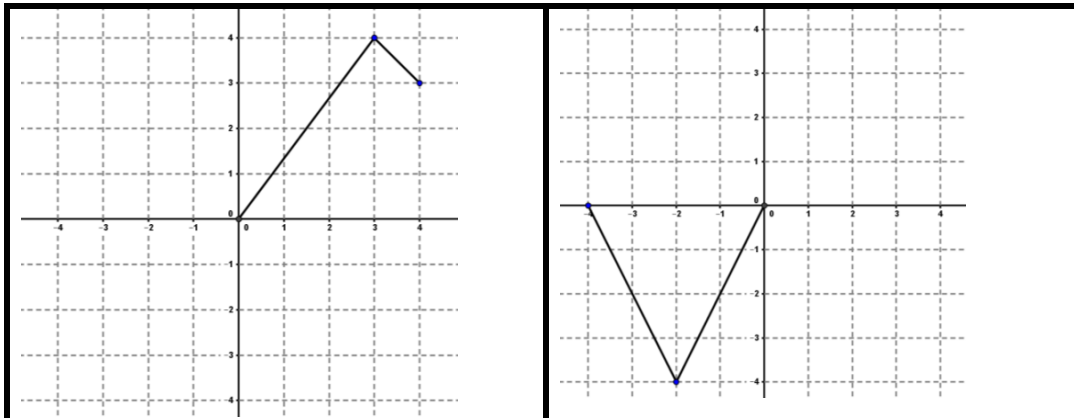
1. Με την βοήθεια των παρακάτω σχημάτων να χαρακτηρίσετε τις συναρτήσεις ως προς την συμμετρία.



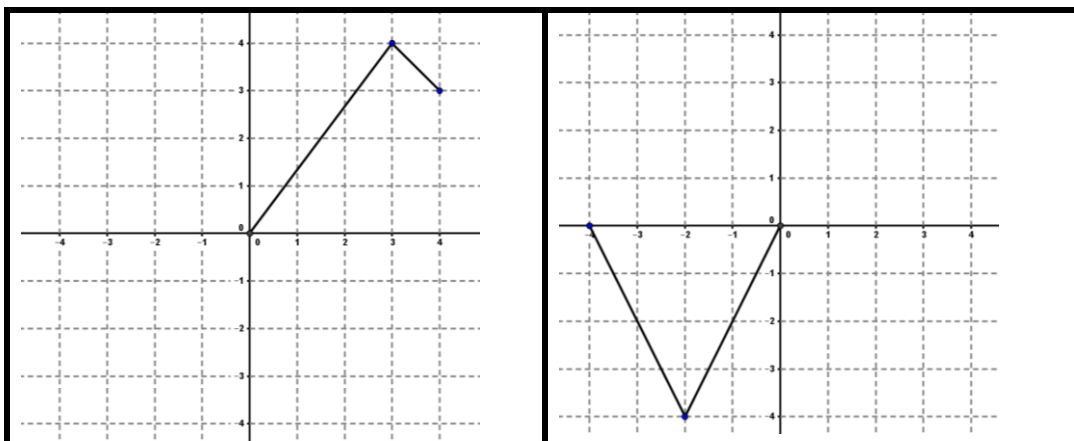
2. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας και γραφικά και αλγεβρικά.



3. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω συναρτήσεις να γνωρίζετε ότι είναι άρτιες.



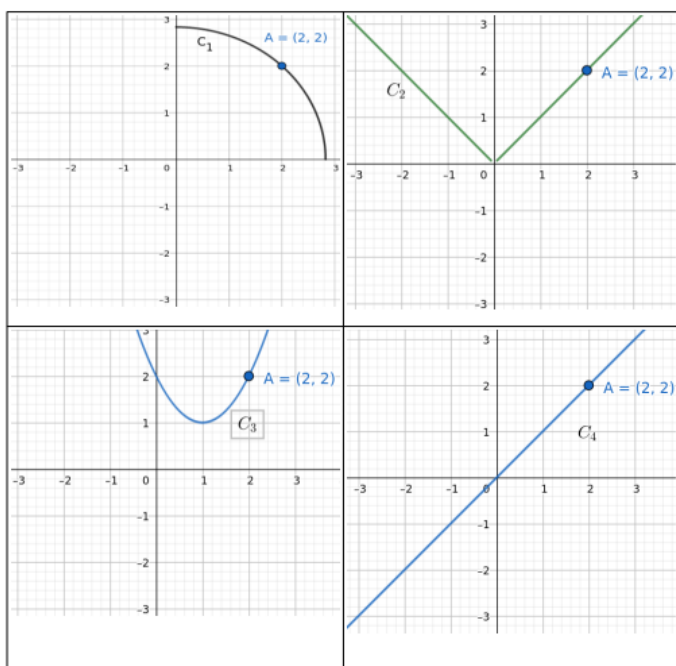
4. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω συναρτήσεις να γνωρίζετε ότι είναι περιττές.



5. A6/39, A7/39, A8/39.

6. Τράπεζα Θεμάτων

Θέμα 2 (14976) Δίνονται τα παρακάτω σχήματα :



α) Να αιτιολογήσετε ποιες από τις γραφικές παραστάσεις C_1, C_2, C_3, C_4 αναπαριστούν άρτιες ή περιττές συναρτήσεις, ποιες όχι και γιατί. Δίνεται ότι τουλάχιστον μία είναι άρτια και τουλάχιστον μία είναι περιττή.

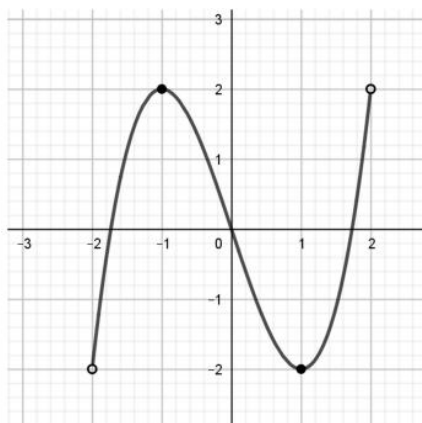
(Μονάδες 12)

β) Για τις συναρτήσεις C_2, C_4 να βρείτε την τεταγμένη του σημείου τους $B(-2, k)$, αιτιολογώντας την τιμή που βρήκατε από την ιδιότητα συμμετρίας καθεμίας συνάρτησης.

(Μονάδες 13)

Θέμα 2 (15112)

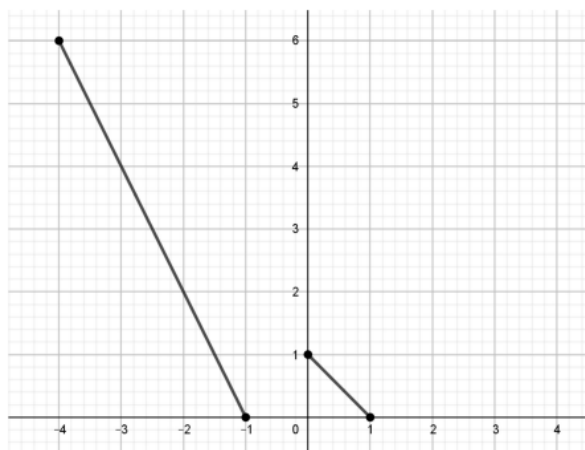
Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(-2,2)$.



- Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα.
- Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών.

Θέμα 2 (15116)

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ορισμένα τμήματα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[-4,4]$.



- Να χαράξετε τα υπόλοιπα τμήματα της γραφικής παράστασης της f .
- Να βρείτε
 - τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα.
 - τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακροτάτων αυτών.

Συναρτήσεις 5η ώρα Συμμετρίες, ορισμός

1. A4/38, A5/39.

2. Δίνεται η συνάρτηση f με $A = \mathbb{R}$ και άρτια. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

| | | | | | | | |
|--------|----|----|----|---|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | 10 | 3 | | 1 | 4 | | |

3. Δίνεται η συνάρτηση f με $A = \mathbb{R}$ και περιττή. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

| | | | | | | | |
|--------|----|----|----|---|---|-----|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | 17 | | 45 | 0 | | -12 | |

4. Δίνεται η συνάρτηση f με $A = \mathbb{R}$ και περιττή. Αν η C_f διέρχεται από το $A(-5,1)$, να βρείτε το $f(5)$.

5. Δίνεται η συνάρτηση f με $A = \mathbb{R}$ και άρτια. Αν $f(-2) = 3$ να βρείτε την τεταγμένη του σημείου της $B(2, \kappa)$.

6. Για μια συνάρτηση f ισχύει $f(-1) = 3$ και $f(1) = 2$, να αιτιολογήσετε γιατί δεν μπορεί να είναι ούτε άρτια, ούτε περιττή.

7. Δίνεται η συνάρτηση f με $A = [-2,5]$, να αιτιολογήσετε γιατί δεν μπορεί να είναι ούτε άρτια, ούτε περιττή.

8. Δίνεται η συνάρτηση f με $A = [\alpha, 10]$, περιττή και $f(2) = 5$. Να βρείτε την τιμή του α και το $f(-2)$.

Συναρτήσεις 6η ώρα μετατοπίσεις x^2

1. Να γίνει η γραφική παράσταση της $f(x) = 3x^2$

Βοήθεια, συμπληρώνουμε το πινακάκι :

| | | | | | | | |
|--------|----|----|----|---|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| x^2 | | | | | | | |
| $3x^2$ | | | | | | | |

Μελέτη μονοτονίας και ακροτάτων (με ορισμούς)

2. Να γίνει η γραφική παράσταση της $g(x) = 3x^2 + 1$

Βοήθεια, συμπληρώνουμε το πινακάκι :

| | | | | | | | |
|------------|----|----|----|---|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| x^2 | | | | | | | |
| $3x^2$ | | | | | | | |
| $3x^2 + 1$ | | | | | | | |

3. Να γίνει η γραφική παράσταση της $h(x) = 3(x - 2)^2$

Βοήθεια, συμπληρώνουμε το πινακάκι :

| | | | | | | | |
|--------------|----|---|---|---|---|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $x - 2$ | | | | | | | |
| $(x - 2)^2$ | | | | | | | |
| $3(x - 2)^2$ | | | | | | | |

4. Να γίνει η γραφική παράσταση της $t(x) = 3(x - 2)^2 + 1$

Βοήθεια, συμπληρώνουμε το πινακάκι :

| | | | | | | | |
|------------------|----|---|---|---|---|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $x - 2$ | | | | | | | |
| $(x - 2)^2$ | | | | | | | |
| $3(x - 2)^2$ | | | | | | | |
| $3(x - 2)^2 + 1$ | | | | | | | |

5. Να γίνει η γραφική παράσταση της $k(x) = 3x^2 + 6x + 1$

Ασκήσεις

Σπίτι A1,A2,A3/21, B2,B3,B5,B6 /22

1. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των :

$$f(x) = 2|x| \quad \text{και} \quad g(x) = 2|x - 1| + 3$$

2. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των :

$$f(x) = x^3 \quad \text{και} \quad g(x) = (x + 1)^3 - 2$$

3. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \frac{3}{2}x^2$.

α. Η συνάρτηση $f(x)$ που προκύπτει από μετατόπιση της $g(x)$ κατά 2 μονάδες δεξιά και μία μονάδα προς τα κάτω. Να επιλέξετε τον σωστό τύπο για την συνάρτηση .

$$f(x) = g(x + 2) - 1, \quad f(x) = g(x - 2) - 1, \quad f(x) = g(x - 1) + 2$$

Η συνάρτηση $\varphi(x)$ προκύπτει από μετατόπιση της $g(x)$ κατά 3 μονάδες αριστερά και δύο μονάδες πάνω. Να επιλέξετε τον σωστό τύπο για την συνάρτηση.

$$\varphi(x) = \frac{3}{2}(x + 2)^2 - 3, \quad \varphi(x) = \frac{3}{2}(x + 3)^2 + 2, \quad \varphi(x) = \frac{3}{2}(x - 3)^2 + 2$$

Ασκήσεις

Σπίτι A5,A6, A7 /21, A8/22 ,B9,B12, B11/23