1.2 Ορισμοί και εφαρμογές. Κλασικός ορισμός 1/4

Κλασικός ορισμός της πιθανότητας σελίδα 18.

***Κλασικός ορισμός πιθανότητας** : Σε ένα πείραμα τύχης με ν ισοπίθανα αποτελέσματα, η πιθανότητα ενός ενδεχομένου Α που περιέχει κ τέτοια αποτελέσματα είναι:*

$$P(A) = \frac{\pi\lambda\acute{\eta}\theta o\varsigma\ \varepsilon\upsilon\nu o\ddot{\iota}\kappa\acute{\omega}\nu\ \alpha\pi o\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\mu\acute{\alpha}\tau\omega\nu\ \tau o\upsilon\ A}{\pi\lambda\acute{\eta}\theta o\varsigma\ \acute{o}\lambda\omega\nu\ \tau\omega\nu\ \delta\upsilon\nu\alpha\tau\acute{\omega}\nu\ \alpha\pi o\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\mu\acute{\alpha}\tau\omega\nu} = \frac{\kappa}{\nu}$$

Συνέπειες : $P(\Omega) = 1, \quad P(\emptyset) = 0\,, \quad 0 \leq P(A) \leq 1.$

Ασκήσεις Σωστό – Λάθος

1. *Αν τα δυνατά αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης είναι ισοπίθανα, τότε ονομάζουμε πιθανότητα οποιουδήποτε ενδεχομένου Α τον αριθμό:*

$$P(A) = \frac{\pi\lambda\acute{\eta}\theta o\varsigma\ \varepsilon\upsilon\nu o\ddot{\iota}\kappa\acute{\omega}\nu\ \alpha\pi o\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\mu\acute{\alpha}\tau\omega\nu\ \tau o\upsilon\ A}{\pi\lambda\acute{\eta}\theta o\varsigma\ \acute{o}\lambda\omega\nu\ \tau\omega\nu\ \delta\upsilon\nu\alpha\tau\acute{\omega}\nu\ \alpha\pi o\tau\varepsilon\lambda\varepsilon\sigma\mu\acute{\alpha}\tau\omega\nu}$$

2. *Η πιθανότητα του αδύνατου ενδεχομένου ∅ ενός δειγματικού χώρου Ω είναι* $P(\emptyset) = 0$.

Ασκήσεις :

1. *Ένα κουτί περιέχει μπάλες: 4 άσπρες, 6 γαλάζιες, 8 κίτρινες και 7 πράσινες. Παίρνουμε τυχαία μια μπάλα.*
   Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων η μπάλα να είναι:
   α) γαλάζια β) κίτρινη ή πράσινη γ) ούτε γαλάζια ούτε πράσινη.

2. *Ρίχνουμε ένα νόμισμα τρεις διαδοχικές φορές.*
   Α) Να βρείτε το δειγματικό χώρο Ω του πειράματος.
   Β) Αν επιλέξουμε τυχαία ένα στοιχείο του δειγματικού χώρου Ω, να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:
   i. Α: "Ο αριθμός των Γ υπερβαίνει τον αριθμό των Κ"
   ii. Β: "Ο αριθμός των Κ είναι ακριβώς 2"
   iii. Γ: "Ο αριθμός των Γ είναι τουλάχιστον 2"
   iv. Δ: "Ίδια όψη και στις τρεις ρίψεις"

   Α1/23, Α4/24, Α10/25

1.2 Ορισμοί και εφαρμογές. Κλασικός ορισμός 2/4

και από το βιβλίο της Ά λυκείου.

1. *Από μια τράπουλα με 52 φύλλα παίρνουμε ένα στην τύχη. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων i) το χαρτί να είναι πέντε ii) το χαρτί να μην είναι πέντε.*
2. *Να βρείτε την πιθανότητα στη ρίψη δύο νομισμάτων να εμφανιστούν δύο "γράμματα".*
3. *Ένα κουτί περιέχει μπάλες: 10 άσπρες, 15 μαύρες, 5 κόκκινες και 10 πράσινες. Παίρνουμε τυχαίως μια μπάλα. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων η μπάλα να είναι:*
   i) μαύρη ii) άσπρη ή μαύρη iii) ούτε κόκκινη ούτε πράσινη.

4. Σε μια τάξη με 30 μαθητές, ρωτήθηκαν οι μαθητές πόσα αδέλφια έχουν. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον επόμενο πίνακα:

Αριθμός μαθητών	4	11	9	3	2	1
Αριθμός αδελφών	0	1	2	3	4	5

   Αν επιλέξουμε τυχαία από την τάξη ένα μαθητή, να βρείτε την πιθανότητα η οικογένειά του να έχει τρία παιδιά.

1.2 Ορισμοί και εφαρμογές. Αξιωματικός ορισμός 3,4/4

Αξιωματικός ορισμός σελίδα 20

***Αξιωματικός ορισμός πιθανότητας** :*

Έστω $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_\nu\}$ *ένας δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης.*
Σε κάθε ενδεχόμενο Α του Ω αποδίδουμε έναν πραγματικό αριθμό που ονομάζουμε πιθανότητα του Α και συμβολίζουμε με $P(A)$, *έτσι ώστε:*
$P(A) \geq 0$ *, για οποιοδήποτε Α του Ω*
$P(\Omega) = 1$
Ικανοποιείται ο απλός προσθετικός νόμος:
Αν τα ενδεχόμενα Α και Β είναι οποιαδήποτε ασυμβίβαστα ενδεχόμενα του Ω

$$\text{τότε} \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Δηλαδή ,
η πιθανότητα $P(A)$ *είναι ένας αριθμός που αποδίδουμε στο Α και που ικανοποιεί τα*

τρία αξιώματα, είναι αριθμός ανάμεσα στο 0 και 1, και εκφράζει το πόσο πιθανό θεωρούμε να συμβεί το Α.

Ασκήσεις

1. *Θεωρούμε το δειγματικό χώρο* $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$.
   Αν $P(\omega_1) = \frac{1}{2}$, $P(\omega_2) = \frac{1}{4}$, $P(\omega_3) = \frac{1}{8}$ *, να βρεθεί η* $P(\omega_4)$.

2. *Θεωρούμε το δειγματικό χώρο* $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$.
   Αν $P(\omega_1) = P(\omega_4) = \frac{1}{6}$, $P(\omega_2) = 3 \cdot P(\omega_3)$ *, να βρεθούν οι* $P(\omega_2)$ *και* $P(\omega_3)$.

3. *Θεωρούμε το δειγματικό χώρο* $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$.
   Αν $A = \{\omega_1, \omega_2\}$, $B = \{\omega_2, \omega_4\}$, $P(\omega_1) = \frac{1}{4}$, $P(A) = \frac{1}{2}$ *και* $P(B) = \frac{7}{12}$, *να βρεθεί η* $P(\omega_3)$.

   Ασκήσεις Α3/24, Α4/24, Α8/25,Α9/25