

Εξ αποστάσεως Εκπαίδευση & Αναπαραστασιακά Συστήματα στα Μαθηματικά στην Εποχή του covid-19

Μαρία Χιονίδου-Μοσκοφόγλου¹, Γιώργος Κέκερης², Δημήτριος Σπανός³,
Χρυσάνθη Δηλμπεράκη⁴, Ιωάννης Σεχίδης⁵, Ειρήνη Κουβαρά⁶, Νικόλαος
Τζιούφας⁷

mchionidou@rhodes.aegean.gr, kekerisgeo@eds.uoa.gr, dimitris.spanos@gmail.com,
xrysa97d@gmail.com, giannisechidis@gmail.com, irenek30@gmail.com,
nikostzioufas@yahoo.gr

¹Αναπληρώτρια Καθηγήτρια, ΠΤΔΕ Πανεπιστημίου Αιγαίου

²Πολιτικός Επιστήμονας-απόφοιτος ΠΤΔΕ Πανεπιστημίου Αιγαίου

³Εκπαιδευτικός ΠΕ86, PhD, MSc, MEd

⁴Απόφοιτη ΠΤΔΕ Πανεπιστημίου Αιγαίου

⁵Εκπαιδευτικός ΠΕ70 MSc, MEd

⁶Εκπαιδευτικός ΠΕ70, MSc, MEd

⁷Μαθηματικός ΠΕ03, MEd

Περίληψη

Στο μάθημα Εφαρμοσμένη Διδακτική των Μαθηματικών, στο τελευταίο εξάμηνο του τέταρτου έτους του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Αιγαίου, λόγω της διακοπής της δια ζώσης διδασκαλίας, αναζητήθηκαν μέθοδοι διδακτικής προσέγγισης στα Μαθηματικά, οι οποίες αξιοποιούν Ψηφιακές Τεχνολογίες και έχουν πρόσθετη παιδαγωγική αξία. Σκοπός ήταν να δημιουργηθούν πολλαπλές αναπαραστασιακές μορφές μαθηματικών δραστηριοτήτων σε σχέση με τα διαφορετικά στυλ μάθησης των φοιτητών/τριών, αξιοποιώντας διάφορα λογισμικά μοντέλα στη διδασκαλία, ώστε να δημιουργηθούν νέοι τύποι ευκαιριών μάθησης, εμπλουτίζοντας την τυπική μάθηση. Οι φοιτητές/τριες εργάστηκαν σε ένα τεχνολογικό περιβάλλον, το οποίο περιελάμβανε το λογισμικό ανοιχτού κώδικα BigBlueButton, το ηλεκτρονικό ταχυδρομείο και την πλατφόρμα Moodle, ως πληροφοριακό σύστημα διαχείρισης του μαθήματος. Αξιοποιώντας το ενοποιητικό μοντέλο αναπαραστατικών συστημάτων HUMoRS (Humanitarian unified model of representational systems (Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Βαμβουλή 2020)) χρησιμοποιώντας λογισμικά μοντέλα (Autodesksketchbook και PowToon) και εργαλεία της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης, όπως το Webex, μετασχηματίστηκαν δραστηριότητες σε πολλαπλές αναπαραστάσεις. Συγκεκριμένα, μαθηματικά προβλήματα και δραστηριότητες, αναφορικά με τον κορονοϊό (covid-19), επεξεργάστηκαν, με σκοπό τη σύνδεσή τους με ύλη των Μαθηματικών της ΣΤ' τάξης. Στις παραπάνω διαδικασίες συμμετείχαν και δύο δασκάλες ΠΕ70, οι οποίες ανήρτησαν στις ηλεκτρονικές τους τάξεις τα δύο μετασχηματισμένα προβλήματα γύρω από τον covid-19 και τα επεξεργάστηκαν με τους μαθητές/τριες τους, με σκοπό να δώσουν νόημα στην μαθηματική γνώση, σε σχέση με κοινωνικά θέματα για την εξάπλωση του ιού. Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε ήταν ποιοτική, καθώς η παρέμβαση από τις δασκάλες αξιολογήθηκε μέσω ημιδομημένων συνεντεύξεων, όπου επισημάνθηκαν τα θετικά στοιχεία, όπως ο ενθουσιασμός των μαθητών/τριών, αλλά και αρνητικά στοιχεία, που οφείλονταν κυρίως στο γεγονός πως η εξ αποστάσεως διδασκαλία δεν είναι τόσο εύκολο να εφαρμοστεί από εκπαιδευτικούς που δεν έχουν την κατάλληλη κατάρτιση και εμπόρρωση.

Λέξεις κλειδιά: ψηφιακές τεχνολογίες, πολλαπλές αναπαραστάσεις στα Μαθηματικά, HUMoRS, ρεαλιστικά προβλήματα

Εισαγωγή

Η χρήση ψηφιακών τεχνολογιών (Ψ.Τ) σε όλα τα γνωστικά αντικείμενα της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, αποτελεί μία σημαντική πτυχή των αναλυτικών προγραμμάτων σπουδών (Polly, Mims, Shepherd & Inan, 2010; Π.Σ., 2011). Έτσι, η ενσωμάτωση των εκπαιδευτικών λογισμικών, τόσο από τους εν ενεργεία εκπαιδευτικούς, όσο και από τους μελλοντικούς εκπαιδευτικούς, αποτελεί ένα σημαντικό παράγοντα, ώστε να καθιερωθεί η χρήση των Ψ.Τ και να επικαιροποιηθούν οι διδακτικές πρακτικές. Το όφελος για την μαθηματική εκπαίδευση από τη χρήση των Ψ.Τ, προκύπτει από το γεγονός ότι μπορεί να καλλιεργηθεί η εμπλοκή των μαθητών/τριών με μαθηματικές έννοιες, αφού προσφέρονται τρόποι θέασης των εννοιών από άλλες οπτικές και νοητικές γωνίες (Gainutdinova et. al, 2020). Απώτερος σκοπός είναι οι μαθητές/τριες να έχουν τη δυνατότητα να κατανοήσουν τις μαθηματικές έννοιες, δίνοντας νόημα σε αυτές, το οποίο σχετίζεται με τα ενδιαφέροντα τους και το μαθησιακό τους στυλ (Πλατισίδου & Ζαγόρα, 2006). Υπάρχουν Μαθηματικά εκπαιδευτικά λογισμικά τα οποία - υπό κατάλληλες παιδαγωγικές συνθήκες - είναι δυνατό να συμβάλλουν στην επεξεργασία της πληροφορίας, καθώς επίσης, στον πειραματισμό και τον έλεγχο υποθέσεων από τους μαθητές/τριες. Για παράδειγμα, ως γνωστόν τα δυναμικά γεωμετρικά λογισμικά (Geogebra, Geometer's Sketchpad, Gabri) δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές/τριες να πειραματιστούν με τα δεδομένα και τα ζητούμενα, για να κατασκευάσουν προσωποποιημένα την μαθηματική τους γνώση (Patsiomitou, 2008). Επίσης, υπάρχουν και άλλα λογισμικά, όπως το autodesk sketchbook, που μπορεί να προσφέρει έναν διαφορετικό τρόπο προσέγγισης της γνώσης με παιγνιώδη τρόπο, καθώς είναι σχετικά εύκολο στη χρήση για τη δημιουργία εικόνων κόμικ, όπως και με την εξοικείωση με τη χρήση γραφίδας στον υπολογιστή. Οι ψηφιακές γραφίδες αποτελούν ένα καλό εργαλείο, ώστε η εξ αποστάσεως εκπαίδευση να γίνει πιο αποτελεσματική και διαδραστική, βοηθώντας σε ένα βαθμό τις μαθητές/τριες και εκπαιδευτικούς να μετατρέψουν τις σχολικές αίθουσες σε ένα ψηφιακό περιβάλλον, όπου θα συμμετέχουν αμφότεροι, δημιουργώντας ένα περιβάλλον εκπαίδευσης, το οποίο θα προσμοιάζει με αυτό του σχολείου. Φυσικά, οι ψηφιακές τεχνολογίες δεν μπορούν να υποκαταστήσουν το περιβάλλον της φυσικής ανθρώπινης, διδακτικής πράξης, μπορούν ωστόσο να «προεκτείνουν» αυτό το περιβάλλον μάθησης με συμβατό τρόπο, όπως το ραδιόφωνο ή το κινητό τηλέφωνο, «προεκτείνοντας» την ανθρώπινη επικοινωνία (Παπαδοπούλου, 2020).

Βιβλιογραφική ανασκόπηση

Η συμβολή του μαθηματικού και παιδαγωγού S. Papert (1991) από το MediaLab του Μ.Ι.Τ., για την διδασκαλία των Μαθηματικών σε περιβάλλοντα, τα οποία βασίζονται σε σύγχρονα τεχνολογικά εργαλεία, ήταν πολύ σημαντική. Ο Papert συνέδραμε καταλυτικά στην ανάπτυξη του εποικοδομητισμού (constructionism). Βασικό χαρακτηριστικό της θεώρησής του είναι η προσέγγιση που προσδίδεται στην αξιοποίηση της σύγχρονης τεχνολογίας. Ανέπτυξε τεχνολογικά εργαλεία (π.χ. χελωνόκοσμο) που κατά κανόνα βελτιώνουν τους τρόπους με τους οποίους οι μαθητές/τριες σκέπτονται και επιλύουν προβλήματα. Η νέα αυτή προσέγγιση αναδεικνύει ότι οι μαθητές/τριες κατασκευάζουν τη νέα γνώση αποτελεσματικά, όταν ασχολούνται με την «κατασκευή πραγμάτων», δηλαδή εμπλέκονται συνειδητά σε δραστηριότητες που έχουν νόημα για τους ίδιους και τους αφορούν (Fuson, 2019). Έτσι επεξεργάζονται και μοιράζονται με τους άλλους και ιδιαίτερα τους συνομηλικούς τους και δημιουργούν καινούργιες ιδέες και οι καλύτερες εμπειρίες μάθησης (Papert, 1991). Αρκετοί ερευνητές/τριες της μαθηματικής παιδείας συμφωνούν σε ένα κοινό όραμα, το οποίο αναφέρεται στο Αναλυτικό Πρόγραμμα των Μαθηματικών (ΔΕΠΠΣ, 2004; Π.Σ., 2011).

Από τον 20^ο στον 21^ο αιώνα μέσα σε 15 ημέρες Η απότομη μετάβαση της εκπαιδευτικής μας πραγματικότητας σε ψηφιακά περιβάλλοντα. Στάσεις-Αντιλήψεις-Σενάρια-Προοπτικές-Προτάσεις

Στο πλαίσιο αυτό γίνεται αποδεκτό ότι οι μαθητές/τριες αναπτύσσουν ευκολότερα μαθηματικό νόημα μέσα από διαδικασίες, οι οποίες βασίζονται στη χρήση Ψ.Τ. (Hoyles, Noss&Kent, 2004).

Οι Ψ.Τ. μπορούν να προσφέρουν δυνατότητες για μάθηση μέσα από ένα παιχνιδιόδη τρόπο. Μπορούν ταυτόχρονα να βοηθήσουν τους μαθητές/τριες να αναπτύξουν υψηλού επιπέδου μαθηματική σκέψη (NCTM, 2000), αφού τους παρέχουν την ευκαιρία να διερευνήσουν, να κάνουν εικασίες, να αναπτύξουν την ικανότητα αιτιολόγησης και να κάνουν γενικεύσεις (Papert, 1996). Οι νέες τεχνολογίες δίνουν ευκαιρίες στους μαθητές/τριες να καλλιεργήσουν τη φαντασία τους, τη συνεργασία με συμμαθητές/τριες και εκπαιδευτικούς (Hoyles et. al., 2004; Fuson, 2019). Οι μέθοδοι από τους εκπαιδευτικούς, τα διαφορετικά στυλ μάθησης των μαθητών/τριών και η χρήση πολλαπλών μορφών αναπαράστασης μαθηματικής δραστηριότητας προκαλούν κοινωνικό-γνωστική σύγκρουση (Deliyianni et. al., 2009). Ταυτόχρονα, τα περισσότερα σύγχρονα περιβάλλοντα εργασίας, όπως και τα εκπαιδευτικά λογισμικά, προσφέρουν πολλές δυνατότητες για επικοινωνία και συνεργασία: άμεση, σύγχρονη επικοινωνία (με ήχο, εικόνα, γραπτό κείμενο), επεξεργασία κειμένων, εικόνων και ντοκουμέντων πάσης φύσεως, από κοινού επίλυση προβλημάτων, διαμοίραση ψηφιακών πόρων, παιχνίδια ρόλων και συλλογικών κατασκευών, συμμετοχή σε κοινότητες, ιστολόγια και wikis, ασύγχρονες επικοινωνίες. Τα Μαθηματικά, διδάσκονταν και εξακολουθούν να διδάσκονται -κατά κανόνα- με παρουσίαση των εννοιών και της θεωρίας από τον/την διδάσκοντα/ουσα και την «εμπέδωσή τους» με επίλυση εφαρμογών της θεωρίας. Η μεταπική-παραδοσιακή αυτή μέθοδος διδασκαλίας δεν ενθαρρύνει τη συμμετοχή του συνόλου της τάξης, αλλά μόνο ενός μικρού αριθμού μαθητών/τριών, εκείνου των «συμβατών» με τις διδακτικές προσεγγίσεις του/της εκπαιδευτικού. Η δασκαλοκεντρική, λοιπόν, τυπολατρία και η μαθηματική αυστηρότητα οδηγούν πολλούς μαθητές/τριες σε μία παθητική και αρνητική στάση για το μάθημα, γεγονός που δημιουργεί και έλλειψη κινήτρων για συμμετοχή (Kaskens et. al., 2020). Τα τεχνολογικά εργαλεία έχουν μεγάλες δυνατότητες για γραφικά και παρέχουν πρόσβαση σε ισχυρά εποπτικά μοντέλα που πολλοί μαθητές/τριες δεν γνωρίζουν ή δεν μπορούν να δημιουργήσουν από μόνοι τους. Βοηθούν, επίσης, στην καλλιέργεια της φαντασίας, της κριτικής σκέψης, της δημιουργικότητας των μαθητών/τριών, ενώ παράλληλα ξεκουράζουν και ψυχαγωγούν.

Θεωρούμε ως αφετηρία την θέση ότι η ένταξη της χρήσης των ψηφιακών τεχνολογιών στο εκπαιδευτικό μας σύστημα έχει νόημα μόνο όταν στοχεύει σε κάποια πρόσθετη παιδαγωγική αξία. Τα Μαθηματικά στο εκπαιδευτικό μας σύστημα παρουσιάζονται ως ένα κατακερματισμένο γνωστικό αντικείμενο, που διδάσκεται κυρίως μετωπικά, με άξονα την απομημάνευση των αφηρημένων ορισμών και θεωρημάτων της θεωρίας και την εξάσκηση στη λύση προβλημάτων, με στόχο την καλή παρουσία στις τελικές εξετάσεις. Πολλοί μαθητές/τριες δυσκολεύονται να κατανοήσουν τις αφηρημένες μαθηματικές έννοιες και δεν βλέπουν σε τι ακριβώς μπορεί να τους χρησιμεύσουν στη ζωή τους, μιας και συχνά φαίνονται αποστασιοποιημένες από την καθημερινότητά στη ζωή τους.

Όσον αφορά στη διδακτική των Μαθηματικών αυτή εστιάζεται σε δημιουργία μαθησιακών περιβαλλόντων, όπου κυριαρχούν η δράση, ο διάλογος, το βίωμα, η έκφραση, οι αναπαραστάσεις, ο πειραματισμός, η ερευνητική στάση απέναντι στη γνώση και η συμμετοχή σε πολλαπλές συλλογικότητες- ομαδοσυνεργατικές διαδικασίες. Για τα Μαθηματικά, η ψηφιακή τεχνολογία μπορεί να αξιοποιηθεί σε ένα εποικοδομητικό πλαίσιο, όταν χρησιμοποιούνται ειδικά σχεδιασμένα ψηφιακά εργαλεία, σε συνδυασμό με εργαλεία υποστήριξης του διαλόγου, της κριτικής σκέψης και της επιχειρηματολογίας (Κουτσελίνη & Θεοφιλίδης, 2002; Κυνηγός, 2007). Τα κατάλληλα εργαλεία λογισμικού είναι σχεδιασμένα ώστε οι μαθητές/τριες να μπορούν να κατασκευάζουν μοντέλα με μέσο τις πολλαπλές και

αλληλεξαρτώμενες μαθηματικές αναπαραστάσεις, να πειραματίζονται με τη συμπεριφορά τους και να τα αλλάζουν συχνά και με ευκολία, να χειρίζονται, να αναλύουν και να συσχετίζουν δεδομένα. Οι μαθητές/τριες κατασκευάζουν έννοιες μέσα από διαδικασίες, υποθέσεις, ανταπόκρισης από το κοινωνικό και φυσικό περιβάλλον, διατύπωσης θεωρημάτων και αναθεώρησης τους (Κυνηγός, 2007).

Έχοντας ως θεωρητική αφηγητική βάση ότι όλοι μαθητές/τριες δεν μαθαίνουν με τον ίδιο τρόπο-μαθησιακό στυλ, επιχειρήθηκε να αξιοποιηθεί η θεωρία για τις νέες τεχνολογίες και τα εργαλεία που παρέχονται σε συνδυασμό με το ενοποιητικό μοντέλο αναπαραστασιακών συστημάτων στη διδασκαλία των Μαθηματικών το HUMoRS (Humanitarian unified model of representational systems) (Chionidou-Moskofoglou & Vamvouli, 2019), ώστε να αποτελέσει το έναυσμα για συζήτηση στηριζόμενη στον κοντροκτιβισμό. Το μαθησιακό στυλ αναγνωρίζεται σαν μια πολυδιάστατη έννοια, η οποία είναι συνάρτηση των γνωστικών διαδικασιών (τρόπος αντίληψης και επεξεργασίας πληροφοριών), της προσωπικότητας (χαρακτηριστικά προσωπικότητας, συναισθηματικές αντιδράσεις), του κοινωνικού πλαισίου (χαρακτηριστικά μαθησιακού περιβάλλοντος) και των φυσιολογικών παραμέτρων (εγκεφαλική λειτουργία). Οι παραπάνω διαστάσεις καθορίζουν τους τρόπους με τους οποίους το άτομο μαθαίνει καλύτερα (American Association of School Administrators, 1991). Σύμφωνα με το μοντέλο των Felder και Silverman (1988), υπάρχουν τέσσερις κατηγορίες τύπων που αποτελούν συνεχείς μάλλον, παρά διπολικές κατηγορίες (Πλατσίδου & Ζαγόρα, 2006), για τον τρόπο που μαθαίνει ένας μαθητής και μία μαθήτρια: 1) Αισθητηριακός-Διαισθητικός, 2) Οπτικός-Λεκτικός, 3) Ενεργητικός-Στοχαστικός και 4) Σειριακός-Σφαιρικός.

Οι μαθητές/τριες διαφέρουν στις κουλτούρες, διαφέρουν στις συσσωρευμένες εμπειρίες, στον τρόπο που μεγάλωσαν, στον τρόπο που σκέφτονται και στον τρόπο που μαθαίνουν. Φυσικά δεν είναι εύκολο να χωριστούν σε τύπους ανάλογα με το πώς μαθαίνουν, δηλαδή με βάση τις προτιμήσεις τους για το πώς πρέπει να λαμβάνουν την πληροφορία, ώστε να μαθαίνουν καλύτερα. Κατά τους Coffield, Moseley, Hall, & Ecclestone (2004), υπάρχουν 13 βασικές θεωρίες αναφορικά με τα μαθησιακά στυλ, οι οποίες συνθέτουν μια ποικιλία από 71 μαθησιακά στυλ. Ενδιαφέρον έχει επιπρόσθετα και το γεγονός ότι ένας/μία μαθητής/τρια δεν είναι απαραίτητο να έχει ένα μόνο μαθησιακό στυλ, αλλά μπορεί να έχει ποικίλα μαθησιακά στυλ που συνθέτουν την πολύπλοκη ανθρώπινη προσωπικότητά του/της. Με βάση αυτή την αρχή προσπαθήσαμε να δώσουμε διαφορετικές αναπαραστάσεις -στην διατύπωση και στις λύσεις- σε δύο Μαθηματικά προβλήματα που είχαν σχέση με τον κορωνοϊό, αξιοποιώντας τη θεωρία αναπαραστάσεων του HUMoRS, τις στρατηγικές λύσεων ενός προβλήματος του Polya και τις νέες τεχνολογίες, προκειμένου να διδάξουμε Μαθηματικά, αλλά και να ευαισθητοποιήσουμε τους/τις οι μαθητές/τριες μας σε σχέση με την πανδημία, δίνοντας και μια κοινωνική προέκταση στο διδακτικό αντικείμενο των Μαθηματικών, το οποίο έχει αξία για την ενημέρωση και χειραφέτηση των μαθητών/τριων σε θέματα διαχείρισης του κορωνοϊού (Χασάπης, 1996).

Είναι γνωστό ότι οι αναπαραστάσεις είναι εκείνοι οι νοητικοί μηχανισμοί, μέσω των οποίων εκφράζονται, απεικονίζονται, αποτυπώνονται οι ιδέες, αποσκοπώντας στην ενεργοποίηση των αισθήσεων και της μνήμης των μαθητών. Πέρα, όμως, από την απεικόνιση μιας ιδέας, μια αναπαράσταση αποτελεί ταυτόχρονα α) ένα εσωτερικό-αφαιρετικό κατασκευάσμα, β) ένα εξωτερικό κατασκευάσμα και γ) μία διαδικασία εξωτερίκευσης των εσωτερικών, νοητικών, γνωστικών λειτουργιών. Οι διάφορες μορφές αναπαραστάσεων προσελκύουν την προσοχή και το ενδιαφέρον, ενισχύοντας, έτσι, την προσωρινή αποθήκευση των πληροφοριών (έννοια/ιδέα/πρόβλημα) στην εργαζόμενη μνήμη. Η ποικιλία των αναπαραστάσεων για την παρουσίαση της κάθε μαθηματικής έννοιας/ιδέας αυξάνει την πιθανότητα της κατανόησής της (Anastasiadou & Chadjiapantelis, 2008). Σύμφωνα με το

μοντέλο που ακολουθήσαμε υπάρχουν οι αναπαραστατικοί τρόποι που αναγράφονται στον Πίνακα 1 που ακολουθεί (HUMoRS).

Ο σχεδιασμός και η υλοποίηση της διδακτικής παρέμβασης

Αξιοποιώντας τον πολυτροπικό αναπαραστασιακό μοντέλο (Πίνακας 2), σχεδιάσαμε ένα ψηφιακό κόμικ και ένα βίντεο, ως εκπαιδευτικά υλικά που μπορεί να χρησιμοποιηθούν ως έτοιμα υλικά, μέσω των οποίων ο/η δάσκαλος/α διδάσκει ένα γνωστικό αντικείμενο. Στη συγκεκριμένη περίπτωση τα κεφάλαια 17 και 18 του σχολικού βιβλίου της Στ' Δημοτικού, (που αναφέρονται στις δυνάμεις και τις δυνάμεις του 10 αντίστοιχα), με τη χρήση πολυτροπικού μοντέλου ή ως περιβάλλον, όπου οι μαθητές/τριες καλούνται να δημιουργήσουν από την αρχή τα δικά τους ψηφιακά κόμικ και βίντεο, εφόσον όμως ο/η εκπαιδευτικός τους έχει ήδη διδάξει το γνωστικό θέμα και τους έχει καθοδηγήσει όσον αφορά στον σχεδιασμό. Το autodesksketchbook και το PowToon που αξιοποιήθηκαν παρέχονται δωρεάν και δίνουν δυνατότητα για επεξεργασία αντικειμένων σε σχεδιαστικό περιβάλλον.

Πίνακας 1: Αναπαραστατικοί τρόποι και αναπαραστατικές μορφές του μοντέλου HUMoRS

ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΟΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΤΙΚΟΣ ΤΡΟΠΟΣ	Ρεαλιστική αναπαραστασιακή μορφή	
	Τεχνητά ρεαλιστική μορφή	
ΟΠΤΙΚΟΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΤΙΚΟΣ ΤΡΟΠΟΣ	Εικονογραφική αναπαραστατική μορφή	Σχηματική αναπαραστατική μορφή
	Συμβολική αναπαραστατική μορφή	Εικονιστική αναπαραστατική μορφή
ΚΙΝΗΣΘΗΤΙΚΟΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΤΙΚΟΣ ΤΡΟΠΟΣ		
ΗΧΗΤΙΚΟΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΤΙΚΟΣ ΤΡΟΠΟΣ		
ΛΕΚΤΙΚΟΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΤΙΚΟΣ ΤΡΟΠΟΣ	Κειμενική αναπαραστατική μορφή	
	Προφορική αναπαραστατική μορφή	
ΠΟΛΥΤΡΟΠΙΚΟΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΤΙΚΟΣ ΤΡΟΠΟΣ		

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα προβλήματα τα οποία επεξεργάστηκαν. **Πρόβλημα 1:** Αν υπάρχουν 300 κρούσματα του γνωστού ιού και κάθε ένα κρούσμα του ιού κολλάει κάθε μέρα έναν ακόμα, πόσα κρούσματα θα έχουμε σε 2 εβδομάδες; **Μία απάντηση:** $214 \times 300 = 4.915.200$ (η μισή Ελλάδα). **Πρόβλημα 2:** Αν υπάρχουν 300 κρούσματα του γνωστού ιού και κατά μέσο όρο ζουν σε σπίτι με άλλους δύο, εάν όλοι μείνουν σπίτι, ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός κρουσμάτων σε 2 εβδομάδες; **Μία απάντηση:** Ακόμα κι αν τα 300 κρούσματα είναι σε 300 διαφορετικά σπίτι, ο αριθμός των κρουσμάτων σε 2 εβδομάδες δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από 900

Με βάση τις θεωρητικές αρχές που αναφέρθηκαν απεικονίσαμε τα προβλήματα σε κόμικ, με τη βοήθεια του δωρεάν λογισμικού autodesk sketchbook και του PowToon. Το κόμικ

Από τον 20^ο στον 21^ο αιώνα μέσα σε 15 ημέρες Η απότομη μετάβαση της εκπαιδευτικής μας πραγματικότητας σε ψηφιακά περιβάλλοντα. Στάσεις-Αντιλήψεις-Σενάρια-Προοπτικές-Προτάσεις

αποτελεί ένα πολυτροπικό αναπαραστατικό μοντέλο (multimodal representation model), βάσει των εκφραστικών του δυνατοτήτων. Τα κόμικς που χρησιμοποιούν εκφραστικά μέσα από άλλες τέχνες για να αφηγηθούν, που χρησιμοποιούν εικόνες και λόγια, αποτελούν ένα κείμενο με τη σύγχρονη πολυτροπική θεώρηση (Βασιλακοπούλου, Μπολουδάκης & Ρετάλης, 2007). Επίσης, βασιζόμενοι στις θεωρητικές αρχές κατασκευάσαμε βίντεο με δύο προβλήματα του κορωνοϊού: 1ο video tinyurl.com/2wta7zwq (Τσάρκος) και το 2ο βελτιωμένο video-μετά από διδακτική παρέμβαση tinyurl.com/38nz9p9u (Χιονίδου-Μοσκοφόγλου -Τσάρκος) με την χρήση του PowToon. Το βίντεο αποτελεί έναν πολυτροπικό αναπαραστατικό (multimodal representation mode (Moskofoglou-Chionidou, Vamvouli 2019).

Βασιζόμενοι στις στρατηγικές του Polya για την λύση προβλημάτων, εργαστήκαμε με πιο μικρά νούμερα στο πρόβλημα και δώσαμε μια διαφορετική αναπαραστασιακή μορφή στα προβλήματα, καθώς θεωρήθηκε πως θα βοηθούσε κάποιους μαθητές/τριες, ανάλογα με το στυλ μάθησής τους να ασχοληθούν πιο ενεργά με τα Μαθηματικά προβλήματα. Το υλικό που δημιουργήθηκε δόθηκε σε δύο δασκάλες της ΣΤ' τάξης Δημοτικού Σχολείου, προκειμένου να το αξιοποιήσουν στην εξ αποστάσεως εκπαίδευση, αναρτώντας το στις κυψέλες για να το μελετήσουν οι μαθητές/τριες της τάξης τους.

Στόχος ήταν σε μία δύσκολη περίοδο δοκιμασιών για όλους/ες, να προκληθεί το ενδιαφέρον των μαθητών/τριών, να ενημερωθούν για την εξάπλωση του ιού και να κατανοήσουν ότι τα Μαθηματικά παίζουν σημαντικό ρόλο στις προβλέψεις για την εξάπλωση του ιού covid-19, με μία μέθοδο προσέγγισης της διδασκαλίας που διαφοροποιείται από τις δασκαλοκεντρικές. Επιπλέον, ζητούμενο ήταν με την αξιοποίηση των Μαθηματικών και των Ψ.Τ. να υλοποιηθεί μια δραστηριότητα που να ενεργοποιεί τους εκπαιδευόμενους, να ενισχύει τη δημιουργικότητά τους και να τους προσανατολίζει σε συνειδητή συμμετοχή στη διαδικασία της μάθησης, ανταλλάσσοντας ιδέες και απόψεις μεταξύ τους, αξιοποιώντας τον υπολογιστή κάνοντας χρήση δωρεάν ψηφιακών τεχνολογιών.

Μέθοδοι

Οι δασκάλες των σχολείων ενημερώθηκαν από τη συγγραφική ομάδα για τη δράση, καθώς είχαν εξοικείωση με την αξιοποίηση κόμικ στην εκπαιδευτική διαδικασία. Στηριζόμενοι στη λογική των προβλημάτων για την εξάπλωση του ιού και αξιοποιώντας τις νέες τεχνολογίες, έγινε προσπάθεια δημιουργίας πολυτροπικής αναπαράστασης των προβλημάτων, ώστε να είναι κατάλληλα και εύκολα αξιοποιήσιμα από μαθητές/τριες Δημοτικού. Επιδίωξη ήταν οι μαθητές/τριες, βλέποντας μια διαφορετική αναπαραστασιακή μορφή όπως το κόμικ, να οδηγηθούν πιο ευχάριστα στη λύση ή να δημιουργήσουν τα δικά τους κόμικ, βασιζόμενοι στη μαθηματική λογική για την εξάπλωση του ιού. Επίσης, παροτρύνθηκαν να αναπαραστήσουν ένα άλλο πρόβλημα της επιλογής τους σε μορφή κόμικ, μετασχηματίζοντας το. Το πρόγραμμα που χρησιμοποιήθηκε για διαφορετική αναπαραστασιακή μορφή ήταν το autodesk sketchbook.

Οι δασκάλες σε πρώτη φάση, μέσω της πλατφόρμας WebEx, παρουσίασαν στους/στις μαθητές/τριες βασικές οδηγίες χρήσης του προγράμματος autodesk sketchbook. Οι μαθητές/τριες, με την καθοδήγηση των δασκάλων τους, κατέβασαν και πλοηγήθηκαν στο πρόγραμμα, αξιοποιώντας τα tablet τους και τις ψηφιακές γραφίδες τους. Στη συνέχεια, οι δασκάλες ενημέρωσαν τους/τις μαθητές/τριες σχετικά με την εξάπλωση του κορωνοϊού, με βάση τις πληροφορίες που δίνονται στα παραπάνω Μαθηματικά προβλήματα και στις εικόνες του κόμικ. Οι μαθητές/τριες, αφού συζήτησαν τις πληροφορίες που πήραν, προκειμένου να λυθούν απορίες, χωρίστηκαν σε ομάδες των 2 ατόμων και συνεργάστηκαν κυρίως μέσω κοινωνικών δικτύων. Οι μαθητές/τριες μελέτησαν αρχικά ατομικά και στη συνέχεια ομαδικά τα προβλήματα. Ύστερα, σχολίασαν το κόμικ που τους δόθηκε, το οποίο

Από τον 20^ο στον 21^ο αιώνα μέσα σε 15 ημέρες Η απότομη μετάβαση της εκπαιδευτικής μας πραγματικότητας σε ψηφιακά περιβάλλοντα. Στάσεις-Αντιλήψεις-Σενάρια-Προοπτικές-Προτάσεις

λειτούργησε ως αφορμή για τη διδασκαλία των δυνάμεων (κεφάλαια 17 και 18 του σχολικού βιβλίου ΣΤ' Δημοτικού). Οι μαθητές/τριες, αρχικά ασχολήθηκαν με τη λύση των προβλημάτων και τα συμπεράσματα που προκύπτουν σχετικά με την εξάπλωση του κορονοϊού, λαμβάνοντας έτσι κι ένα κοινωνικό μήνυμα. Ωστόσο, επειδή βασική επιδίωξη ήταν να ενεργοποιηθεί το ενδιαφέρον τους για τα Μαθηματικά, μέσω της χρήσης του ψηφιακού εργαλείου, παρακινήθηκαν να το αξιοποιήσουν δημιουργώντας άλλη αναπαράσταση της εκφώνησης του προβλήματος με τη μορφή κόμικ ή ακόμα να αναπαραστήσουν με τον δικό τους τρόπο τη λύση του προβλήματος με την αξιοποίηση του autodesk sketchbook. Οι μαθητές/τριες είχαν συχνή επικοινωνία με τις δασκάλες τους μέσω των σχολίων και των μηνυμάτων στις κυψέλες e-me των ψηφιακών τάξεών τους. Οι μαθητές/τριες έκαναν προβλέψεις και κάποια προσχέδια, τόσο για τις μαθηματικές λύσεις, όσο και για την απεικόνιση που θα έδιναν. Οι δασκάλες λειτουργούσαν συμβουλευτικά, σε συνδυασμό με τις οδηγίες που είχαν πάρει κι από εμάς, κατευθύνοντας τη συνέχεια και ολοκλήρωση της προσπάθειας, σε επίπεδο προσδιορισμού -ως προς την ορθότητα και τη σαφήνεια- των υπό επεξεργασία Μαθηματικών εννοιών- και σε επίπεδο καθοδήγησης των μαθητών/τριών στην κατάλληλη χρήση του autodesk sketchbook. Επισημαίνεται ότι οι δύο δασκάλες επικοινωνούσαν με οι μαθητές/τριες τόσο σύγχρονα, όσο και ασύγχρονα.

Αξιολόγηση παρέμβασης

Σημαντικό στοιχείο στην όλη διαδικασία ήταν η διερεύνηση των απόψεων των μαθητών και των μαθητριών για τη συγκεκριμένη δραστηριότητα και το πώς ένιωθαν εργαζόμενοι με τον συγκεκριμένο τρόπο. Η αξιολόγηση της διαδικασίας έγινε με ημιδομημένες συνεντεύξεις από τους οι μαθητές/τριες, οι οποίες διεξήχθησαν από τις δασκάλες δια ζώσης. Ακολουθούν τα ερευνητικά ερωτήματα που απασχόλησαν την αρχική αξιολόγηση: Πώς ψηφιακά περιβάλλοντα αξιοποιούνται στην εξ αποστάσεως διδασκαλία πολλαπλής αναπαράστασης μίας μαθηματικής δραστηριότητας και γιατί; Ποιες είναι οι εμπειρίες των δύο εκπαιδευτικών, με τη χρήση Ψ.Τ και ρεαλιστικών προβλημάτων στην κατανόηση Μαθηματικών εννοιών, στις δύο τάξεις της ΣΤ' Δημοτικού; Ποια τα συναισθήματα των μαθητών/τριών από την όλη διαδικασία;

Η συλλογή όλων των δεδομένων έγινε μέσα από ημιδομημένες συνεντεύξεις, οι οποίες ήταν ανοικτές και δεν περιελάμβαναν αυστηρά προκαθορισμένες ερωτήσεις, αλλά ευρείες θεματικές πάνω στις οποίες οι 2 συμμετέχουσες δασκάλες στην έρευνα καλούνταν να μιλήσουν ή να τοποθετηθούν ελεύθερα. Υπήρξε ένα πρωτόκολλο ερωτημάτων/θεματικών, τα οποία θεωρήθηκαν σημαντικά και στηριζόμενοι σε αυτά βασίστηκε η διάδραση μεταξύ του ερευνητή και των συμμετεχόντων στην όλη διαδικασία. Ιδιαίτερα σημαντικό πλεονέκτημα στη συγκεκριμένη προσέγγιση, αποτέλεσε η ανάδειξη νέων θεματικών μέσα από τις συνεντεύξεις, τα οποία δεν είχαν προκαθοριστεί από τους ερευνητές/τριες (Mason, 2009). Πιο αναλυτικά, για τα δύο πρώτα ερωτήματα: η ερευνητική ομάδα ήρθε σε επικοινωνία με τις δύο εκπαιδευτικούς, ώστε να συλλεχθούν τα δεδομένα, μέσω ημιδομημένων συνεντεύξεων, ενώ για το τρίτο ερώτημα οι δασκάλες ανέλαβαν τη συλλογή δεδομένων μέσω δια ζώσης συνεντεύξεων από οι μαθητές/τριες των τάξεών τους. Όλα τα δεδομένα αναλύθηκαν με βάση τους θεματικούς άξονες που εξετάζονταν με σκοπό να απαντηθούν τα κύρια ερευνητικά ερωτήματα

Αποτελέσματα

Όσον αφορά το πρώτο ερευνητικό ερώτημα οι δύο εκπαιδευτικοί τόνισαν πως πρέπει να υπάρξει μία σχετική σε αυτό το κομμάτι επιμόρφωση τους, καθώς θεωρούν πως δεν υπάρχει

εξοικείωση για την αξιοποίηση ψηφιακών περιβαλλόντων για την εξ αποστάσεως διδασκαλία, ειδικά όταν υπεισέρχονται και έννοιες όπως οι πολλαπλές αναπαραστάσεις στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Υποστήριξαν πως «όλα αυτά είναι νέα και πρωτόγνωρα για τον/την μέσο εκπαιδευτικό» και υπογράμμισαν ότι χρειάζεται χρόνος και συνεχής ενημέρωσης, για να απαντηθεί με αξιοπιστία αυτό το ερώτημα. Θεώρησαν πως ανοίγεται ένα νέο παράθυρο σε μαθητές/τριες με την αξιοποίηση κατάλληλων ψηφιακών περιβαλλόντων στην εξ αποστάσεως διδασκαλία, με χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων και είναι πολύ σημαντικό στην όλη μαθησιακή διαδικασία, αλλά ακόμα φαίνεται να μην αισθάνονται τόσο εξοικειωμένες, ώστε να πάρουν από όλη αυτή τη διαδικασία τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα, κάνοντας σωστή και συστηματική χρήση όλων αυτών. Σχετικά με το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα, οι δύο δασκάλες είδαν την όλη διαδικασία και τη συνεργασία με την ομάδα του πανεπιστημίου ως κάτι καινοτόμο και ως ευκαιρία να «κάνουν κάτι εναλλακτικό στην τάξη τους». Επιπλέον, οι δασκάλες διαπίστωσαν πως η παρούσα εναλλακτική διδασκαλία ενός προβλήματος Μαθηματικών μέσω πολυτροπικών αναπαραστάσεων, ενεργοποίησε τις ίδιες, αλλά και τους μαθητές/τριες και βοήθησε να ενδιαφερθούν για το μάθημα στη δύσκολη περίοδο του εγκλεισμού. Πιθανώς, μέσω των κόμικ και των νέων τεχνολογιών να είναι πιο εύκολο οι μαθητές/τριες να προσεγγίσουν και να κατανοήσουν μαθηματικές έννοιες, συνδέοντάς τις μάλιστα με ζητήματα της καθημερινότητάς τους. Περαιτέρω, οι μαθητές/τριες κινητοποιήθηκαν να ασχοληθούν με ψηφιακές εφαρμογές που μπορούν να αξιοποιηθούν στη μάθηση και τα Μαθηματικά. Τα παραπάνω είναι ορισμένα από τα θετικά που διαφάνηκαν από την υλοποίηση της συγκεκριμένης δραστηριότητας και φάνηκαν να ικανοποιούν τις εκπαιδευτικούς, καθώς θεώρησαν πως έκαναν κάτι δημιουργικό. Ωστόσο, οι δασκάλες ανέφεραν και αρνητικά, όπως ότι στην εξ αποστάσεως εκπαίδευση δεν είχαν όλοι οι μαθητές/τριες πρόσβαση σε υπολογιστή, tablet, διαδίκτυο και ψηφιακή γραφίδα, επομένως ήταν αποκλεισμένοι από τη συμμετοχή τους στην υλοποίηση της δραστηριότητας και γενικότερα στη διαδικασία της μάθησης. Ενώ ακόμα και οι ίδιες στην όλη διαδικασία χρειάστηκε να ζητήσουν βοήθεια, καθώς δεν είχαν ποτέ σχετική επιμόρφωση, ούτε ως φοιτήτριες, αλλά ούτε σε σεμινάρια που είχαν παρακολουθήσει. Τέλος, όσον αφορά το τρίτο ερευνητικό ερώτημα, τα σχόλια των μαθητών/τριών ήταν θετικά και φάνηκε από την ανατροφοδότηση πως ο τρόπος που εργάστηκαν ευχαρίστησε τους μαθητές/τριες. Αναφέρονται ενδεικτικά δηλώσεις μαθητών/τριών:

«Κυρία έχει πλάκα και μ' αρέσει που κάνουμε κόμικ»

«βαρέθηκα να παίζω στον υπολογιστή θα κάτσω να κάνω το κόμικ»

«κυρία να το κάνουμε και πιο συχνά αυτό, όταν ανοίξουμε και σε άλλα μαθήματα»

«έχει πλάκα να ζωγραφίζω στο tablet, δεν χρειαζόταν να αγοράσουμε πινέλο και μπογιές, δεν κατάλαβα πως έκανα Μαθηματικά».

Ακόμα, επισημάνθηκε από τις δασκάλες η τάση πως οι μαθητές/τριες που δεν μπορούν εύκολα να συγκεντρωθούν στην τάξη, φάνηκαν να ασχολήθηκαν πιο πολύ με ένα πρόβλημα ζητούμενο από υπολογιστή. Μάλιστα, όπως αναφέρουν οι Α. Ράπτη και Α. Ράπτη στο «Μάθηση και Διδασκαλία στην εποχή της πληροφορίας», στην εκπαίδευση ο υπολογιστής μπορεί να έχει ποικίλες εκπαιδευτικές χρήσεις. Μία από αυτές είναι «η λειτουργία του υπολογιστή ως «δασκάλου» σε περιβάλλον προγραμματισμένης διδασκαλίας, καθώς και η χρήση του ως μέσω διασκέδασης και άτυπης μάθησης.

Παρακάτω ακολουθεί η κατασκευή χάρτη από τους μαθητές/τριες της μίας τάξης, όπου φαίνεται πως συνεργάστηκαν, σχηματοποίησαν το πρόβλημα στον χάρτη, ανέλυσαν τα δεδομένα και κατέληξαν σε συμπεράσματα, με έναν τρόπο που τους άρεσε και όχι τόσο συνηθισμένο, όπως μας τόνισαν οι δασκάλες τους.



Συμπεράσματα- Συζήτηση

Μέσα από αυτή την πιλοτική έρευνα, φαίνεται πως η ψηφιακή τεχνολογία υποστήριξε στη διαδικασία διδασκαλίας Μαθηματικών, μέσω των διαφόρων δυναμικών μετασχηματισμών που αυτή επιτρέπει. Οι εκπαιδευτικοί εάν επιμορφωθούν μπορούν να προσαρμόσουν τη διδασκαλία τους ανάλογα με τις ανάγκες και τις ιδιαιτερότητες των μαθητών/τριών τους. Οι Ψ.Τ. μπορεί να αξιοποιηθούν:

- α) ως εκπαιδευτικό μέσο για την υποστήριξη της μάθησης των μαθητών/τριών,
- β) ως εργαλείο για προσωπική χρήση, με το οποίο ο εκπαιδευτικός προετοιμάζει και παράγει υλικό για τα μαθήματα, διαχειρίζεται ηλεκτρονικά διάφορες εργασίες και αναζητά πληροφορίες και υλικό,
- γ) ως μέσο αλληλεπίδρασης και συνεργασίας.

Από την εφαρμογή της εκπαιδευτικής μας παρέμβασης παρατηρήθηκε, με βάση όσα ανέφεραν οι δασκάλες, ιδιαίτερο ενδιαφέρον από τους μαθητές/τριες, καθώς υπήρξε άμεση σύνδεση του χώρου της εκπαίδευσης με το νέο κόσμο της πληροφορίας, δημιουργώντας νέους τύπους ευκαιριών μάθησης και εμπλουτίζοντας την τυπική μάθηση (DouglasdaCostael. al., 2020).

Ωστόσο, δεν πρέπει να μας διαφύγει το γεγονός ότι η τεχνολογία δεν αποτελεί πανάκεια και υπάρχουν ομάδες που δεν έχουν πρόσβαση σε αυτή. Η νέα κατάσταση ανέδειξε την ανισότητα. Δεν υπήρχε η δυνατότητα όλοι οι μαθητές/τριες να έχουν πρόσβαση σε υπολογιστή. Αυτό αποτελεί μια πρόκληση, για το πώς όλοι θα μπορούν να αξιοποιήσουν τις νέες τεχνολογίες. Επομένως δεν συνίσταται να αντιμετωπίζεται ως μοναδικό μέσο επικοινωνίας με τους συνανθρώπους μας, παρά τις διαδραστικές και αλληλεπιδραστικές ιδιότητες που διαθέτει. Παραδοσιακά, η φυσική παρουσία και επαφή αποτελεί πρωταρχικό παράγοντα για θετική αλληλεπίδραση στις ανθρώπινες σχέσεις στον χώρο της εκπαίδευσης

Από τον 20^ο στον 21^ο αιώνα μέσα σε 15 ημέρες Η απότομη μετάβαση της εκπαιδευτικής μας πραγματικότητας σε ψηφιακά περιβάλλοντα. Στάσεις-Αντιλήψεις-Σενάρια-Προοπτικές-Προτάσεις

και ως τέτοιος, θα πρέπει να παραμείνει και στην μετά εποχή της πανδημίας covid-19. Ακόμη, είναι αναγκαίο να γίνει κατανοητό ότι η τεχνολογία δεν μπορεί να υποκαταστήσει την ανθρώπινη επαφή και την δια ζώσης επικοινωνία στην αλληλεπίδραση δασκάλου-μαθητών/τριών (Τσιτουρίδου, 1991), αλλά, αντιθέτως, δύναται να διευκολύνει αυτήν την σχέση, να διατηρήσει και μάλιστα να ενισχύσει περαιτέρω τα ποιοτικά της στοιχεία. Μόνο ως συμπληρωματική, λοιπόν, θα μπορούσαμε να εκλάβουμε την χρήση της τεχνολογίας στο τομέα της εκπαίδευσης και πάντα με τη σκέψη της μη δυνατότητας πρόσβασης στις νέες τεχνολογίες από το σύνολο των μαθητών/τριών.

Προεκτάσεις έρευνας

Η διδακτική παρέμβαση θα μπορούσε να συνεχιστεί τη νέα σχολική χρονιά, αφού και οι προκλήσεις από την πανδημία φαίνεται να συνεχίζονται. Η έρευνα θα μπορούσε να επεκταθεί σε τάξεις, όπου οι εκπαιδευτικοί έχουν μετεκπαιδευτεί σε Ψηφιακές Τεχνολογίες, ώστε να διαφανεύουν σε μεγαλύτερο εύρος τα αποτελέσματα της χρήσης των τεχνολογιών στην εξ αποστάσεως εκπαίδευση, στη διδακτική και μαθησιακή διαδικασία. Τέλος, θα μπορούσε να εφαρμοστεί σε συγκεκριμένο μαθητικό πληθυσμό με ειδικές μαθησιακές ανάγκες και να διερευνηθούν οι πολλαπλές αναπαραστάσεις τους στα Μαθηματικά και η αποτελεσματικότητα της παρέμβασης στη μάθηση.

Ελληνόγλωσση Βιβλιογραφία

- Βασιλακοπούλου, Μ., Μπολινιάκη, Μ. & Ρετάλης, Σ. (2007), *Αξιοποίηση των ψηφιακών κόμικς στην εκπαίδευση*. Πρακτικά Συνεδρίου 4ο Πανελλήνιο Συνέδριο των Εκπαιδευτικών για τις Ψ.Τ., 04/05/2007. Διαθέσιμο στο <https://www.greekcomics.gr/forums/index.php?/topic/17544> (ανάκτηση 22/5/2020)
- ΔΕΠΠΣ, 2004 - ΕΠΣ, 2011: <http://www.pi-schools.gr/programs/depps/>
- Κουτσελίνη, Μ., & Θεοφιλίδης, Χ. (2002). *Διερεύνηση και συνεργασία. Για μια αποτελεσματική διδασκαλία*. Αθήνα: Γρηγόρης.
- Κουνηγός, Χ. (2007). *Το μάθημα της διερεύνησης: Παιδαγωγική αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών για τη διδακτική των Μαθηματικών*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα
- Παπαδοπούλου, Α. (2020). *Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση: Νέα δεδομένα και δυνατότητες για τα Μαθηματικά*. Διαθέσιμο στο https://www.alfavita.gr/ekpaideysi/317839_ex-apostaseos-ekpaideysi-nea-dedomena-kai-dynatotites-gia-ta-mathimatika (ανάκτηση 17/5/2020)
- Πλατσιδου, Μ. & Ζαγόρα, Χ. (2006). Το μαθησιακό στυλ και οι στρατηγικές επίλυσης γνωστικών έργων. *Παιδαγωγική Επιθεώρηση*, 42, 160-177.
- Τσιτουρίδου, Μ. (1991). *Δυνατότητες και προβλήματα στην προοπτική ενσωμάτωσης των Η/Υ στο Ελληνικό σχολείο*. Θεσσαλονίκη: Διδακτορική διατριβή Π.Τ.Ν. Α.Π.Θ.
- Χασάπης, Δ. (1996). *Τα πλαίσια αναφοράς των Μαθηματικών εννοιών κατά τη διδασκαλία τους στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση και οι ιδεολογικοί τους προσανατολισμοί*. Πρακτικά 1ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας τα Μαθηματικά στην εκπαίδευση και την κοινωνία, 113-123.
- Mason, J. (2003) *Η διεξαγωγή της Ποιοτικής έρευνας*. Μτφρ. Ε. Δημητριάδου. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα
- Papert, S. (1991). *Νοητικές θύελλες*. Αθήνα: Οδυσσεύς.

Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

- American Association of School Administrators (1991). *Learning styles: Putting research and common sense into practice*. Arlington, VA.
- Anastasiadou, S. & Chadjiapantelis, T. (2008). *The Role of Representations in the Understanding of Probabilities in Tertiary Education*. In *Research and Development in the Teaching and Learning of Probability*. ICME 11: Topic Study Group 13. Monterrey, Mexico. Accessed October 24, 2014. http://iaseweb.org/documents/papers/icme11/ICME11_TSG13_18P_anastasiadou.pdf

Από τον 20^ο στον 21^ο αιώνα μέσα σε 15 ημέρες Η απότομη μετάβαση της εκπαιδευτικής μας πραγματικότητας σε ψηφιακά περιβάλλοντα. Στάσεις-Αντιλήψεις-Σενάρια-Προοπτικές-Προτάσεις

- Coffield, F., Moseley, D., Hall, E., & Ecclestone, K. (2004). *Learning styles and pedagogy in post-16 learning: a systematic and critical review*. LSRC reference, Learning & Skills Research Centre, London. Retrieved on February 26, 2014
- Deliyianni, E., Monoyiou, A., Elia, I., Georgiou, C. & Zannettou, E. (2009). Pupils' visual representations in standard and problematic problem solving in mathematics: their role in the breach of the didactical contract. *European Early Childhood Education Research Journal*, 17(1), 95-110.
- Douglas da Costa, R., Fontoura de Souza, G., Barros de Castro, T., Alessandro de Medeiros Valentim, R. & Aline de Pinho, D. (2020). Identification of Learning Styles in Distance Education Through the Interaction of the Student With a Learning Management System. *Iberoamericana de tecnologias del aprendizaje*, 15(3), 148-160.
- Felder, R. M., & Silverman, L. K. (1988). Learning and teaching styles in engineering education. *Engineering Education*, 78(7), 674-681.
- Fuson, K. (2019). Relating Math Words, Visual Images, and Math Symbols for Understanding and Competence. *International journal of disability, development and education*, 66(2), 119-132.
- Gainutdinova, T., Denisova, M., Shirokova, O & Mikhaylovsky, M. (2020). The Use of Digital and Information Technologies in Order to Increase The Effectiveness of Mathematical Education. *Talent Development & Excellence*, 12(3), 188-198.
- Hoyles, C., Noss, R., & Kent, P. (2004). On the integration of digital technologies into mathematics classrooms. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9, 309-326.
- Kaskens, J., Segers, E., Lin Goei, S., van Luit, J. & Verhoeven, L. (2020). Impact of Children's math self-concept, math self-efficacy, math anxiety, and teacher competencies on math development. *Teaching and Teacher Education*, 94, 1-14.
- Moskofoglou-Chionidou, M., & Vamvouli, A. (2019). Comparative study and evaluation of dominant external representational systems in mathematics education. *New Trends and Issues Proceedings on Humanities and Social Sciences*, 6(7), 223-230. <https://doi.org/10.18844/prosoc.v6i7.4531>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM
- Papert, S. (1996). An exploration in the space of mathematics educations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1, 95-123.
- Patsiomitou, S. (2008). The development of students geometrical thinking through transformational processes and interaction techniques in a dynamic geometry environment. *Issues in Informing Science & Information Technology*, 5, 353-393.
- Polly, D., Mims, C., Shepherd, C.E. & Inan, F. (2010). Evidence of impact: Transforming teacher education with preparing tomorrow's teachers to teach with technology (PT3) grant. *Teaching and Teacher Education*, 26(4), 863-870.
- Polya, G. (1957). *How to Solve It*, 2nd edition, Princeton University Press.