Ανδρέας Ιωάννου Κασσέτας

Ο Αρχιμήδης στη μπανιέρα. η ΙΔΕΑ και η ΠΡΑΞΗ

Τι σκέφτηκε κι άρχισε να φωνάζει «εύρηκα» ;

Τι ακριβώς έκανε με το στέμμα του Ιέρωνα ;

Συρακούσες, τρίτος αιώνας προ Χριστού και ο βασιλιάς Ιέρων ΙΙ αναθέτει στον Αρχιμήδη  να ερευνήσει αν το καινούργιο στέμμα του, είναι πράγματι από χρυσάφι χωρίς την προσθήκη άλλων μετάλλων.  Εξυπακούεται ότι  το στέμμα δεν επιτρέπεται  να αλλοιωθεί με οποιοδήποτε τρόπο

Τι σκέφτηκε

Ο Αρχιμήδης μπαίνει στη μπανιέρα για να πλυθεί και η μπανιέρα είναι γεμάτη με νερό . Εστιάζει την προσοχή του ότι κατά τη διάρκεια της δικής του εισόδου χύνεται έξω όλο και περισσότερο νερό καθώς εκείνος συνεχίζει να μπαίνει , καθώς δηλαδή όλο και περισσότερο μέρος από το σώμα του βυθίζεται στο νερό.  Το έχει προσέξει κι άλλες φορές αλλά αυτή τη φορά τον επισκέπτονται δύο ιδέες, η μία μετά την άλλη.

Η πρώτη  η ΙΔΕΑ είναι ότι το νερό που χύνεται είναι ίσο σε όγκο με τον όγκο

-εκτόπισμα- του σώματός του και ότι αυτό θα έπρεπε να ισχύει με οποιοδήποτε αντικείμενο. Θα μπορούσε δηλαδή να ανάγει τον όγκο οποιουδήποτε στερεού αντικειμένου σε ίσο όγκο νερού και να τον υπολογίζει με βάση τη Γεωμετρία του Ευκλείδη.

Η δεύτερη ΙΔΕΑ είναι εκείνη που συσχετίζει το νερό της μπανιέρας με το πρόβλημα για το στέμμα. Φαντάζεται ότι ΑΝ  το βύθιζε στο νερό της μπανιέρας - ή σε οποιαδήποτε ποσότητα νερού σε άλλο δοχείο μικρότερο- το πόσο νερό θα χυνόταν έξω εάν η μπανιέρα ήταν γεμάτη ή «το πόσο θα ανέβαινε η στάθμη» εάν δεν ήταν γεμάτη  θα τον οδηγούσε στην απάντηση στο ερώτημα «πόσο όγκο έχει το στέμμα». Με παρόμοιο τρόπο θα υπολόγιζε τον όγκο καθαρού χρυσού με βάρος όσο το βάρος του στέμματος και είναι γνωστό ότι διέθετε καθαρό χρυσάφι. Η σύγκριση των τιμών των όγκων θα έδινε απάντηση στο ερώτημα

« το στέμμα είναι από καθαρό χρυσάφι ; ».

Οι δύο ιδέες τον οδηγούν στη λύση του προβλήματος και – σύμφωνα με τον θρύλο και με Ρωμαίους χρονικογράφους μεταγενέστερους– ενθουσιάστηκε, και βγήκε γυμνός στους δρόμους των Συρακουσών φωνάζοντας ΕΥΡΗΚΑ.

Ο πρώτος που το παρουσίασε σε γραπτό  κείμενο είναι πιθανότατα το Βιτρούβιος τον πρώτο αιώνα πριν από τον Χριστό στο  DE ARCHITECTURA LIBRI DECEMσε γλώσσα λατινική

|  |  |
| --- | --- |
| Το κείμενο του Βιτρούβιου | Απόδοση στα ελληνικά |
| Tunc is cum haberet eius rei curam, casu venit in balneum, ibiq; cum in solium descenderet, animadvertit quantum corporis sui in eo insideret, tantum aquae extra solium effluere. Itaque cum eius rei rationem explicationis ossendisset, non est moratus, sed exilivit gaudio motus de solio, et nudus vadens domum versus significabat clara voce invenisse quod quaereret. Nam currens identidem graecè clamabat Eurica, Eurica. | Αργότερα και ενώ το θέμα στο είχε στο μυαλό του έτυχε να πάει στο μπανιέρα για να πλυθεί και μπαίνοντας στη μπανιέρα  πρόσεξε ότι όσο περισσότερο βυθιζόταν το σώμα του, τόσο περισσότερο νερό χυνόταν έξω από τη μπανιέρα. Σε αυτό διέκρινε τον τρόπο να  βρει μια λύση στο πρόβλημα και πετάχτηκε έξω γυμνός, φωνάζοντας με δυνατή φωνή ότι είχε βρει αυτό που έψαχνε, και έτρεχε φωνάζοντας σε γλώσσα ελληνική «Εύρηκα, εύρηκα» |

Το στέμμα

Πόσο βαρύ ήταν το στέμμα;  Ο Ισπανός Manuel Lozano Leyva μας λέει ότι το πιο μεγάλο στέμμα δάφνης που σώζεται μέχρι σήμερα από την εποχή του Αρχιμήδη είναι 714 γραμμάρια έχοντας χάσει μερικά από τα φύλλα του. Να κάνουμε τη βάσιμη υπόθεση ότι το στέμμα του Ιέρωνος ήταν 772 g σημαίνει ότι εάν ήταν από καθαρό χρυσάφι - δεδομένου ότι η πυκνότητα του χρυσού είναι 19,3g/cm3-πρέπει να είχε όγκο 40cm3. Αν περιείχε  10% άργυρο και 90% χρυσό θα είχε όγκο 43,2 cm3. Ας υποθέσουμε ότι περιείχε 25% άργυρο και 75% χρυσό, οπότε ο όγκος του θα ήταν 48,2 cm3.

Τι μέγεθος είχε το στέμμα ; Όσο μικρό και να ήταν το κεφάλι του Ιέρωνος το εσωτερικό του στέμματος δεν θα μπορούσε να έχει διάμετρο μικρότερη από 20 cm. Αυτό σημαίνει ότι το μικρότερο δοχείο με νερό που θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει ο Αρχιμήδης για να το βυθίσει θα πρέπει να είχε διάμετρο 25 cm.

Τι έκανε ο Αρχιμήδης με το στέμμα;

Το ένα από αυτά που θα μπορούσε να κάνει είναι:

Βυθίζει το στέμμα στο δοχείο χωρίς αυτό να είναι γεμάτο και διακρίνει το *πόσο ανέβηκε η στάθμη*.

Αποσύρει το στέμμα από το νερό,  και βυθίζει χρυσάφι ίδιου βάρους και διακρίνει *πόσο ανέβηκε η στάθμη* .

Η σύγκριση των δύο ανυψώσεων θα τον οδηγούσε σε συμπέρασμα.

Ας δούμε όμως τα ποσοτικά στοιχεία του εγχειρήματος .

Ένα στεφάνι όγκου 40cm3. βυθιζόμενο σε δοχείο με νερό διαμέτρου 25 cm προκαλεί ανύψωση της στάθμης κατά h1 τέτοια ώστε π/4. 252 cm2h1 = 40cm3. h1 = 0,081 cm   h1 = 0,81 mm

Ένα στεφάνι όγκου 48,2 cm3 βυθιζόμενο σε δοχείο με νερό διαμέτρου 25 cm – το μικρότερο δοχείο που θα μπορούσε να χρησιμοποιήσει για να χωρέσει το στεφάνι- προκαλεί ανύψωση της στάθμης κατά h2τέτοια ώστε

π/4.252cm2. h2= 48,2 cm3. h2 = 0,098 cm   h2= 0,98 mm

Τι σημαίνει αυτό ;  Για να διακρίνει κανείς τη διαφορά πρέπει να είναι σε θέση να διακρίνει τη διαφορά των 0,17 mm στις δύο ανυψώσεις. Πρέπει να συμφωνήσουμε ότι κάτι τέτοιο, το να διακρίνει δηλαδή κάποιος διαφορά μικρότερη από ένα πέμπτο του χιλιοστού,  είναι αδύνατον

 Το άλλο από αυτά που θα μπορούσε να κάνει είναι: Γεμίζει το δοχείο με νερό και  αμέσως μετά βυθίζει το

στέμμα στο γεμάτο με νερό δοχείο,  και βρίσκει τρόπο να ζυγίσει το νερό που χύθηκε  Στη συνέχεια ξαναγεμίζει το δοχείο και επαναλαμβάνει το ίδιο βυθίζοντας στο γεμάτο δοχείο ένα κομμάτι από καθαρό χρυσάφι 772 g και ζυγίζει το νερό που χύθηκε.

Το νερό που χύνεται με το στεφάνι όγκου 48,2 cm3  είναι  48,2 g   και το αντίστοιχο νερό που χύνεται όταν βυθίσουμε ισοβαρές χρυσάφι 40 cm3 είναι 40 g .  Η διαφορά είναι 8,2 g  και υπάρχει ίσως κάποια δυνατότητα να την διακρίνει ένας ερευνητής με ζυγό της εποχής εκείνης.

Την εκδοχή αυτή την παρουσιάζουν  και οι Γάλλοι Sven Ortoli και  Nicolas Witkowski στο « La baignoire d’Archimède» το οποίο έχει μεταφραστεί και στην ελληνική με τίτλο « *Η μπανιέρα του Αρχιμήδη* »

( Εκδόσεις Σαββάλας, μετάφραση Ανδρέας Ιωάννου Κασσέτας )

Μια σχεδόν παρόμοια εκδοχή αυτή περιγράφεται από τον Βιτρούβιο,  στο  DE ARCHITECTURA LIBRI DECEM

|  |  |
| --- | --- |
| Το κείμενο του Βιτρούβιου | Απόδοση στα ελληνικά |
| **11**. Tum vero ex eo inventionis congressu duas dicitur fecisse massas aequo pondere, quo etiam fuerat corona, unam ex auro, alteram ex argento. Cum ita fecisset, vas amplum ad summa labra implevit aquae, in quo demisit argenteam massam, cuius quanta magnitudo in vase depressa est, tantum aquae effluxit, ita exempta massa, quanto minus factum fuerat refudit, sextario mensus, ut eodem modo quo prius fuerat, ad labra aequaretur. Ita ex eo invenit quantum ad certum pondus argenti certa aquae mensura responderet. **12.** cum id expertus esset, tum auream massam similiter pleno vaso demisit, et ea exempta, eadem ratione mensura addita, invenit ex aqua non tantum defluxisse, sed tantum minus, quantum minus magno corpore eodem pondere auri massa esset quàm argenti. Postea vero repleto vase in eadem aqua ipsa corona demissa, invenit plus aquae defluxisse in coronam, quàm in auream eodem pondere massam, et ita ex eo, quod plus defluxerat aquae in corona, quàm in massa, ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mixtionem, et manifestum furtum redemptoris. | **11**. Θεωρώντας αυτό ως αφετηρία της ανακάλυψής του, λέγεται ότι έφτιαξε δύο αντικείμενα  ίδιου βάρους με το βάρος του στέμματος το ένα από χρυσό και το άλλο από ασήμι . Στη συνέχεια γέμισε ένα μεγάλο δοχείο με νερό μέχρι το χείλος και βύθισε το ασημένιο αντικείμενο. Το νερό που χύθηκε το θεώρησε ίσο σε όγκο με  το ασημένιο αντικείμενο. Στη συνέχεια έβγαλε έξω το ασημένιο αντικείμενο ξαναγέμισε το δοχείο με νερό και χρησιμοποιώντας ένα ζυγό,  ζύγισε. Υπολόγισε έτσι το βάρος του αργύρου που αντιστοιχούσε σε ορισμένη – ίσου όγκου- ποσότητα νερού. **12**. Μετά από αυτό το πείραμα,  βύθισε, με παρόμοιο τρόπο,  το χρυσό αντικείμενο στο γεμάτο με νερό δοχείο και είδε ότι  δεν είχε χυθεί έξω τόσο νερό όπως στην προηγούμενο πείραμα, αλλά μικρότερη ποσότητα. Δηλαδή το χρυσό αντικείμενο έχει μικρότερο όγκο από το ισοβαρές ασημένιο.Τελικά, γεμίζοντας και πάλι το δοχείο με νερό, βύθισε το ίδιο το στέμμα στο νερό. Διαπίστωσε ότι χύθηκε έξω περισσότερο νερό από όσο όταν είχε βυθίσει το ίδιου βάρους χρυσό αντικείμενο. Κατά συνέπεια, βασιζόμενος λογικά στο γεγονός ότι με τη βύθιση του στέμματος το νερό που χύθηκε ήταν περισσότερο από εκείνο με τη βύθιση του χρυσού αντικειμένου, διαπίστωσε την ανάμιξη αργύρου με χρυσό και έκανε σαφή την κλοπή του κατασκευαστή |

Από άλλους συγγραφείς αναφέρεται ως πιθανότερη μέθοδος η παρακάτω :

Βάζει το ισοβαρές με το στέμμα κομμάτι χρυσού στο δοχείο και αμέσως μετά γεμίζει με νερό το δοχείο με το στέμμα να βρίσκεται στον βυθό . Στη συνέχεια βγάζει προσεκτικά το ισοβαρές με το στέμμα κομμάτι του χρυσού  από το νερό και βάζει μέσα στο στέμμα. Αν το νερό ξεχείλιζε θα σήμαινε ότι το στέμμα έχει μεγαλύτερο όγκο από το ισοβαρές κομμάτι χρυσού, άρα εμπεριέχει και άλλο μέταλλο ελαφρότερο από τον χρυσό.

Μήπως βύθισε τον ζυγό στη μπανιέρα ;

Η περιγραφή του Βιτρούβιου έχει επικριθεί από αρκετούς ερευνητές, τόσο του παρελθόντος όσο και του παρόντος και για διάφορους λόγους.  Ο πρώτος είναι ότι απαιτεί  πολύ λιγότερη φαντασία από όση είναι βέβαιο ότι διέθετε ο Αρχιμήδης. Ο δεύτερος λόγος είναι ότι αγνοεί εντελώς την έννοια Άνωση και την λεγόμενη Αρχή του Αρχιμήδη.  Ο τρίτος  λόγος και ίσως ο σημαντικότερος είναι ότι θα ήταν δύσκολο να εφαρμοστεί η μέθοδος αυτή με δεδομένη την σχετικά μικρή ακρίβεια μετρήσεων που διέθετε ο Αρχιμήδης

Και είναι ότι στις προηγούμενες εκδοχές τόσο το « Εύρηκα» όσο και η Μέθοδος που χρησιμοποίησε συνδέονται μόνο με την ιδέα ότι «κατά τη βύθιση εκτοπίζεται νερό ίσου όγκου»

χωρίς καθόλου να σχετίζονται με την ιδέα για ΆΝΩΣΗ και με την Αρχή του Αρχιμήδη

Το 2005 ο  Manuel Lozano Leyva στο  *“De Arquímedes a Einstein*”  διατυπώνει μια  γνώμη διαφορετική.

Σύμφωνα με τη δική του άποψη  η εμπειρία του Αρχιμήδη είναι και το ότι « μέσα στη μπανιέρα νιώθει τα πόδια του πιο ελαφριά». Η εμπειρία αυτή θα ωθήσει τη σκέψη του στην ΙΔΕΑ μιας ΑΝΩΣΗΣ που ασκείται από το νερό σε κάθε «επισκέπτη».

Η δική του απάντηση στο «πως ακριβώς έλυσε ο Αρχιμήδης το πρόβλημα» είναι :

Χρησιμοποίησε έναν ζυγό σαν αυτόν  με τον οποίο διατύπωσε τον νόμο του μοχλού. Ισορρόπησε το στέμμα με καθαρό χρυσό 772 g  και στη συνέχεια βύθισε όλο το σύστημα στη μπανιέρα.

 Εάν το στέμμα ήταν από καθαρό χρυσό ο ζυγός θα ισορροπούσε, ενώ εάν είχε προσμείξεις άλλου ελαφρότερου μετάλλου θα έγερνε προς την πλευρά του καθαρού χρυσού.

Η όλη προσπάθεια αξιοποιούσε την ιδέα για τη δράση μιας Άνωσης, η οποία, εφόσον τα δύο αντικείμενα είχαν διαφορετικό όγκο,  θα ήταν διαφορετική.

<http://users.sch.gr/kassetas/zzzzzzARCHIMEDES1.htm>