Ύλη και Οδηγίες διδασκαλίας των Μαθηματικών της Β΄ τάξης Γυμνασίων ΕΝΕΕΓΥΛ για το σχολικό έτος 2023–2024

ΒΙΒΛΙΑ

«Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου» των Ιωάννη Βανδουλάκη, Χαράλαμπου Καλλιγά, Νικηφόρου Μαρκάκη, Σπύρου Φερεντίνου

«Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου» των Παναγιώτη Βλάμου, Παναγιώτη Δρούτσα, Γεωργίου Πρέσβη, Κωνσταντίνου Ρεκούμη

Ύλη

Από το βιβλίο: **«Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου»**

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 7ο: Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί

7.4 Αφαίρεση ρητών αριθμών
7.5 Πολλαπλασιασμός ρητών αριθμών
7.6 Διαίρεση ρητών αριθμών
7.7 Δεκαδική μορφή ρητών αριθμών.
7.8 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό
7.9 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο

Από το βιβλίο **«Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου»**

ΜΕΡΟΣ Α΄

Κεφ. 1ο: ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

1.1 Η έννοια της μεταβλητής – Αλγεβρικές παραστάσεις
1.2 Εξισώσεις α' βαθμού
1.4 Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων

Κεφ. 2ο: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

2.1 Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού
2.2 Άρρητοι αριθμοί – Πραγματικοί αριθμοί
2.3 Προβλήματα

Κεφ. 4ο: ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

4.1 Βασικές έννοιες της Στατιστικής: Πληθυσμός – Δείγμα
4.2 Γραφικές Παραστάσεις
4.5 Μέση τιμή – Διάμεσος (χωρίς την υποπαράγραφο: «Μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής»)

Από το βιβλίο: **«Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου»**

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφ. 3ο: Τρίγωνα – Παραλληλόγραμμα – Τραπέζια

3.1 Στοιχεία τριγώνου – Είδη τριγώνων
3.2 Άθροισμα γωνιών τριγώνου – Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου
3.3 Παραλληλόγραμμο – Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο – Τραπέζιο – Ισοσκελές τραπέζιο

3.4 Ιδιότητες Παραλληλογράμμου – Ορθογωνίου – Ρόμβου – Τετραγώνου – Τραπεζίου – Ισοσκελούς τραπεζίου

Από το βιβλίο: **«Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου»**

ΜΕΡΟΣ Β΄

Κεφ. 1ο: ΕΜΒΑΔΑ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ – ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

1.1 Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας
1.2 Μονάδες μέτρησης επιφανειών
1.3 Εμβαδά επίπεδων σχημάτων
1.4 Πυθαγόρειο θεώρημα

Οδηγίες διδασκαλίας

Οι παρακάτω οδηγίες έχουν στόχο να παρουσιάσουν κάποιες σημαντικές πλευρές για κάθε ενότητα και έτσι να υποστηρίξουν τον/την εκπαιδευτικό ώστε να σχεδιάσει τη διδασκαλία του/της και να επιλέξει υλικό. Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι ενδεικτική. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κ.λπ. Οι δραστηριότητες που περιέχονται είναι ενδεικτικές και προέρχονται από το πρόγραμμα σπουδών για το γυμνάσιο και τον οδηγό του εκπαιδευτικού τα οποία είναι συμπληρωματικά προς τα ισχύοντα και μπορούν να ανακτηθούν από τον ιστότοπο του ψηφιακού σχολείου (http://ebooks.edu.gr/new/ps.php).
Ταυτόχρονα κατεβλήθη προσπάθεια οι οδηγίες να εξειδικευθούν **ανά παράγραφο** με συγκεκριμένες διδακτικές προτάσεις που λαμβάνουν υπόψη τη συνοχή και εξέλιξη των διδασκόμενων εννοιών και μεθόδων, την ανάδειξη των σημαντικών ιδεών καθώς και τη διδακτική πρακτική.
Τέλος, επισημαίνεται ότι η **παράλειψη κεφαλαίων** ή ενοτήτων που περιλαμβάνονται στη διδακτέα ύλη θα **πρέπει να αποφεύγεται**.

ΜΕΡΟΣ Α΄

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κεφάλαιο 7ο (Να διατεθούν 20 ώρες)

Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι εξολοκλήρου νέο για τους μαθητές/-ήτριες, αν και υπάρχει η άτυπη γνώση των αρνητικών αριθμών (θερμοκρασία κτλ.) που μπορεί να αξιοποιηθεί.

§7.4

Μια πηγή δυσκολιών για τους μαθητές/-ήτριες είναι η τριπλή σημασία του συμβόλου «–»: ως πρόσημο (π.χ. στον αριθμό –2), ως δηλωτικό του αντίθετου (π.χ. στο –(–3) ή στο – α) και ως σύμβολο της αφαίρεσης (π.χ. στο 3–8). Είναι, λοιπόν, κρίσιμο να γίνει συζήτηση στην τάξη με στόχο την ανάπτυξη της ικανότητας χρήσης όλων αυτών των σημασιών και την ευχέρεια στη μετάβαση από τη μία σημασία στην άλλη. Επιπλέον, ίσως χρειάζεται να ξαναγίνει συζήτηση για την έννοια του αντίθετου (βλ. την §7.2). Επειδή στην απαλοιφή των παρενθέσεων εμφανίζονται δυσκολίες, καλό είναι να δοθεί περισσότερος χρόνος για την κατανόηση της από τους/τις μαθητές/-ήτριες. Ένας τρόπος να αποδοθεί νόημα στους κανόνες απαλοιφής παρενθέσεων είναι ο υπολογισμός με δύο τρόπους των αποτελεσμάτων (άσκηση 8). Ένας ακόμη τρόπος (ο οποίος είναι ίσως περισσότερο αποδοτικός) είναι η χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας. Αυτό σημαίνει ότι η απαλοιφή παρενθέσεων δεν θα διδαχθεί σε αυτή την παράγραφο αλλά στην επόμενη (βλ. παρακάτω)

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα σ. 126
- Παραδείγματα 3, 4 σ. 127
- Ασκήσεις 2, 4, 5, 6 σ. 128

Ενδεικτική δραστηριότητα:

Σε μια παραλλαγή του παιχνιδιού με τις κάρτες, μπορούν από μια ομάδα να αφαιρούνται κάρτες, θετικές ή αρνητικές. Έτσι, για παράδειγμα, όταν αφαιρούνται 5 θετικές κάρτες από 10, μένουν 5, δηλαδή (+10)–(+5)=+5.

α) Πως μπορούμε να εκφράσουμε (με πράξη) την κατάσταση μιας ομάδας που είχε 5 αρνητικές κάρτες και της αφαιρέθηκαν 3 αρνητικές; Ποιο είναι τώρα το σκορ της ομάδας;

β) Μια ομάδα έχει σκορ +25. Με ποιους τρόπους μπορεί να αυξήσει το σκορ της σε +28; Με ποιους τρόπους μπορεί να μειωθεί το σκορ της σε +20;

γ) Πώς θα μπορούσαν από μια ομάδα που δεν έχει ούτε θετικές ούτε αρνητικές κάρτες να αφαιρεθούν 5 θετικές κάρτες; 3 αρνητικές;

δ) Χρησιμοποιήστε το παιχνίδι με τις κάρτες για να πείτε τι μπορεί να σημαίνουν οι παρακάτω πράξεις και υπολογίστε τα αποτελέσματά τους:

(+3)–(–5) (–2)–(+3) (–5)–(+3) (+7)–(–4) (–7)–(–5)

ε) Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την πρόσθεση για να κάνετε τις αφαιρέσεις, χωρίς κάθε φορά να σκέφτεστε τις κάρτες;

[Σχόλιο: Η δραστηριότητα αυτή επεκτείνει το μοντέλο των καρτών στην αφαίρεση, όπου μπορεί να φανεί ιδιαίτερα χρήσιμο για να προκύψει η ιδέα ότι η αφαίρεση ενός αριθμού είναι ισοδύναμη με την πρόσθεση του αντιθέτου του. Για παράδειγμα, για την αφαίρεση (+3)–(–5), δηλαδή για να αφαιρεθούν 5 αρνητικές κάρτες ενώ έχουμε μόνο 3 θετικές, θα πρέπει πρώτα να προστεθούν 5 "ζεύγη του μηδενός" δηλαδή 5 θετικές και 5 αρνητικές κάρτες, ώστε να μπορούν μετά να αφαιρεθούν οι 5 αρνητικές. Έτσι όμως, το αποτέλεσμα είναι (+3)+(+5), αφού έμειναν οι 5 θετικές κάρτες. Αυτή η ιδέα υπάρχει στο (γ) ερώτημα, το οποίο χρειάζεται χρόνο για να συζητηθεί στην τάξη. Δυσκολία έχει και η διερεύνηση πολλαπλών τρόπων αντιμετώπισής του (β) ερωτήματος που θα πρέπει και αυτό να συζητηθεί αρκετά στην τάξη.]

§7.5

Για την κατανόηση του πρόσημου του γινομένου δύο ρητών είναι καλό να χρησιμοποιηθεί η εισαγωγική δραστηριότητα του βιβλίου.
Εδώ προτείνεται να διδαχθεί και η απαλοιφή παρενθέσεων, με τη χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας. Αυτό θα επιτρέψει την κατανόηση και αιτιολόγηση των κανόνων. Για παράδειγμα, η έκφραση –(2 – 5) μπορεί να σημαίνει

$$-(2-5)=(-1)\cdot[(+2)+(-5)]=(-1)\cdot(+2)+(-1)\cdot(-5)=(-2)+(+5)=-2+5$$

και αυτό μπορεί να γενικευθεί και σε παραστάσεις με μεταβλητές, (π.χ. $-(\alpha-\beta)=\dots$). Βέβαια, θα πρέπει να προηγηθεί μια συζήτηση για να εξηγηθεί ότι ο αντίθετος ενός αριθμού είναι το γινόμενό του με το –1, πράγμα που μπορεί να γίνει μέσω παραδειγμάτων, όπως $(-1)\cdot(+2)=-2$, $(-1)\cdot(-5)=+5$ κ.ο.κ.

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα σ. 129
- Παραδείγματα 1, 2, 4 σ. 131
- Ασκήσεις 2, 3, 4, 5, 7, 8 σ. 132

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>

Υπολογίστε την τιμή της αριθμητικής παράστασης $\frac{2}{5}\cdot 10-3\cdot(-2)-\frac{1}{2}\cdot(-3+7-2)$ καταγράφοντας σε κάθε κίνηση που κάνετε τον ορισμό ή την ιδιότητα που χρησιμοποιείτε.

[Σχόλιο: Το ζητούμενο είναι η ανάπτυξη μιας συζήτησης στην τάξη που θα αναδεικνύει μαθηματικές έννοιες, ιδιότητες και συμβάσεις, και θα βοηθά τους/τις μαθητές/-ήτριες να συνειδητοποιούν το «γιατί» και όχι μόνο το «πως» σε αυτό που κάνουν. Παρόμοιοι στόχοι μπορούν να υπηρετούνται και από δραστηριότητες όπου δίνονται κάποια πιθανά αποτελέσματα μιας αριθμητικής παράστασης και ζητείται η ερμηνεία του πως μπορεί να προέκυψαν αυτά και η αναγνώριση των λαθών.]

§7.6

Η διαίρεση ως πολλαπλασιασμός με τον αντίστροφο του διαιρέτη ανάγεται άμεσα στον πολλαπλασιασμό και έτσι οι κανόνες των προσήμων του πολλαπλασιασμού επεκτείνονται και στη διαίρεση.

Προτείνονται:

- Παραδείγματα 1, 2, 3 σ. 133-134
- Ασκήσεις 2, 3, 5, 6, 7 σ. 134

§7.7

Σε συνδυασμό με την μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό ή περιοδικό δεκαδικό (που εντοπίζεται στην §3.1 του σχολικού βιβλίου της Α΄ Γυμνασίου) η αντίστροφη διαδικασία (που αποτυπώνεται στο Παράδειγμα σ. 136 του ίδιου σχολικού βιβλίου) είναι σημαντική για τη συγκρότηση της έννοιας του ρητού αριθμού.

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα 1 σ. 135
- Παράδειγμα σ. 136
- Ασκήσεις 1, 2 σ. 136

§ 7.8 και 7.9

Είναι σημαντικό να αφιερωθεί χρόνος στην εξήγηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων μέσα από παραδείγματα. Η απομνημόνευση των κανόνων είναι προτιμότερο να έρθει μέσα από τη χρήση τους και όχι από την αρχή της διδασκαλίας. Προτείνεται να αφιερωθεί χρόνος στη δικαιολόγηση των ορισμών των δυνάμεων με εκθέτη 0 ή αρνητικό, μέσα από την επιδίωξη να επεκτείνονται οι ιδιότητες των δυνάμεων. Αυτό μπορεί να γίνει με διερεύνηση των ίδιων των μαθητών/-ητριών μέσα από παραδείγματα (που περιέχονται στο βιβλίο ή άλλα).

Σχετικά με τις δυνάμεις, να συζητηθεί το γεγονός ότι μεταξύ δύο δυνάμεων με ίδια βάση, μεγαλύτερη του 1, μεγαλύτερη είναι η δύναμη που έχει το μεγαλύτερο εκθέτη (π.χ. $2{,}52 < (2{,}52)^2 < (2{,}52)^3$), ενώ συμβαίνει το αντίθετο, αν η βάση είναι μικρότερη του 1 (π.χ. $0{,}22 > (0{,}22)^2 > (0{,}22)^3$). Να γίνει χρήση του υπολογιστή τσέπης.

> Ενδεικτική δραστηριότητα:
> Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί το γινόμενο $3^4 \cdot 3^5$ είναι ίσο με τη δύναμη 3^9; Μπορείτε να γράψετε με μορφή μιας δύναμης το γινόμενο $2^3 \cdot 2^5$;
> Μπορείτε να γράψετε με μορφή μιας δύναμης το γινόμενο $\alpha^\kappa \cdot \alpha^\lambda$;
> Πως θα γράφατε το 5^8 ως γινόμενο δυνάμεων;
> [Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η διερεύνηση και η αιτιολόγηση (από τους μαθητές) της ιδιότητας $\alpha^\kappa \cdot \alpha^\lambda = \alpha^{\kappa+\lambda}$. Αντίστοιχες δραστηριότητες μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για τις υπόλοιπες ιδιότητες.]

Προτείνονται:

- Παραδείγματα 1, 2 σ. 139
- Ασκήσεις 2, 3 (παραστάσεις Α και Γ) σ. 139

ΜΕΡΟΣ Α΄

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κεφάλαιο 1ο (Να διατεθούν 13 ώρες)

§1.1

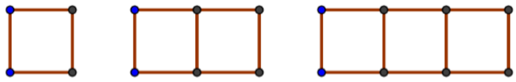
Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα σε ασκήσεις αλγεβρικής έκφρασης ποσοτήτων που είναι λεκτικά διατυπωμένες και αντιστρόφως. Στόχος είναι η εξοικείωση των μαθητών/-ητριών με διαδικασίες αλγεβρικής μοντελοποίησης οι οποίες δίνουν νόημα στην άλγεβρα αλλά μπορούν να υποστηρίζουν και την κατανόηση των διαδικασιών (όπως για παράδειγμα την επιμεριστική ιδιότητα). Επιπρόσθετα, οι μαθητές/-ήτριες θα πρέπει να εμπλακούν σε δραστηριότητες που θα δίνουν νόημα στις αναγωγές ομοίων όρων και τις απλοποιήσεις αλγεβρικών παραστάσεων με χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας.

Προτείνονται:

- Η έννοια της μεταβλητής να προσεγγιστεί περιγραφικά εξηγώντας τον ρόλο και την σημασία της. Ο προτεινόμενος από το διδακτικό βιβλίο ορισμός δεν αποτελεί αντικείμενο εξέτασης.

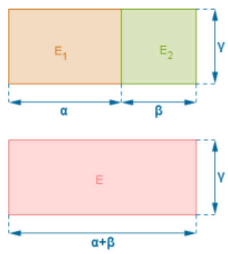
- Στη δραστηριότητα 1 της σελίδας 11 προτείνεται να προστεθούν ερωτήματα όπου δίνεται το κόστος του τηλεφωνήματος και ζητείται η διάρκεια του. Με αυτό τον τρόπο η αλγεβρική παράσταση συνδέεται με μια απλή εξίσωση.
- Στη δραστηριότητα 2 της σελίδας 12 προτείνεται να δοθούν και δεκαδικές τιμές στα α, β, γ ώστε να φανεί η αξία χρήσης της επιμεριστικής ιδιότητας για την οικονομία των πράξεων.
- Εφαρμογή 4 σ. 13. Να τονιστεί ότι η μόνη διαθέσιμη πληροφορία είναι ότι x+y=10 και πως η επιλογή της μεθόδου επίλυσης πρέπει να αξιοποιεί αυτό το δεδομένο.
- Ασκήσεις 1, 2, 5, 6. σ. 14. Στην άσκηση 5 να συμπεριληφθούν τιμές που υποδεικνύουν την αναγκαιότητα απλοποίησης. Ενδεικτικά α) x=1/4, y=1/8 β) α=7, β=5.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:</u>
Χρησιμοποιώντας σπίρτα κατασκευάζουμε ένα τετράγωνο (1ο σχήμα) και κατόπιν προσθέτουμε δίπλα του άλλο ένα τετράγωνο (2ο σχήμα), κι άλλο ένα τετράγωνο (3ο σχήμα), κοκ.



α) Να βρείτε πόσα σπίρτα χρειάζονται για 4 τετράγωνα, για 10 τετράγωνα, για 57 τετράγωνα;
[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η παραγωγή μιας αλγεβρικής παράστασης για να εκφραστεί ο γενικός όρος της κανονικότητας (ακολουθίας). Η διερεύνηση των μαθητών/-ητριών για τον αριθμό των σπίρτων που χρειάζονται για συγκεκριμένο και μικρό αριθμό τετραγώνων θα τους βοηθήσει να αναπτύξουν στρατηγικές (όπως η κατασκευή ενός πίνακα τιμών) η γενίκευση των οποίων θα οδηγήσει στη συμβολική διατύπωση του γενικού όρου (που είναι απαραίτητος για να βρεθεί ο αριθμός σπίρτων που χρειάζεται για μεγάλους αριθμούς τετραγώνων). Είναι αναμενόμενες και επιθυμητές οι διαφορετικές προσεγγίσεις των μαθητών/-ητριών, πχ. 1+3x, 4+3(x–1), 2x+x+1, κι αυτό μπορεί να είναι αφορμή συζήτησης για την ισοδυναμία αυτών των εκφράσεων.]

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2:</u>
Μικροπείραμα από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την κατανόηση της επιμεριστικής ιδιότητας του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση, μέσα από τη γεωμετρική της ερμηνεία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2245

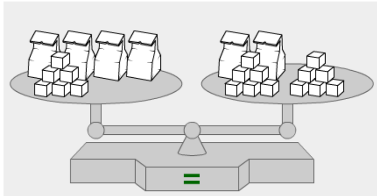


§1.2
Στις εξισώσεις ο χωρισμός γνωστών από άγνωστους να μην γίνεται από την αρχή με τον πρακτικό κανόνα «αλλάζω μέλος – αλλάζω πρόσημο», που μοιάζει μαγικός στον/στην μαθητή/-ήτρια και τον οδηγεί σε μηχανιστικούς και άνευ νοήματος χειρισμούς, αλλά με βάση τις ιδιότητες των πράξεων. Οι ιδιότητες αυτές μπορούν να υποστηριχθούν με το μοντέλο της ζυγαριάς στην περίπτωση των θετικών αριθμών. Εξάλλου, οι σύγχρονες απόψεις για τη διδασκαλία της άλγεβρας, δίνουν έμφαση στο νόημα των αλγεβρικών εκφράσεων και στην δυνατότητα χειρισμού πολλαπλών αναπαραστάσεων, παράλληλα με την ανάπτυξη αλγοριθμικών δεξιοτήτων. Η διδασκαλία των εξισώσεων θα πρέπει να ξεκινάει από προβλήματα, τα οποία είναι δυσκολότερο να λυθούν με πρακτική αριθμητική και να επιλύονται εξισώσεις που είναι μοντέλα τέτοιων προβλημάτων. Έτσι, δεν έχει νόημα η διδασκαλία πολύπλοκων εξισώσεων που απαιτούν μεγάλη ευχέρεια στον αλγεβρικό λογισμό, όπως οι ασκήσεις 6, 7 και 9 (εξίσωση με παράμετρο).

Προτείνονται:
- Να γίνει υπενθύμιση της επίλυσης εξισώσεων με αντίστροφες πράξεις:
  - Αν x+α=β τότε x=β-α.
  - Αν αx=β και α≠0 τότε x=β/α.
  - Αν x-α=β τότε x=β+α.
  - Αν x/α=β, οπότε, βέβαια, α≠0, και β≠0 τότε x=αβ.
- Επίσης να τονιστεί ότι αυτό που ονομάζεται μεταφορά αριθμού/μεταβλητής από ένα μέλος μιας εξίσωσης σε ένα άλλο έχει άμεση σχέση με την αντιστροφή των πράξεων

- Επιπλέον, καλό είναι να τονιστεί ότι όπως μπορούν να μεταφέρονται αριθμοί μπορούν να μεταφέρονται παραστάσεις
- Εφαρμογές 1, 2, 3, 4 σελίδων 18-19.
- Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 3 σελίδας 20 (να τονιστεί η σημασία απάντησης με δοκιμή).
- Ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 10, 11 σελίδων 20-21.
- Το ιστορικό σημείωμα στη σ. 21 μπορεί να αξιοποιηθεί για διαθεματική εργασία.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:



Στο διπλανό σχήμα όλα τα σακουλάκια έχουν το ίδιο βάρος, κάθε κυβάκι ζυγίζει 50 γρ. και η ζυγαριά ισορροπεί. Μπορείτε να βρείτε (χωρίς χαρτί και μολύβι) το βάρος που έχει κάθε σακουλάκι; Περιγράψτε τον τρόπο που λύσατε το πρόβλημα, πρώτα με λόγια και μετά με μαθηματικές σχέσεις.
[Σχόλιο: Μέσα από το μοντέλο της ζυγαριάς οι μαθητές/-ήτριες μπορούν να εξερευνήσουν τόσο τις ιδιότητες της ισότητας (ότι η ισότητα – ισορροπία δεν αλλάζει αν κάνουμε τη ίδια πράξη – δράση και στα δύο μέλη), όσο και τη διαδικασία επίλυσης της εξίσωσης. Είναι σημαντικό η εξερεύνηση αυτή να γίνει από τους/τις ίδιους/ες μαθητές/-ήτριες μέσα από το νοητικό πείραμα με τη ζυγαριά (χωρίς χαρτί και μολύβι) και κατόπιν να διατυπωθεί συμβολικά από τους ίδιους. Είναι πιθανό κάποιοι/ες μαθητές/-ήτριες να λύσουν το πρόβλημα με δοκιμές, εφόσον αυτή η μέθοδος είναι πιο προσιτή στον άπειρο λύτη και πιο κοντά στην καθημερινή εμπειρία. Με κατάλληλη μετατροπή των δεδομένων (πχ. ένα κυβάκι λιγότερο στον ένα από τους δίσκους) μπορεί να φανεί ότι αυτή η μέθοδος δεν είναι πάντα εύχρηστη]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:
Να κατασκευάσετε μια εξίσωση με άγνωστο και στα δύο μέλη, η οποία να έχει για λύση τον αριθμό –4.
[Σχόλιο: Η κατασκευή εξίσωσης με γνωστή λύση υποστηρίζει την κατανόηση της έννοιας της εξίσωσης και της λύσης της. Θα μπορούσαν να αξιοποιηθούν και παραλλαγές αυτής της δραστηριότητας με περισσότερους περιορισμούς, όπως π.χ. να έχει άγνωστο μόνο στο πρώτο μέλος και το δεύτερο μέλος να είναι ίσο με 5, κοκ.]

§1.4

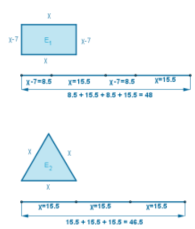
Όπως φαίνεται και από τα παραπάνω, τα προβλήματα είναι η σημαντικότερη αφετηρία δημιουργίας και επίλυσης εξισώσεων στο πλαίσιο της διδασκαλίας του Γυμνασίου. Η υποστήριξη των μαθητών/-ητριών ώστε να εμπλακούν επιτυχώς με αυτά είναι σημαντικός στόχος.
Αντί για την αυτόνομη διδασκαλία αυτής της ενότητας, ο/η εκπαιδευτικός θα μπορούσε να σχεδιάσει τη διδασκαλία του ώστε να προβλήματα να είναι πάντα μέσα στη συζήτηση ολόκληρου του κεφαλαίου των εξισώσεων, αφιερώνοντας τις 8 ώρες στην ενιαία διαπραγμάτευση των παραγράφων 1.2 και 1.4.

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα 1 σ. 26
- Εφαρμογές 1, 2 σ, 27 και 3, 4 σ. 28.
- Ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 7.
- Επισημαίνεται ότι η εμπέδωση των εξισώσεων διατρέχει όλη την ύλη ιδιαίτερα παραγράφους από το Β΄ μέρος όπως τις 1.1, 1.2 και 1.3.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:
Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα που λύνεται με την εξίσωση 15=2x-7.
[Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι η κατασκευή προβλήματος που μοντελοποιείται από γνωστή εξίσωση. Αυτή η διαδικασία είναι σημαντική στην εξοικείωση των μαθητών/-ητριών με την μοντελοποίηση καταστάσεων και προβλημάτων μέσω εξισώσεων.]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:



Η άσκηση 2 του σχολικού βιβλίου πριν την αλγεβρική της επίλυση προτείνεται να διερευνηθεί πρώτα, με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων με το μικροπείραμα «Ισότητα εμβαδών (Ορθογώνιο-Ισόπλευρο)», από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2316.

Κεφάλαιο 2ο (Να διατεθούν 7 ώρες)

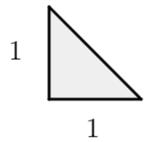
Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι νέο για τους/τις μαθητές/-ήτριες και υπάρχουν πολλές πτυχές που είναι πηγή δυσκολιών (δεκαδική αναπαράσταση αρρήτων, έννοια πραγματικών αριθμών, κ.ο.κ.).

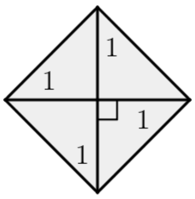
§2.1

Η παράγραφος αυτή μπορεί να διδαχθεί αμέσως μετά τη διδασκαλία της §1.4 (Πυθαγόρειο Θεώρημα) της Γεωμετρίας ώστε να αξιοποιηθούν οι εφαρμογές και οι ασκήσεις που αναφέρονται στο Πυθαγόρειο Θεώρημα. Σε αυτή την περίπτωση, το Πυθαγόρειο Θεώρημα θα αποτελέσει την αφορμή για την εισαγωγή της έννοιας της τετραγωνικής ρίζας. Εναλλακτικά, η αφορμή για την εισαγωγή της έννοιας της τετραγωνικής ρίζας μπορεί να είναι το εμβαδόν τετραγώνου (Δραστηριότητα 1).

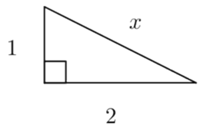
Προτείνονται:

- Εφαρμογές 3, 4 σ. 42
- Μετά τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας και τα κατάλληλα αριθμητικά παραδείγματα προτείνεται να γίνει ιδιαίτερη μνεία στη $\sqrt{2}$ με τις εξής δύο αναπαραστάσεις:





- Στα παραδείγματα υπολογισμού μπορεί να δοθεί και το ακόλουθο:



- Ασκήσεις 1, 2, 3 σ. 43 και 5, 7, 12, 13, 14 σ. 44

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>
Μια μικρή αίθουσα του σχολείου μας έχει δάπεδο σχήματος τετραγώνου πλευράς 4 m. Μια άλλη αίθουσα έχει επίσης δάπεδο σχήματος τετραγώνου, αλλά διπλάσιου εμβαδού. Πόσο είναι το μήκος της πλευράς του δαπέδου της δεύτερης αίθουσας;
[Σχόλιο: Μέσα από αυτό το πρόβλημα (ή άλλα παρόμοια) μπορεί να αναδειχθεί η ανάγκη χρήσης τετραγωνικών ριζών και η διερεύνηση της ύπαρξης αριθμών που δεν είναι ρητοί. Η αναζήτηση της πλευράς ώστε το εμβαδόν της αίθουσας να είναι $32m^2$, μπορεί να γίνει με υπολογιστή, ώστε να διευκολυνθεί η προσπάθεια διαδοχικών προσεγγίσεων. Η επιδίωξη είναι να εικάσουν οι μαθητές/-ήτριες ότι αυτή η διαδικασία «δεν θα τελειώσει ποτέ» και να οδηγηθούν στην ιδέα του αριθμού που μετά την υποδιαστολή έχει άπειρα ψηφία μη περιοδικά. Ο ρόλος του/της εκπαιδευτικού στη φάση της διερεύνησης είναι να θέτει ερωτήματα που θα οδηγήσουν τις αναζητήσεις και τη συζήτηση στα παραπάνω. Μετά από τη διερεύνηση, θα χρειαστεί να αναλάβει ο/η ίδιος/α κάποιο μέρος από τη ρητή διατύπωση εννοιών (τετραγωνική

ρίζα, άρρητος), των χαρακτηριστικών τους και των μαθηματικών συμβολισμών, αφού δεν μπορεί αυτά να αναμένονται εξ ολοκλήρου από τους/τις μαθητές/-ήτριες.]

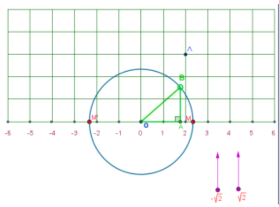
§§2.2 και 2.3

Η έννοια της αρρητότητας δυσκολεύει τους μαθητές/-ήτριες. Για παράδειγμα, συχνά θεωρούν ότι «η τετραγωνική ρίζα του 2 δεν υπάρχει». Χρειάζεται να εντοπιστούν και να συζητηθούν τέτοιες παραπλανητικές ιδέες, καθώς είναι σημαντικό οι μαθητές/-ήτριες να υποστηριχθούν για να αναπτύξουν σωστά την έννοια του πραγματικού αριθμού. Προς αυτή την κατεύθυνση προτείνεται να συζητηθούν στην τάξη θέματα σχετικά με βασικές ιδιότητες συνέχειας των πραγματικών και της ευθείας, με απλά ερωτήματα όπως: «Ποιος είναι ο μικρότερος θετικός πραγματικός;», «Ποιος είναι ο ‘επόμενος’ πραγματικός του 1;», «Μπορούμε πάντα να βρίσκουμε έναν ρητό/άρρητο ανάμεσα σε δύο άλλους;». Η παράγραφος 2.3 προτείνεται να μην διδαχθεί αυτόνομα, αλλά τα προβλήματα που περιέχονται στην 2.3 είναι χρήσιμο να αποτελέσουν δραστηριότητες κατά τη διδασκαλία της παρούσας παραγράφου 2.2 αλλά και του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Προτείνονται:

- Να δοθεί βάρος στα ουσιώδη σημεία των παραγράφων, που είναι τα εξής:
    - Η αναφορά ότι υπάρχουν άρρητοι αριθμοί.
    - Η προσέγγιση του $\sqrt{2}$ στη σελίδα 45.
    - Η συμπλήρωση της ευθείας των ρητών με άρρητους αριθμούς στην εφαρμογή 3 σ. 47.
- Μετά την πραγμάτευση των παραπάνω μπορούν να γίνουν οι ερωτήσεις κατανόησης της σ. 48 και το πρόβλημα 4 της σ. 50.
- Ασκήσεις 4 σ. 48 (αφού προηγηθεί στην τάξη η επίλυση της $x^2 = 16$) και 1, 4, 6, 9 σ. 51-52

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u>
Η εφαρμογή 4 σ. 47 του σχολικού βιβλίου προτείνεται να διερευνηθεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, με το μικροπείραμα «Η θέση άρρητων αριθμών στον άξονα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5496



Κεφάλαιο 4ο (Να διατεθούν 8 ώρες)

Οι μαθητές/-ήτριες έχουν, ήδη, επεξεργαστεί στο Δημοτικό σχολείο δεδομένα (ταξινόμηση, αναπαράσταση δεδομένων και υπολογισμό του μέσου όρου) και έχουν εμπειρίες από γραφικές αναπαραστάσεις δεδομένων. Το νέο στο κεφάλαιο αυτό είναι οι έννοιες του πληθυσμού, του δείγματος και της διαμέσου. Στο κεφάλαιο αυτό θα μπορούσαν οι ίδιοι/ες οι μαθητές/-ήτριες να εμπλακούν στη συλλογή και επεξεργασία δεδομένων καθώς και στην ερμηνεία γραφικών παραστάσεων αναφορικά με θέματα που ενδιαφέρουν τους/τις ίδιους/ες.

§§4.1, 4.2 και 4.5

Να μη διδαχθεί η υποπαράγραφος «μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής» και οι ασκήσεις 6, 7 και 8 της παραγράφου 4.5. Επιπλέον, επειδή οι κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων δεν περιλαμβάνεται στη διδακτέα ύλη, πρέπει να γίνει κατάλληλη επιλογή των ασκήσεων.
Αντίθετα, πρέπει να δοθεί έμφαση στην ερμηνεία της μέσης τιμής και της διαμέσου καθώς και στη σύγκριση μεταξύ των δύο αυτών μέτρων θέσης.

Τονίζεται ότι τι κεφάλαιο της Στατιστικής προσφέρεται για:

- *εκπόνηση συνθετικών δημιουργικών εργασιών.*
- *ως εργαλείο για συνθετικές δημιουργικές εργασίες άλλων μαθημάτων.*

Προτείνονται:

- Δραστηριότητα 1 σ. 85. Με αφορμή το ερώτημα γ) μπορεί να συζητηθεί η σημασία επιλογής του δείγματος.

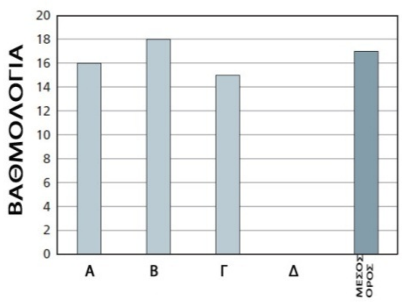
- Οι έννοιες πληθυσμός, μεταβλητή, δείγμα, δειγματοληψία, δημοσκόπηση, μέγεθος δείγματος, αντιπροσωπευτικότητα μπορούν να εξηγηθούν αλλά δεν αποτελούν ορισμούς για γραπτή η προφορική εξέταση (ερώτηση κατανόησης σελίδας 87).
- Άσκηση 9 σ. 88. Μπορεί να αποτελέσει την βάση για μια μικροέρευνα στην διεξαγωγή της οποίας μετέχει όλο το τμήμα. Μπορεί επίσης να αξιοποιηθεί για τη διδασκαλία της παραγράφου 4.2.
- Δραστηριότητα 1 σ. 89.
- Αφού συζητηθούν τα διαγράμματα μπορεί, εφ' όσον υπάρχει η δυνατότητα, να χρησιμοποιηθεί και λογιστικό φύλλο για την κατασκευή κάποιων από αυτά.
- Ερώτηση κατανόησης 2 σ. 93 (η οποία υποδεικνύει την ανάκτηση πληροφορίας από διαγράμματα και ανακαλεί την έννοια της αναλογίας).
- Ασκήσεις 1, 2 και 4 σελ. 94
- Δραστηριότητα 1 σ. 104
- Στη συνέχεια να γίνει η δραστηριότητα 2 της σ. 104 αφού αναδιατυπωθεί ως εξής:

Οι μηνιαίες αποδοχές εννέα εργαζομένων μιας επιχείρησης είναι (σε ευρώ):
700, 600, 2900, 950, 700, 800, 700, 2100, 900
α) Να βρείτε τη μέση τιμή των αποδοχών των εργαζομένων.
β) Να διατάξετε τους μισθούς (αποδοχές) κατά αύξουσα σειρά.
γ) Να βρείτε το «μεσαίο» μισθό.
δ) Να συγκρίνετε τον «μεσαίο» μισθό με την μέση τιμή. Να συζητηθεί το αποτέλεσμα της σύγκρισης.

- Άσκηση 4. σ. 109
- Επίσης να δοθεί σαν άσκηση η εύρεση της μέσης τιμής και της διαμέσου των παρακάτω δειγμάτων:
  - 2, 2, 6, 10, 10
  - 2, 4, 6, 8, 10

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

Η Μαρία έχει γράψει στα Μαθηματικά τέσσερα τεστ. Το ραβδόγραμμα παρουσιάζει την βαθμολογία της στα τεστ Α, Β και Γ καθώς επίσης και τον μέσο όρο όλων των τεστ (η τελευταία σκούρα ράβδος).



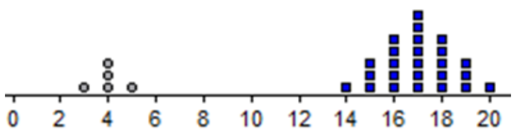
α) Να σχεδιάσετε πάνω στο ίδιο διάγραμμα και δίπλα στη βαθμολογία της Μαρίας, τη βαθμολογία που έχει σε κάθε τεστ ένας άλλος μαθητής ο Γιάννης, αν γνωρίζετε ότι: οι βαθμοί του και στα τέσσερα τεστ ήταν ίσοι μεταξύ τους και ο Γιάννης και η Μαρία έχουν τον ίδιο μέσο όρο.

β) Με βάση το νέο διάγραμμα που φτιάξατε, μπορείτε να σχεδιάσετε την βαθμολογία που έχει η Μαρία στο τεστ Δ; Εξηγήστε τον τρόπο που σκεφτήκατε.

[Σχόλιο: Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η ανάδειξη της έννοιας της μέσης τιμής ως «δίκαιη μοιρασιά». Δεν είναι στόχος η αλγεβρική εύρεση της μέσης τιμής, εξάλλου αυτή η δραστηριότητα θα μπορούσε να γίνει ως εισαγωγή στη μέση τιμή. Αρκετές πληροφορίες για τη διδασκαλία των στοχαστικών μαθηματικών στο Γυμνάσιο μπορούν να αντληθούν από τον οδηγό του εκπαιδευτικού των προγραμμάτων σπουδών που είναι συμπληρωματικά προς τα ισχύοντα (στην ιστοσελίδα http://ebooks.edu.gr/new/ps.php).]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Σε μία τάξη 30 μαθητών οι μαθητές έχουν γράψει τεστ και οι βαθμολογίες τους είναι όπως δείχνει το παρακάτω σημειόγραμμα. Για παράδειγμα, τρεις μαθητές απ' όλη την τάξη έχουν γράψει 15 και ένας μαθητής μόνον έχει γράψει 20.



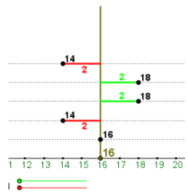
α) Προτείνετε τρόπους με τους οποίους θα προσδιοριστεί η μέση τιμή της βαθμολογίας της ομάδας Α (γκρι κυκλάκια στο διάγραμμα), που για διάφορους λόγους είχε χαμηλή βαθμολογία στο τεστ. Ομοίως για την μέση τιμή της βαθμολογίας της ομάδας Β (μπλε τετραγωνάκια στο διάγραμμα)

β) Προτείνετε τρόπους για τον προσδιορισμό της μέσης τιμής της βαθμολογίας για όλη την τάξη στο τεστ αυτό.

[Σχόλιο: Οι μαθητές/ριες διερευνούν το παρακάτω πρόβλημα και προσπαθούν να το αντιμετωπίσουν με πολλούς και διαφορετικούς τρόπους. Ο στόχος είναι η διαμόρφωση καλύτερης κατανόησης της μέσης τιμής, του τι εκφράζει και των τρόπων που μπορεί να υπολογιστεί.]

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 3η:</u>

Για εμβάθυνση στις έννοιες της μέσης τιμής και της διαμέσου, προτείνεται να διερευνηθούν μέσω αναπαραστάσεών τους, με το μικροπείραμα «Ο βαθμός της Έλενας» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5329



ΜΕΡΟΣ Β΄

<u>ΑΠΟ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΗΣ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ</u>

Κεφάλαιο 3ο (Να διατεθούν 9 διδακτικές ώρες)

§3.1

Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη παράγραφο, διαφορετικά μέσα αναδεικνύουν διαφορετικές πτυχές μιας έννοιας. Ταυτόχρονα, σε κάποιες περιπτώσεις αυτά απαιτούν και διαφορετικό βαθμό συνειδητοποίησης και κατανόησης κάποιων εννοιών, εκ μέρους των μαθητών/-ητριών.

Τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας επιτρέπουν στον χρήστη να δημιουργήσει μία κατασκευή μέσα από μία σειρά ενεργειών που ορίζονται γεωμετρικά (π.χ. κατασκευή ευθείας παράλληλης προς μία άλλη, από σημείο εκτός αυτής). Όταν στο αποτέλεσμα αυτής της κατασκευής, επιλέξουμε κάποιο σημείο και το σύρουμε, με την βοήθεια του ποντικιού, το γεωμετρικό αντικείμενο μεταβάλλεται, ενώ όλες οι γεωμετρικές σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν κατά την κατασκευή διατηρούνται. Έτσι, η κατασκευή βασίζεται και συμπεριφέρεται με βάση τις γεωμετρικές σχέσεις και τις ιδιότητες που απορρέουν απ’ αυτές. Αυτή η συμπεριφορά του σχήματος δεν παρουσιάζεται όταν ο/η μαθητής/-ήτρια έχει δημιουργήσει ένα σχήμα βασισμένο σε επιφανειακά χαρακτηριστικά. Για παράδειγμα, η ανάθεση στους/στις μαθητές/-ήτριες να βρουν τρόπο (ή τρόπους) να σχεδιάσουν με ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, ένα ισοσκελές τρίγωνο το οποίο να μπορεί να μεταβάλλεται και να αντέχει στην δοκιμασία του συρσίματος των κορυφών, απαιτεί εκ μέρους τους τη συνειδητοποίηση των γεωμετρικών ιδιοτήτων που θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν έτσι ώστε το τρίγωνο να παραμένει ισοσκελές κάτω απ’ όλες τις περιστάσεις. Η σχεδίαση ενός ισοσκελούς τριγώνου, βασισμένη στις μετρήσεις των πλευρών, δεν «αντέχει» στην δοκιμασία του συρσίματος, ενώ η κατασκευή ισοσκελούς που βασίζεται π.χ. στην ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου «αντέχει». Ταυτόχρονα η δυναμική μεταβολή της κατασκευής, τους επιτρέπει να διερευνήσουν και να κατανοήσουν (με κατάλληλες δραστηριότητες και ερωτήσεις) άλλες σχέσεις, όπως ότι τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι και ισοσκελή, χωρίς όμως να ισχύει και το αντίστροφο.

Προτείνεται να γίνουν στην τάξη κατασκευές τριγώνων (ισοσκελούς & ισοπλεύρου) από τους/τις μαθητές/-ήτριες με γεωμετρικά όργανα. **Επίσης να δοθεί έμφαση στις κατασκευές κυρίως υψών, αλλά και διχοτόμων-διαμέσων όλων σε οξυγώνιο, αμβλυγώνιο και ορθογώνιο τρίγωνο.** Προτείνεται να δοθούν ως δραστηριότητες για το σπίτι, οι κατασκευές ισοσκελούς, ισόπλευρου και σκαληνού τριγώνου, όπως επίσης ορθογωνίου, αμβλυγωνίου και οξυγωνίου με ένα λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, που να «αντέχουν» στην διαδικασία συρσίματος[1] και με συζήτηση των προσεγγίσεων των μαθητών/-ητριών στην τάξη, , μέσα από κατάλληλες ερωτήσεις, να αναδειχθούν πτυχές των υπό διαπραγμάτευση εννοιών ή να αποτελέσουν την βάση προβληματισμού για την ανάπτυξη της

1 Απαραίτητη προϋπόθεση για αυτή την δραστηριότητα είναι οι μαθητές να είναι εξοικειωμένοι με κάποιο λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας και να μπορούν να δουλεύουν αυτόνομα σ’ αυτό.

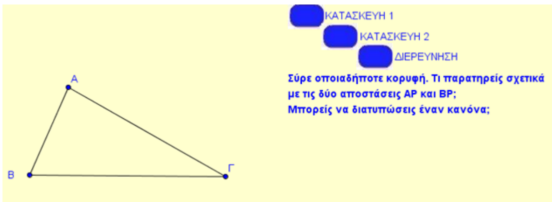
επόμενης ενότητας (να φανεί ποιες ιδιότητες του κάθε τριγώνου παραμένουν σταθερές όταν αυτό αλλάζει).

Προτείνονται:

- Να δοθεί ένα φύλλο εργασίας με τρίγωνα διαφόρων ειδών και θέσεων και θα κληθούν οι μαθητές/-ήτριες να τα ταξινομήσουν. Επίσης μπορεί να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-ήτριες να σχεδιάσουν τρίγωνα με βάση κάποιες προδιαγραφές λ.χ. ορθογώνια ισοσκελή.
- Παράδειγμα σ. 219
- Ασκήσεις 1, 3 σ. 220
- Η δραστηριότητα της σ. 220 μπορεί να χρησιμοποιηθεί για ομαδοσυνεργατική εργασία.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα</u>:

Η άσκηση 4 του σχολικού βιβλίου που αφορά το σημείο τομής των διαμέσων, μπορεί να γίνει πιο διερευνητικά με το μικροπείραμα «Εκεί που τέμνονται οι διάμεσοι» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία.



http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5510

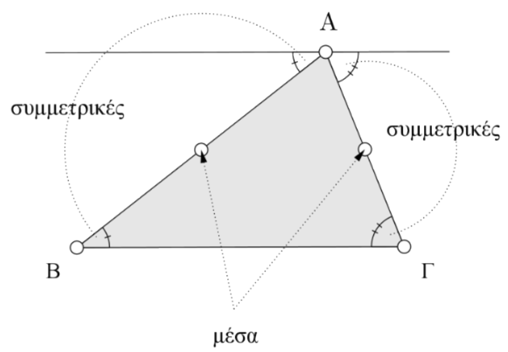
[Σχόλιο: Η ενδεικτική δραστηριότητα αυτή δίνεται <u>ως παράδειγμα</u> της χρήσης ενός λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας στη διερεύνηση ιδιοτήτων, καθώς αυτές παραμένουν σταθερές όταν το σχήμα αλλάζει.]

§3.2

Οι μαθητές/-ήτριες γνωρίζουν από το Δημοτικό ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180^o, ενώ τις ιδιότητες του ισοσκελούς και του ισοπλεύρου μπορεί να τις έχουν διαπραγματευτεί σε προηγούμενες ενότητες, όπως έχει προταθεί. Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στα παραδείγματα – εφαρμογές και στις ασκήσεις 1, 4, 5, 6, 7, 8 και 9. Η άσκηση 10 είναι πολύ δύσκολη γι' αυτή την ηλικία και αν αντιμετωπιστεί να μη γίνει με τη βοήθεια του αλγεβρικού λογισμού. Να μη δοθεί έμφαση μόνο σε υπολογιστικές ασκήσεις γωνιών τριγώνου.

Προτείνονται:

- Παράδειγμα 1 σ. 222. Σημειώνεται ότι εδώ υπάρχει η δυνατότητα να γίνει και θεωρητική αιτιολόγηση του συμπεράσματος με βάση όσα υπάρχουν στις §2.4 και 2.5 ή με βάση την παρακάτω διάταξη.



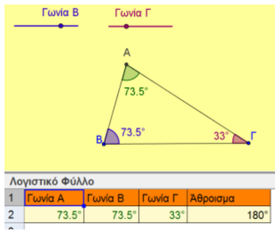
- Παραδείγματα 2, 3, 4, 5, 6 σ. 222-223 (τα παραδείγματα 4, 5, 6 μπορούν να δοθούν για το σπίτι και να γίνει μετά η παρουσίαση τους από τους/τις μαθητές/-ήτριες).
- Ασκήσεις 1, 4, 5, 6, 7, 8 (μπορεί να συνδυαστεί με εξισώσεις)
- Η άσκηση 9 μπορεί να αξιοποιηθεί για **διαφοροποιημένη διδασκαλία** με δημιουργία ομάδων.

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η</u>:

Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου χρησιμοποιείται ως βασικό αποτέλεσμα για τον προσδιορισμό μιας σχέσης ανάμεσα στο άθροισμα των γωνιών και το πλήθος των πλευρών ενός τυχαίου πολυγώνου. Οι μαθητές/-ήτριες κατασκευάζουν πολύγωνα με 4, 5, 6, 7 και 8 πλευρές, τα χωρίζουν σε τρίγωνα με διαγώνιες που άγονται από μία κορυφή και καταγράφουν σε πίνακα το είδος του πολυγώνου, το πλήθος των τριγώνων στα οποία χωρίζεται και το άθροισμα των γωνιών του. Από τα στοιχεία του πίνακα συνάγουν με επαγωγικό τρόπο τη ζητούμενη γενική σχέση.
[Σχόλιο: Στόχος αυτής της δραστηριότητας είναι να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές/-ήτριες το άθροισμα γωνιών τριγώνου σε περαιτέρω υπολογισμούς]

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Η έννοια του αθροίσματος γωνιών τριγώνου, προτείνεται να προσεγγιστεί με τη χρήση ψηφιακών εργαλείων, όπως με το «Πειράματα με το άθροισμα γωνιών τριγώνου», στο Φωτόδεντρο:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/14350.
Αναλυτικότερες πληροφορίες για την εφαρμογή και τις δραστηριότητες που μπορεί να εμπλέξει τους/τις μαθητές/-ήτριες ο/η εκπαιδευτικός, υπάρχουν σε σύνδεσμο στο κάτω μέρος της εφαρμογής.

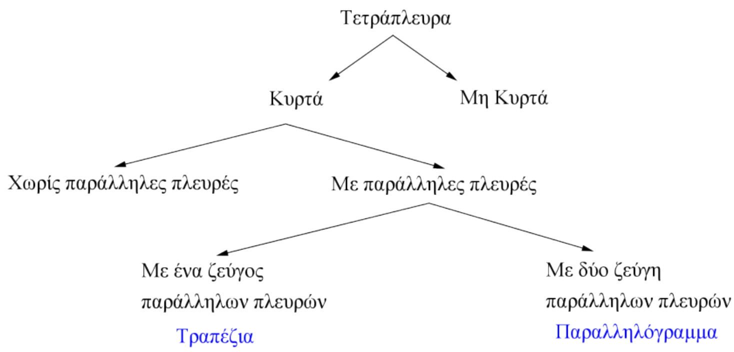


§§3.3 και 3.4

Οι μαθητές/-ήτριες κατανοούν ότι τα παραλληλόγραμμα και τα τραπέζια είναι τετράπλευρα με συγκεκριμένες ιδιότητες. Προτείνεται να δοθούν κατάλληλες δραστηριότητες κατασκευής παραλληλογράμμου, ορθογωνίου κ.λπ.. Με λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας, με βάση αυτά που αναφέρθηκαν στην §3.1, με χρήση χειραπτικών και ψηφιακών μέσων και σχεδιασμού των υψών.
Το περιεχόμενο της ενότητας 3.4 είναι νέο για τους/τις μαθητές/-ήτριες.
Προτείνεται η αιτιολόγηση των ιδιοτήτων να γίνει με χρήση των συμμετριών και οι μαθητές/-ήτριες να χρησιμοποιήσουν τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων σε κατασκευές.

Προτείνονται**:**

- Να δοθεί η ακόλουθη ταξινόμηση των τετραπλεύρων:



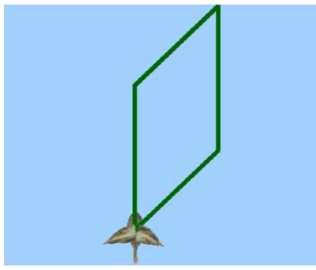
- Η διδασκαλία να γίνει με έμφαση α) στις κατασκευές από τις οποίες προκύπτουν οι ιδιότητες) β) στη διερεύνηση συμμετριών
- Παράδειγμα 2 σελ. 227
- Ασκήσεις 1, 3, 4 σ. 227
- Παραδείγματα 1, 3 σ. 227 και παράδειγμα σ. 230
- Ασκήσεις 2, 3, 6 σ. 231.

Ενδεικτική δραστηριότητα 1η:

Με το μικροπείραμα στη 'Χελωνόσφαιρα' «Μια διαδικασία που κατασκευάζει πάντοτε τετράγωνα» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές/-ήτριες μπορούν να πειραματιστούν με την κατασκευή τετραγώνου, χρησιμοποιώντας τον ορισμό του.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9534
[Σχόλιο: Στόχος είναι ο ορισμός να αποκτήσει 'νόημα για τους/τις μαθητές/-ήτριες' μέσω της χρήσης του σε κατασκευές. Παρόμοια μικροπειράματα μπορούν να γίνουν και με άλλα παραλληλόγραμμα.]

Ενδεικτική δραστηριότητα $2^η$:

Με το μικροπείραμα στη 'Χελωνόσφαιρα' «Είδη παραλληλογράμμου και οι σχέσεις εγκλεισμού τους» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές/-ήτριες μπορούν να διερευνήσουν της σχέσεις εγκλεισμού των ειδών τετραπλεύρου.
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/9586

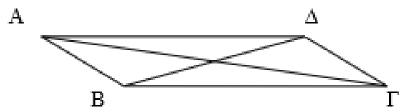


Ενδεικτική δραστηριότητα $3^η$:

Να κατασκευάσετε με χρήση του χάρακα, του μοιρογνωμονίου και του διαβήτη (ή με χρήση λογισμικού) ένα παραλληλόγραμμο του οποίου οι πλευρές έχουν μήκη 5,1cm και 3,2cm και σχηματίζουν γωνία 52^o.

Ενδεικτική δραστηριότητα $4^η$:

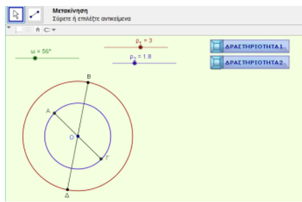
Να περιγράψετε τον τρόπο που κατασκευάστηκε με χρήση του χάρακα και του μοιρογνωμονίου (ή με χρήση λογισμικού) το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ στο οποίο οι διαγώνιες έχουν μήκη ΑΓ = 6cm, ΒΔ = 3,5cm και σχηματίζουν γωνία 66^o.



[Σχόλιο: Στόχος των δύο παραπάνω δραστηριοτήτων είναι η εμβάθυνση στην έννοιας της γεωμετρικής κατασκευής. Οι μαθητές/-ήτριες α) δημιουργούν ένα γεωμετρικό σχήμα που έχει δεδομένες ιδιότητες και β) περιγράφουν τα βήματα της κατασκευής ενός δεδομένου γεωμετρικού σχήματος.]

Ενδεικτική δραστηριότητα $5^η$:

Για τη χρήση των ιδιοτήτων των παραλληλογράμμων μπορεί να χρησιμοποιηθεί το μικροπείραμα «Κατασκευή παραλληλογράμμων με ομόκεντρους κύκλους» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1911



ΑΠΟ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΗΣ Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Κεφάλαιο 1^o (Να διατεθούν 14 διδακτικές ώρες)

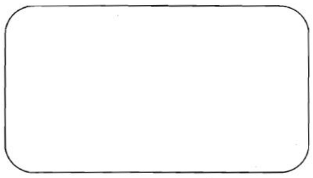
§1.1

Η συγκεκριμένη ενότητα έχει μεγάλη σημασία για την ανάπτυξη των εννοιών που ακολουθούν στις επόμενες παραγράφους.

Απαραίτητα στοιχεία που πρέπει να κατανοηθούν από τους/τις μαθητές/-ήτριες πριν περάσουν αργότερα στους τύπους υπολογισμού των εμβαδών γεωμετρικών σχημάτων καθώς και στις μετατροπές μονάδων είναι τα εξής:

- ✓ Η σύγκριση επιφανειών (πολυγωνικών και μη) μέσα από διαφορετικές διαδικασίες (επικάλυψη, διαίρεση, σύνθεση κ.λ.π.)
- ✓ Η έννοια της διατήρησης της επιφάνειας
- ✓ Η διαφοροποίηση ανάμεσα στο γεωμετρικό μέγεθος (επιφάνεια) και στη μέτρησή του (εμβαδόν)
- ✓ Η έννοια της μονάδας μέτρησης (άτυπη ή τυποποιημένη), η επιλογή της κατάλληλης μονάδας, η χρήση της για την επικάλυψη μιας επιφάνειας και η σύμβαση της χρήσης της τετραγωνικής μονάδας.
- ✓ Η διάκριση ανάμεσα στη μέτρηση της επιφάνειας (εμβαδόν) από τις μετρήσεις άλλων μεγεθών (π.χ. τμήματα και τα μήκη τους ή η περίμετρος και το μήκος της)
- ✓ Η προσεγγιστική φύση της διαδικασίας της μέτρησης
- ✓ Ο τρόπος μεταβολής του εμβαδού όταν χρησιμοποιούμε πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια μιας αρχικής μονάδας

ΣΧΗΜΑ 1



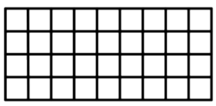
ΣΧΗΜΑ 2

Για παράδειγμα: Η σύγκριση των επιφανειών των διπλανών σχημάτων, η εύρεση διαφορετικών τρόπων σύγκρισης, η προσπάθεια υπολογισμού της σχέσης που έχουν (π.χ. πόσο μεγαλύτερη είναι η μία σε σχέση με την άλλη) κτλ., συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση κάποιων εννοιών.

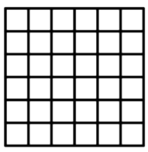
Για τις δυσκολίες των μαθητών/-ητριών σχετικά με την έννοια της μέτρησης, βλέπε http://ebooks.edu.gr/new/ps.php , στο 2. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣ ΤΑ ΙΣΧΥΟΝΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ/ Β. Οδηγοί για τον Εκπαιδευτικό/ Επιστημονικό Πεδίο: Μαθηματικά/ Σελ 103.

Προτείνονται**:**

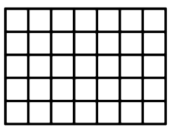
- Δραστηριότητα 1 σ. 113. Με την ευκαιρία της δραστηριότητας αυτής να τονιστεί:
    - Η προσθετική ιδιότητα του εμβαδού (το εμβαδόν της ένωσης δύο ή περισσοτέρων μη επικαλυπτόμενων χωρίων είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών τους).
    - Η τιμή του εμβαδού ενός σχήματος εξαρτάται από την επιλεγόμενη μονάδα μέτρησης.
- Μπορούν ακόμη να γίνουν τα παρακάτω παραδείγματα με τα οποία φαίνεται ότι γενικά το εμβαδόν δεν εξαρτάται από την περίμετρο.



Εμβαδόν: 36
Περίμετρος: 26



Εμβαδόν: 36
Περίμετρος: 24



Εμβαδόν: 35
Περίμετρος: 24

- Εφαρμογές 1, 2 σ. 114
- Άσκηση 3 σ. 116
- Για Διασκέδαση σ. 116

§1.2

Οι μαθητές/-ήτριες γνωρίζουν από το Δημοτικό τις δεκαδικές μονάδες μέτρησης των επιφανειών και το νέο στοιχείο είναι ο διεθνής συμβολισμός τους. Η αισθητοποίηση της τυπικής μονάδας, των υποδιαιρέσεων και των πολλαπλάσιων αυτής, οι μεταξύ τους σχέσεις, καθώς επίσης η επιλογή της κατάλληλης μονάδας ανάλογα με την επιφάνεια που θέλουμε να μετρήσουμε (άσκηση 6 σελ. 118), συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση, απ' ό,τι μόνον η συνεχής εξάσκηση με ασκήσεις μετατροπής από την μία μονάδα μέτρησης σε άλλη.

Προτείνονται:

- Εφαρμογές 1, 2 σ. 117
- Ερώτηση κατανόησης 1 σελ. 117
- Ασκήσεις 1, 2, 6 σ. 118

§1.3

Το περιεχόμενο της ενότητας δεν είναι νέο για τους/τις μαθητές/-ήτριες.
Χρησιμοποιώντας ως βάση το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου αναπτύσσονται μέσα από μετασχηματισμούς το εμβαδόν των άλλων γεωμετρικών σχημάτων. Ο υπολογισμός του εμβαδού του ορθογωνίου παραλληλογράμμου γίνεται μέσα από τη μέτρηση των τετραγωνικών μονάδων που το επικαλύπτουν όπου το πλήθος τους εκφράζεται από το γινόμενο των διαστάσεων του ορθογωνίου.
Θα πρέπει να αντιμετωπιστούν επίσης δυσκολίες που έχουν οι μαθητές[2], όπως ότι:

- ✓ Σχήματα με μεγαλύτερη περίμετρο έχουν μεγαλύτερο εμβαδό.
- ✓ Ο διπλασιασμός, τριπλασιασμός κτλ. των διαστάσεων διπλασιάζει, τριπλασιάζει κλπ. το εμβαδόν.
- ✓ Βάση (ή βάσεις) στα σχήματα, είναι μόνον η πλευρά (ή οι πλευρές) που έχει (ή έχουν) οριζόντιο προσανατολισμό.
- ✓ Ύψος του παραλληλογράμμου ή του τραπεζίου είναι μόνον αυτό που άγεται από μία κορυφή του ή αυτό που έχει κατακόρυφο προσανατολισμό.[3]

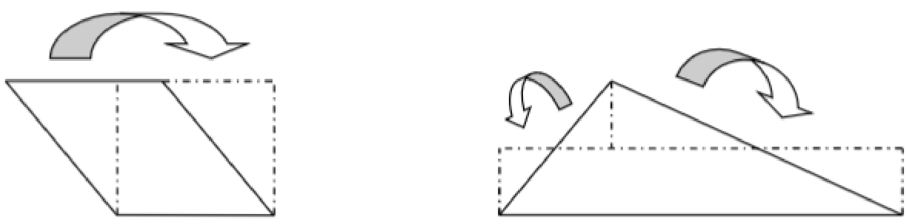
Ο υπολογισμός του εμβαδού γεωμετρικών σχημάτων με την εφαρμογή των τύπων υπολογισμού είναι σημαντικό να συνδέεται με το γεωμετρικό χειρισμό της έννοιας του εμβαδού (π.χ. μέσα από τη διαμέριση και σύνθεση γεωμετρικών σχημάτων). Γενικότερα η γεωμετρική συλλογιστική και η παράλληλη μετάφραση σε αλγεβρικές σχέσεις μπορεί να δώσει νόημα στις αλγεβρικές έννοιες και διαδικασίες.
Κατάλληλες δραστηριότητες με λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας ή applets που υπάρχουν στο διαδίκτυο, μπορεί να βοηθήσουν στην κατάκτηση των παραπάνω στόχων.

Προτείνονται:

- Εφαρμογή 1 σ. 121.
- Εφαρμογή 2 σ. 121. (Η εφαρμογή αυτή εφ' όσον το επιτρέπουν οι συνθήκες μπορεί να γίνει ως εφαρμογή εύρεσης εμβαδού μιας πραγματικής σχολικής αίθουσας).
- Εφαρμογές 4 , 5, 6 σ. 122.
- Ερώτηση κατανόησης 1 σ. 123.
- Ασκήσεις 3, 5 σ. 124.
- Ασκήσεις 7, 10 σ. 125.

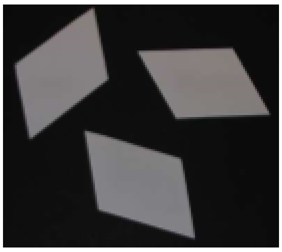
<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η</u>:

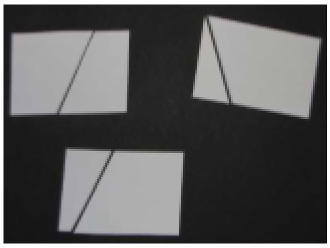
Προτείνεται να δοθούν στους/στις μαθητές/-ήτριες σχήματα όπως τα παρακάτω και με μετασχηματισμούς, που θα κάνουν με τη βοήθεια γεωμετρικών οργάνων, να διατυπώσουν και να αιτιολογήσουν τους αντίστοιχους τύπους εμβαδού. Παρακάτω φαίνεται και ένας από τους πολλούς τρόπους επίλυσης του προβλήματος.



Εναλλακτικά, η δραστηριότητα αυτή μπορεί να γίνει:

- Με τους/τις μαθητές/-ήτριες να δουλεύουν σε ομάδες: Ο εκπαιδευτικός μοιράζει σε κάθε ομάδα 2-3 ίσα μη ορθογώνια παραλληλόγραμμα από χαρτί. Οι μαθητές/-ήτριες προσπαθούν να βρουν τρόπο να κόψουν, με ψαλίδι, τα παραλληλόγραμμα και να τα μετασχηματίσουν σε ορθογώνια με το ίδιο εμβαδόν με τα αρχικά παραλληλόγραμμα. Στόχος είναι η συνειδητοποίηση από τους/τις μαθητές/-ήτριες της ανάγκης χάραξης κάθετης προς το ένα ζεύγος παράλληλων πλευρών (βλέπε την παρακάτω εικόνα).



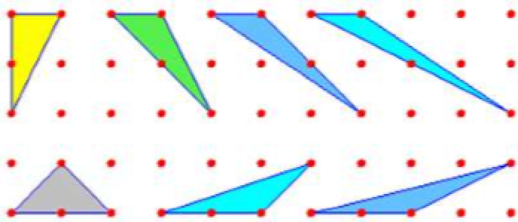


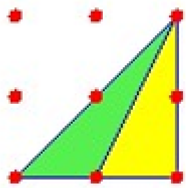
✓ Με χρήση τετραγωνισμένου χαρτιού, που τα τετραγωνάκια να παίξουν το ρόλο άτυπων μονάδων μέτρησης εμβαδού.

✓ Με χρήση λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας.

Ενδεικτική δραστηριότητα 2η:

Οι μαθητές/-ήτριες χρησιμοποιούν χαρτί με διάστικτους καμβάδες που το έχουν χωρίσει σε περιοχές 5 Χ 5 σημείων. Σχεδιάζουν όσο το δυνατόν περισσότερα τρίγωνα των οποίων οι κορυφές είναι σημεία του καμβά, εμβαδού 1 τ.μ., τα οποία να μην είναι ίσα μεταξύ τους και δικαιολογούν γιατί τα τρίγωνα που σχεδίασαν ικανοποιούν τις συνθήκες του προβλήματος (οι αιτιολογήσεις τους για την διαφορετικότητα των τριγώνων μπορούν να βασίζονται στους μετασχηματισμούς των σχημάτων, που τους είναι γνωστοί από το Δημοτικό, βλέπε τις παρακάτω εικόνες).





✓ Αναζητούν ανάμεσα στα τρίγωνα αυτό που έχει την μικρότερη και την μεγαλύτερη περίμετρο και δικαιολογούν την επιλογή τους.

✓ Συζητούν για τις μεθόδους που ακολούθησαν για να προσδιορίσουν όλα τα τρίγωνα, αν θα μπορούσε η μέθοδός τους να επεκταθεί σε έναν μεγαλύτερο καμβά και τι θα συνέβαινε τότε με την περίμετρο και το εμβαδό των τριγώνων.

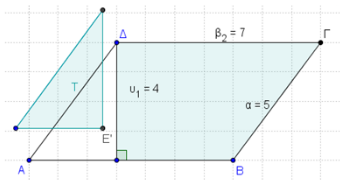
✓ Επίσης συζητούν για το που θα κινείται η τρίτη κορυφή του τριγώνου (χωρίς τους περιορισμούς να είναι σημείο του καμβά ή τα τρίγωνα να είναι διαφορετικά), όταν τα τρίγωνα τοποθετηθούν έτσι ώστε να έχουν κοινή βάση.

✓ Με αφορμή τις παρατηρήσεις και τα συμπεράσματα τους γενικεύουν για τρίγωνα που έχουν κοινή βάση (ή ίσες βάσεις) και η τρίτη κορυφή κινείται σε ευθεία παράλληλη προς την βάση.

✓ Επίσης με κατάλληλη τοποθέτηση των τριγώνων, κατά τη σύγκριση των περιμέτρων και αντίστοιχες διερευνήσεις, μπορούν να εξάγουν συμπεράσματα σχετικά με τον χωρισμό ενός τρίγωνου σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα από την διάμεσο.

Ενδεικτική δραστηριότητα 3η:

Για καλύτερη κατανόηση των εννοιών, προτείνεται να χρησιμοποιηθούν ψηφιακά εργαλεία, όπως το μικροπείραμα «Εμβαδόν παραλληλογράμμου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5573



§1.4

Μπορεί να γίνει κατάλληλος προγραμματισμός ώστε μετά την ολοκλήρωση της διδασκαλίας της ενότητας να ακολουθήσει η διδασκαλία της §2.1 της Άλγεβρας (τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού). Χρειάζεται να δοθεί έμφαση και στη σχέση εμβαδών και

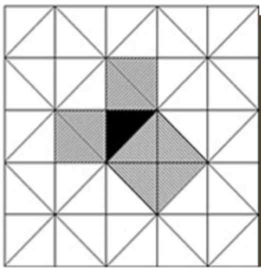
όχι μόνο πλευρών που εκφράζει το θεώρημα (ασκήσεις 1, 4, 5 και ενδεικτική δραστηριότητα 1).
Επισημαίνονται τρεις διαφορετικές οπτικές-χρήσεις του Πυθαγορείου Θεωρήματος και του αντίστροφού του, που είναι σκόπιμο οι μαθητές να αναγνωρίζουν:

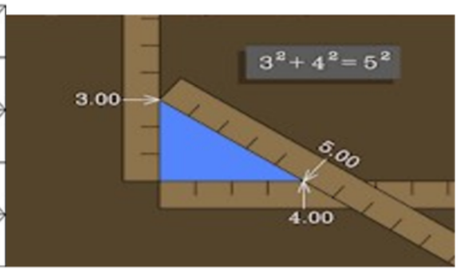
- ✓ Η ανάδειξη της σχέσης εμβαδών τετραγώνων που κατασκευάζονται στις πλευρές ορθογωνίου τριγώνου.
- ✓ Ο υπολογισμός αποστάσεων.
- ✓ Ο έλεγχος αν μια γωνία είναι ορθή.

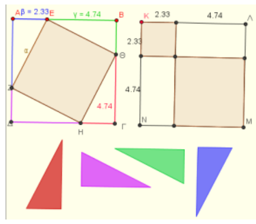
Προτείνονται**:**

- Δραστηριότητα 1 σ. 127
- Εφαρμογές 1, 2, 3, 4, σ. 128-129
- Ασκήσεις 1, 3, 4, 5, 7, 8 σ. 130-131

<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η</u>:
Οι μαθητές/-ήτριες κατασκευάζουν τετράγωνα στις πλευρές ενός ορθογωνίου ισοσκελούς τριγώνου (βλ. το διακοσμητικό μοτίβο στο σχήμα αριστερά) και χρησιμοποιώντας ως μονάδα μέτρησης εμβαδού το ίδιο το ορθογώνιο τρίγωνο επαληθεύουν τη σχέση του Πυθαγόρειου θεωρήματος.
Στη συνέχεια επαληθεύουν τη σχέση αυτή στο ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές μήκους 3cm και 4cm και υποτείνουσα μήκους 5cm.







<u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2η</u> :Για την απόδειξη του Πυθαγορείου Θεωρήματος προτείνεται να χρησιμοποιηθούν ψηφιακά εργαλεία, όπως το μικροπείραμα «Μία απόδειξη του πυθαγορείου θεωρήματος» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία:
http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2019

2 Η άρση των δυσκολιών των μαθητών/-ητριών είναι μια αργή και δύσκολη διαδικασία. Μπορεί να προκληθεί μέσα από την ενεργητική συμμετοχή τους σε ένα κατάλληλο διδακτικό περιβάλλον, το οποίο θα τους οδηγεί στις απαραίτητες γνωστικές συγκρούσεις και όχι μόνον μέσα από την παράθεση της ορθής άποψης – γνώσης.
3 Ο προσανατολισμός με τον οποίο παρουσιάζονται τα σχήματα στα βιβλία, αλλά και οι παραστάσεις που έχουν από το περιβάλλον στην καθημερινή τους ζωή, συμβάλουν σε αυτές τις δυσκολίες. Η έκθεσή τους σε σχήματα με ασυνήθιστο προσανατολισμό ή σχήματα «μακρόστενα» (π.χ. τρίγωνα με σημαντικά μικρότερη την μία πλευρά σε σχέση με τις άλλες) κλπ. μπορεί να συμβάλλει, κατά ένα μέρος, στην κατεύθυνση αντιμετώπισης αυτών των δυσκολιών.