

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Δ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ τοπικό μέγιστο;

(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)

Α2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν πεδίο ορισμού το R , τότε και η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ ορίζεται πάντα στο R .
- ii. Το σημείο $M(\alpha, \beta)$ ανήκει στην γραφική παράσταση της συνάρτησης f αν και μόνο αν $f(\beta) = \alpha$.
- iii. Υπάρχουν συναρτήσεις που δεν παρουσιάζουν ακρότατα.
- iv. Αν για την συνάρτηση f ισχύει $f(x) > 0$ για κάθε $x \in R$, τότε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f δεν τέμνει τον άξονα xx' .
- v. Αν $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = l$ και $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = k$ με $l, k \in R$, τότε $\lim_{x \rightarrow 3} (f(x) + g(x)) = l + k$.

(ΜΟΝΑΔΕΣ 10)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - (k-1)x + k$, όπου $k \in \mathbb{R}$ σταθερά και $x \in \mathbb{R}$.

B1. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $\Lambda(0,5)$ να βρείτε την τιμή του k .
(ΜΟΝΑΔΕΣ 9)

Για $k = 5$:

B2. Να αποδείξετε ότι $\frac{f(2) + 3f(1) + 4f(3)}{3} = f(4)$
(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

B3. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1}$.
(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x-2} - 3$

Γ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

Γ2. Να βρεθούν τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα xx' (αν υπάρχουν).
(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)

Δίνεται επιπλέον η συνάρτηση $g(x) = x - 4$, $x \in \mathbb{R}$

Γ3. Να ορίσετε την συνάρτηση $h = \frac{f}{g}$.
(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)

Γ4. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 4} h(x)$.
(ΜΟΝΑΔΕΣ 6)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = a - \frac{2}{x+2}$ και $g(x) = x^2 - x + \beta$, όπου $a, \beta \in \mathbb{R}$, σταθερές. Επιπλέον ισχύουν ότι:

- $a = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ και
- οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g διέρχονται από το ίδιο σημείο του άξονα yy' .

Δ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

Δ2. Να αποδείξετε ότι:

i. $a = 4$

ii. $\beta = 3$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 10)

Δ3. Να λυθεί η εξίσωση $g(x) - 2 = -x(x + 3)$
(ΜΟΝΑΔΕΣ 10)

Καλή επιτυχία!!!