

1^η Δραστηριότητα

Μέτρα τις κουκκίδες – Οι δυαδικοί αριθμοί

Περίληψη

Οι υπολογιστές αναπαριστούν και μεταφέρουν τα δεδομένα σαν σειρές από 0 και 1. Πώς μπορούμε να αναπαραστήσουμε λέξεις και αριθμούς χρησιμοποιώντας μόνο αυτά τα δύο σύμβολα ;

Συσχέτιση με το σχολικό πρόγραμμα*

(*Σημ. μτφ.: αναφέρεται στη Νέα Ζηλανδία)

- ✓ Μαθηματικά: Αριθμός επιπέδου 2 και άνω. Εξερευνώντας αριθμούς σε άλλες βάσεις.
- ✓ Αναπαριστώντας αριθμούς με βάση το δύο.
- ✓ Μαθηματικά: Άλγεβρα Επιπέδου 2 και άνω. Συνεχίστε ένα σειριακό pattern και περιγράψτε έναν κανόνα γι' αυτό το pattern. Τα patterns και οι σχέσεις σε δυνάμεις του δύο.

Απαιτούμενες ικανότητες:

Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να:

- ✓ Μετρούν
- ✓ Να κάνουν αντιστοιχίσεις
- ✓ Να βάζουν στη σειρά

Ηλικία

- ✓ Από την ηλικία των 7 ετών και πάνω

Υλικά

- ✓ Για την επεξήγηση, χρειάζεται ένα set με πέντε δυαδικά χαρτιά (βλέπε σελ. 6). Εναλλακτικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε φύλλα A4 με smiley (χαμογελαστές φατσούλες) και αυτοκόλλητες κουκκίδες.

Φωτοτυπείστε την σελ. 6 με τους δυαδικούς αριθμούς σε ένα χαρτονάκι και κόψτε τα χαρτιά.

Ο κάθε μαθητής πρέπει να έχει:

- ✓ Ένα set με πέντε χαρτιά.

Φωτοτυπείστε την σελ. 6 με τους δυαδικούς αριθμούς σε ένα χαρτονάκι και κόψτε τα χαρτιά.

- ✓ Το φύλλο εργασίας “Δυαδικοί αριθμοί” (σελ. 5)

Προβλέπονται επίσης και κάποιες κατ' επιλογήν δραστηριότητες εμπάθισης, για τις οποίες κάθε μαθητής πρέπει να έχει:

- ✓ Το φύλλο εργασίας: “Δουλεύοντας με τους δυαδικούς αριθμούς” (σελ. 7)
- ✓ Το φύλλο εργασίας: “Στέλνοντας κρυφά μηνύματα” (σελ. 8)
- ✓ Το φύλλο εργασίας: “Τα fax και τα modem” (σελ. 9)
- ✓ Το φύλλο εργασίας: “Μετρώντας πέρα κι' απ' τον αριθμό 31” (σελ. 10)
- ✓ Το φύλλο εργασίας: “Ακόμη περισσότερα για τους δυαδικούς αριθμούς” (σελ. 11)

Οι δυαδικοί αριθμοί

Εισαγωγή

Πριν διανεμίσετε το φύλλο εργασίας της σελ.5, θα είναι χρήσιμο να δείξετε τους κανόνες του παιχνιδιού σε όλη την τάξη.

Γι' αυτή τη δραστηριότητα, χρειάζεστε 5 χαρτιά, όπως δείχνουμε παρακάτω, με κουκκίδες στη μία πλευρά και τίποτα από την άλλη. Επιλέξτε 5 μαθητές που θα μπουόνε στη σειρά, ο ένας δίπλα στον άλλο, απέναντι από την υπόλοιπη τάξη, και δώστε σε καθένα τους από ένα χαρτί, ούτως ώστε να τα δείχνουν στην υπόλοιπη τάξη με την εξής σειρά:



Συζήτηση

Ποιος κανόνας ρυθμίζει τον αριθμό των κουκκίδων που απεικονίζονται στα χαρτιά; (Κάθε χαρτί έχει διπλάσιο αριθμό κουκκίδων από το χαρτί που βρίσκεται αμέσως στα δεξιά του).

Πόσες κουκκίδες θα είχε το επόμενο χαρτί, εάν προσθέταμε ένα στ' αριστερά; (32) και το επόμενο; ...

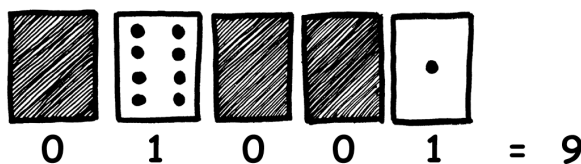
Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε αυτά τα χαρτιά για να “γράψετε” αριθμούς, κρατώντας μερικά χαρτιά με τις κουκκίδες εμφανείς προς την τάξη και αναποδογυρνώντας τα υπόλοιπα από την ανάποδη. Το άθροισμα των ορατών κουκκίδων είναι ο αριθμός.

Ζητήστε από τους μαθητές να γράψουν 6 (το χαρτί με το 4 και το χαρτί με το 2), μετά 15 (το 8, το 4, το 2 και το 1), και κατόπιν 21 (16, 4 και 1)...

Τώρα δοκιμάστε να μετρήσετε ξεκινώντας από το 0.

Η υπόλοιπη τάξη πρέπει να παρατηρεί προσεκτικά πως αλλάζουν τα χαρτιά, για να δουν αν μπορούν να βρουν έναν κανόνα σχετικά με το πότε πρέπει να γυρίσει το κάθε χαρτί (κάθε χαρτί γυρνάει τις μισές φορές από εκείνες που γυρνάει το χαρτί στα δεξιά του). Θα μπορούσατε να δοκιμάσετε αυτή την άσκηση με παραπάνω από μία ομάδα των 5 μαθητών.

Όταν ένα χαρτί με δυαδικούς αριθμούς δεν δείχνει τίποτα, τότε αναπαριστάται με ένα 0. Όταν δείχνει, τότε αναπαριστάται με ένα 1. Αυτό είναι το δυαδικό σύστημα αρίθμησης.



Ζητήστε από τους μαθητές να υπολογίσουν ποιος αριθμός είναι το 01001 σε δυαδικό σύστημα (Απάντηση: το 9) και σε ποιο δυαδικό αριθμό αντιστοιχεί ο δεκαδικός 17 (Απάντηση: το 10001)

Κάντε κι' άλλες ασκήσεις για να βεβαιωθείτε πως όλοι καταλάβανε.

Υπάρχουν πέντε κατ' επιλογήν δραστηριότητες για εμβάθυνση. Οι μαθητές θα πρέπει να κάνουν όσες πιο πολλές μπορούν.

Φύλλο εργασίας: Οι Δυαδικοί αριθμοί

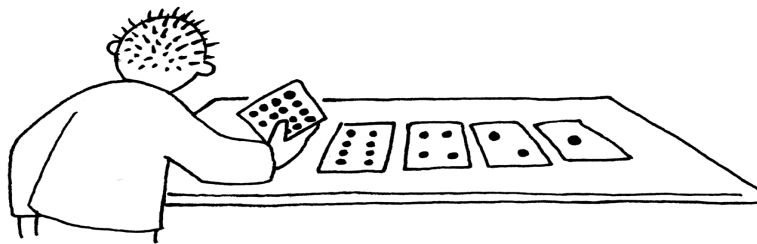
Ας μάθουμε να μετράμε

Νομίζατε πως ξέρετε να μετράτε; Ωραία, τώρα θα μάθετε έναν νέο τρόπο να το κάνετε!

Ξέρατε πως οι υπολογιστές χρησιμοποιούν μόνο μηδέν και ένα; Όλα όσα βλέπετε ή ακούτε από τον υπολογιστή σας, λέξεις, εικόνες, αριθμοί, φιλιμάκια και ήχοι, αποθηκεύονται κάνοντας χρήση μόνο αυτών των δύο αριθμών! Αυτές οι δραστηριότητες θα σας εξηγήσουν πως να στέλνετε μυστικά μηνύματα στους φίλους σας, χρησιμοποιώντας την ίδια μέθοδο που χρησιμοποιεί και ο υπολογιστής.

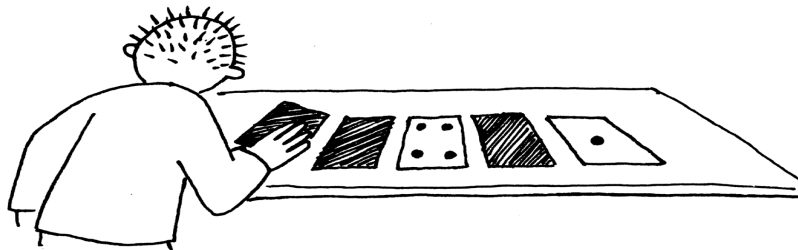
Οδηγίες

Κόψτε τα χαρτιά από το φύλλο σας και βάλτε τα μπροστά σας ούτως ώστε το χαρτί με 16 κουκκίδες να βρίσκεται στ' αριστερά σας, όπως βλέπετε εδώ:



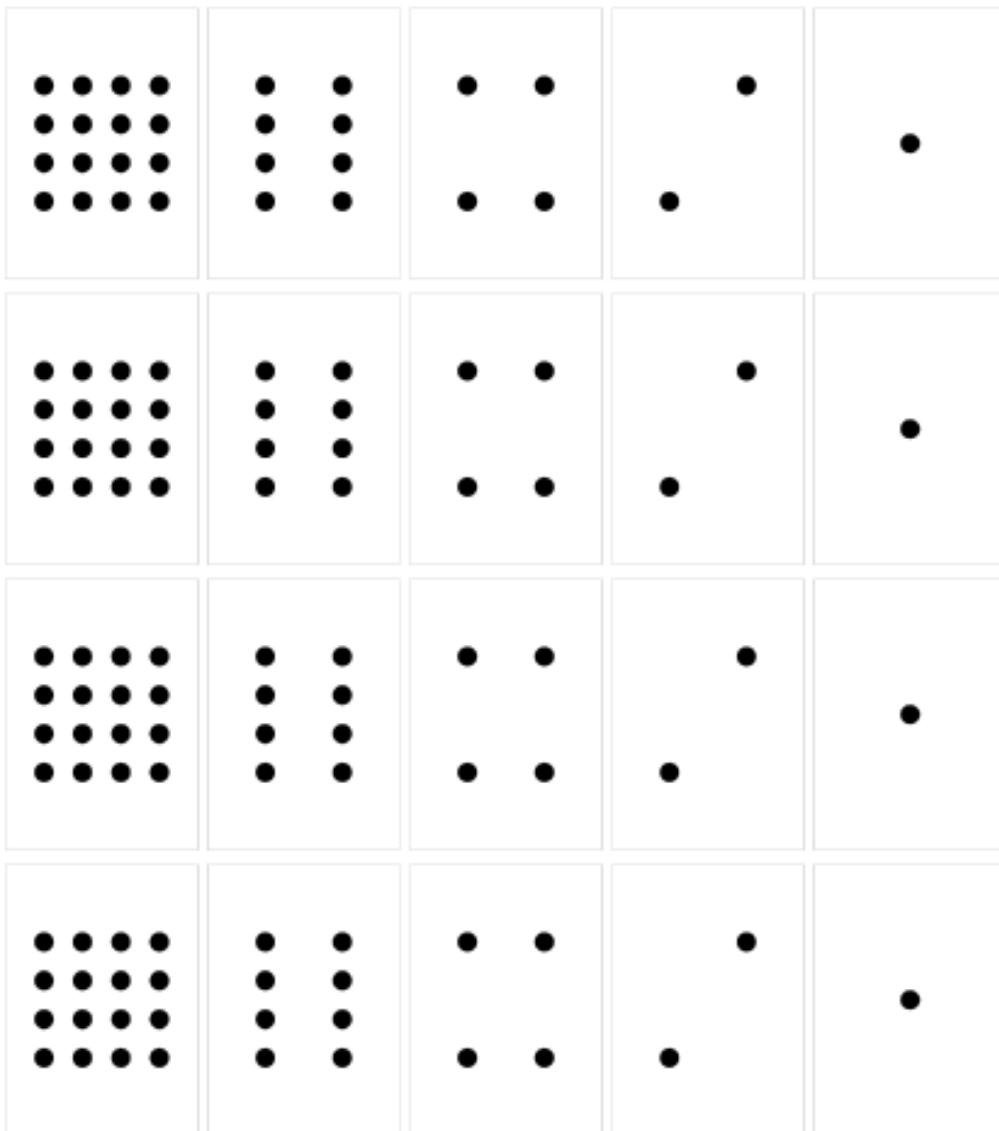
Βεβαιωθείτε πως τα χαρτιά είναι ακριβώς τοποθετημένα με την ίδια σειρά που δείχνει και η εικόνα.

Τώρα, διατηρώντας τα χαρτιά με την ίδια σειρά, αναποδογυρίστε μερικά, ούτως ώστε να φαίνονται μόνον 5 κουκκίδες.



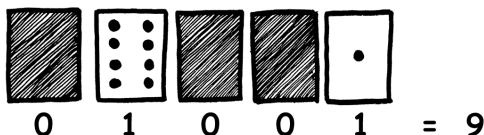
Βρείτε τώρα πως να φανερώσετε 3 κουκκίδες, μετά 12 και 19. Πόσοι τρόποι υπάρχουν για να πετύχουμε να εμφανισθεί ένας οποιοσδήποτε αριθμός; Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός κουκκίδων που μπορούμε να φανερώσουμε; Ποιός είναι ο ελάχιστος; Υπάρχει ένας αριθμός κουκκίδων που δεν μπορείτε να πετύχετε, ανάμεσα στο ελάχιστο και το μέγιστο;

Extra για ειδικούς: Δοκιμάστε να φτιάξετε τους αριθμούς 1, 2, 3, 4 κατά σειρά. Μπορείτε να βρείτε μία λογική και αξιόπιστη μέθοδο για να αναποδογυρίζουμε τα χαρτιά μας, αυξάνοντας οποιονδήποτε αριθμό κατά ένα;



Φύλλο εργασίας: Δουλεύοντας με τους δυαδικούς αριθμούς

Το δυαδικό σύστημα χρησιμοποιεί τους αριθμούς *μηδέν* και *ένα* για να αναπαραστήσει ποια χαρτιά δείχνουν τις κουκκίδες και ποια όχι. Το *0* αντιστοιχεί σε ένα χαρτί από την ανάποδη, ενώ το *1* σημαίνει ότι μπορείτε να δείτε τις κουκκίδες. Για παράδειγμα:

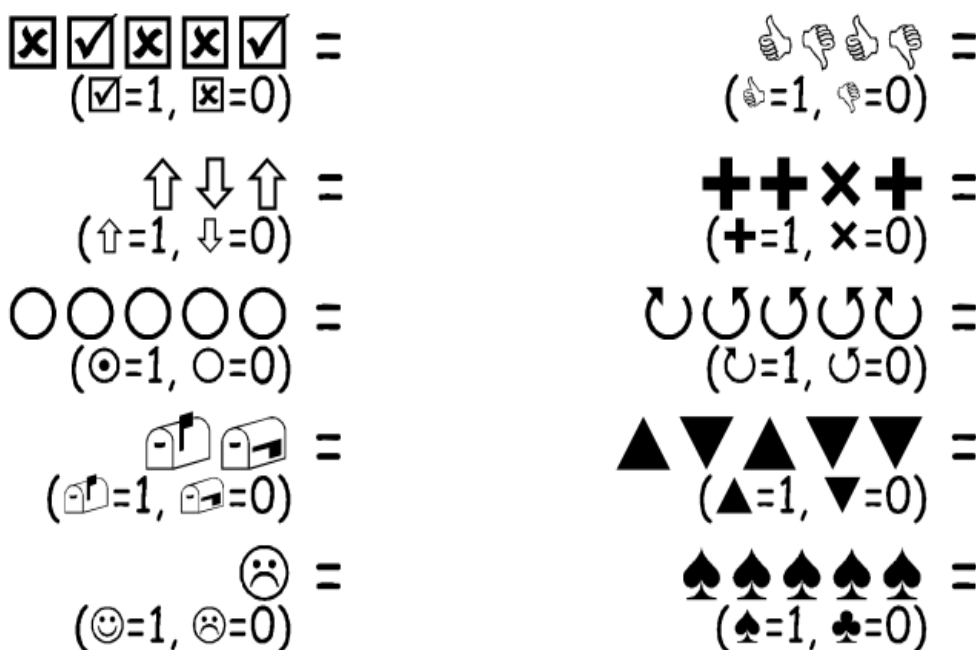


Μπορείτε να ανακαλύψετε ποιος αριθμός είναι το *10101*; Και το *11111* σε ποιο αριθμό αντιστοιχεί;

Ποια ημέρα και σε ποιο μήνα γεννηθήκατε; Γράψτε το σε δυαδικό σύστημα.

Ανακαλύψτε πως γράφεται σε δυαδικό, η ημερομηνία γεννήσεως των φίλων σας.

Δοκιμάστε τώρα να ανακαλύψετε αυτούς τους κωδικοποιημένους αριθμούς:



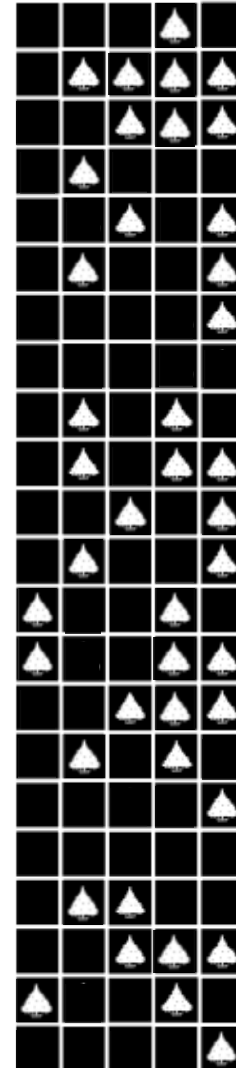
Extra για ειδικούς: Χρησιμοποιώντας μία σειρά από χάρακες μήκους 1, 2, 4, 8 και 16 μονάδων, δείξτε πως μπορείτε να φτιάξετε οποιαδήποτε μήκη, μέχρι και 31 μονάδες. Είτε, θα μπορούσατε να εκπλήξετε έναν ενήλικα, δείχνοντάς του πως μόνο με μία ζυγαριά και πέντε ζύγια (βαράκια) της 1, των 2, 4, 8, 16 μονάδων, μπορούμε να μετρήσουμε βαριά αντικείμενα, όπως βαλίτσες, με βάρη από 0 μέχρι και 32 μονάδες.

Φύλλο εργασίας: Στέλνοντας μυστικά μηνύματα

Ο Tom έχει παγιδευτεί στον τελευταίο όροφο ενός πολυκαταστήματος. Είναι παραμονές Χριστουγέννων και ήθελε να γυρίσει σπίτι του με μερικά δώρα, αλλά δεν αντιλήφθηκε τι ώρα έκλειναν και έμεινε κλεισμένος μέσα. Δοκίμασε να φωνάξει, να ουρλιάξει, αλλά δεν υπήρχε κανείς. Τώρα πια νύχτωσε και ο Tom βλέπει στην απέναντι οικοδομή μία κοπέλα ειδικευμένη στην Πληροφορική που εργάζεται μέχρι αργά τη νύχτα. Πώς μπορεί να προσελκύσει την προσοχή της; Ο Tom ρίχνει μια ματιά τριγύρω του για να δει τι μπορεί να χρησιμοποιήσει. Του έρχεται μία ιδιοφυής ιδέα! Μπορεί να χρησιμοποιήσει τα φωτάκια για το χριστουγεννιάτικο δένδρο, για να της στείλει ένα μήνυμα! Ο Tom συνδέει τα φώτα έτσι που να μπορεί να τα ανάψει ή να τα σβήσει όλα μαζί. Εκμεταλλεύεται έναν απλό δυαδικό κώδικα, που είναι βέβαιο ότι η κοπέλα στην απέναντι πλευρά του δρόμου μπορεί να καταλάβει. Μπορείτε να τον αντιληφθείτε;

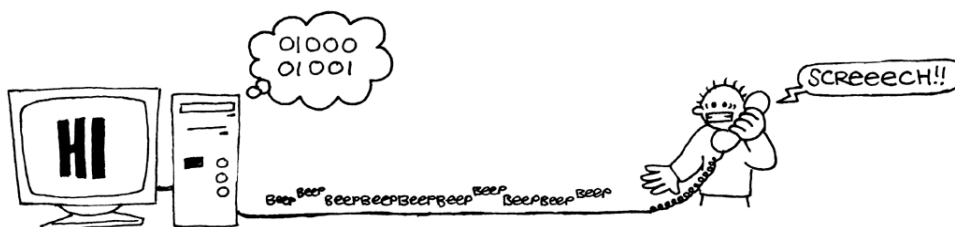


1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ζ	Η	Θ	Ι	Κ	Λ	Μ	Ν
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24		
Ξ	Ο	Π	Ρ	Σ	Τ	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω		



Φύλλο εργασίας: Ηλεκτρονική αλληλογραφία και modem

Ακόμη και οι υπολογιστές που συνδέονται στο Διαδίκτυο μέσω ενός modem, χρησιμοποιούν ένα δυαδικό σύστημα για να στείλουν τα μηνύματα. Η μόνη διαφορά είναι πως αυτά κάνουν χρήση ήχων. Ένα οξύ beer χρησιμοποιείται για να σηματοδοτήσουν ένα 1, ενώ εκπέμπουν έναν ήχο πιο βαθύ για ένα 0. Αυτοί οι ήχοι είναι πολύ γρήγοροι. Τόσο γρήγοροι, πράγματι, που τα παλιά modem που είναι συνδεδεμένα με τη γραμμή τηλεφώνου, κατά τη φάση της σύνδεσης, παρήγαγαν έναν πολύ ενοχλητικό βραχνό ήχο. Αν δεν τον ακούσατε ποτέ, δοκιμάστε να καλέσετε μία συσκευή fax, αυτές οι μηχανές φαξ χρησιμοποιούν αυτό το είδος modem για να στέλνουν πληροφορίες.



Χρησιμοποιώντας τον ίδιο κώδικα που χρησιμοποίησε και ο Tom για να ζητήσει βοήθεια μέσα στο πολυκατάστημα, προσπαθείστε να στείλετε ένα μήνυμα ηλεκτρονικής αλληλογραφίας σε έναν φίλο σας ή σε μία φίλη σας. Δεν πρέπει να είστε γρήγοροι σαν πραγματικό modem, αλλιώς δεν θα μπορέσετε να καταλάβετε το μήνυμα!



Φύλλο εργασίας: Μετρώντας παραπάνω από το 31

Προσέξτε ξανά την διαδοχική σειρά των χαρτιών. Αν έπρεπε να μαντέψετε το επόμενο χαρτί στη σειρά, πόσες κουκκίδες θα έπρεπε να έχει; Και ποιο θα είναι το μεθεπόμενο χαρτί; Ποιος είναι ο κανόνας που ακολουθείτε για να αποφασίσετε τα επόμενα χαρτιά; Όπως βλέπετε, απαιτούνται μόνο λίγα χαρτιά για να μπορούμε να μετράμε ακόμη και πολύ μεγάλους αριθμούς.

Αν παρατηρήσετε προσεκτικά την παρακάτω σειρά, θα διαπιστώσετε έναν πολύ ενδιαφέροντα συσχετισμό:

1, 2, 4, 8, 16...

Προσπαθείστε να αθροίσετε: $1 + 2 + 4 =$; Ποιο είναι το αποτέλεσμα;

Και τώρα δοκιμάστε: $1 + 2 + 4 + 8 =$;

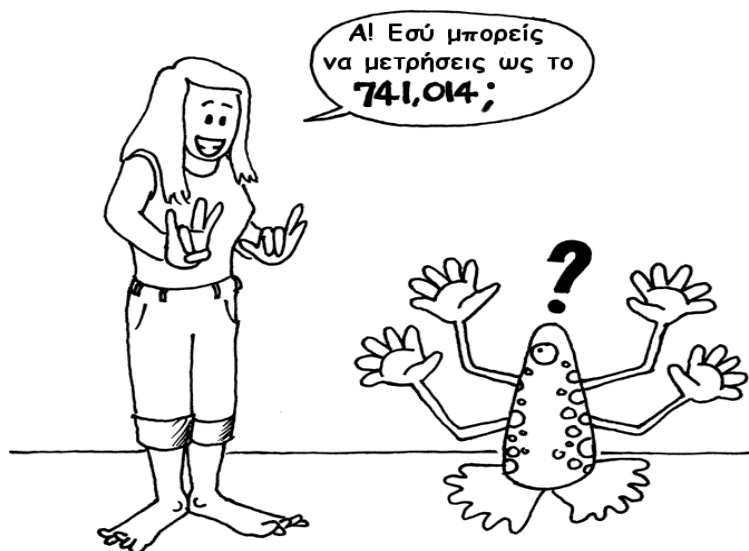
Τι θα συμβεί αν αθροίσετε όλα τα χαρτιά μαζί, από την αρχή;

Τώρα ας δοκιμάσουμε να μετρήσουμε με τα δάκτυλα, όχι με τον συνηθισμένο τρόπο, αλλά με το δυαδικό σύστημα. Εσείς μπορείτε φυσιολογικά να μετρήσετε ως το 10; Ε, λοιπόν, με το δυαδικό σύστημα θα μπορείτε να μετράτε μέχρι και αριθμούς πολύ μεγαλύτερους από το 10, χωρίς να χρειάζεται να είστε εξωγήινοι! Χρησιμοποιώντας τους δυαδικούς αριθμούς, μπορείτε να μετράτε από το 0 ως το 31, μόνο με το ένα χέρι, προσποιούμενοι ότι το κάθε δάκτυλο αντιπροσωπεύει ένα από τα χαρτιά. Ο αντίχειρας αντιστοιχεί στο χαρτί με μία κουκκίδα, ο δείκτης σ' εκείνο με 2, ο μέσος σ' εκείνο με 4 και ούτω καθ' εξής. Μπορείτε να αναπαραστήσετε 32 διαφορετικούς αριθμούς μόνο με το ένα χέρι (μη ξεχνάτε ότι και το 0 είναι ένας αριθμός!)

Δοκιμάστε να μετρήσετε χρησιμοποιώντας τα δάκτυλα, με το ανασηκωμένο δάκτυλο να αναπαριστά το 1, δηλ. είναι σαν το αντίστοιχο χαρτί να ήταν φανερό, ενώ αν το δάκτυλο είναι κατεβασμένο τότε είναι ένα 0.

Αν χρησιμοποιήσετε και τα δύο χέρια, μπορείτε να μετρήσετε από το 0 μέχρι το 1023! Είναι 1024 αριθμοί!

Αν είχατε τα δάκτυλα των ποδιών λαστιχένια (σ' αυτή τη περίπτωση θα ήσασταν σ' αλήθεια σαν εξωγήινοι), θα μπορούσατε να φθάσετε σε πολύ μεγαλύτερους αριθμούς. Αφού με το ένα χέρι μπορείτε να φθάσετε μέχρι τους 32 αριθμούς, με 2 χέρια τους $32 \times 32 = 1024$ αριθμούς, τότε μέχρι ποιον αριθμό θα μπορούσε να μετρήσει η δεσποινίς "Λαστιχοδάκτυλη", που μετράει σε δυαδικό σύστημα και με τα 20 δάκτυλα των χεριών και των ποδιών μαζί;



Φύλλο εργασίας: Ακόμη περισσότερα για τους δυαδικούς αριθμούς.

1. Μία άλλη ενδιαφέρουσα ιδιότητα των δυαδικών αριθμών είναι τι συμβαίνει όταν προσθέσετε ένα μηδέν, στα δεξιά του αριθμού.

Εάν δουλεύετε με αριθμούς με βάση το 10 (δεκαδικούς), όταν προσθέσετε ένα μηδέν στα δεξιά του αριθμού, ουσιαστικά τον πολλαπλασιάζετε επί 10. Π.χ. το 9 γίνεται 90, το 30 γίνεται 300.

Αλλά τι συμβαίνει εάν προσθέσετε ένα μηδενικό στο τελευταίο ψηφίο ενός δυαδικού αριθμού; Δοκιμάστε με αυτό το παράδειγμα:

1001 → 10010

(9) (?)

Κάντε και μερικά ακόμη παραδείγματα, για να τεστάρετε τις υποθέσεις σας. Ποιος είναι ο κανόνας; Γιατί συμβαίνει αυτό, κατά τη γνώμη σας;

2. Κάθε χαρτί που χρησιμοποιήσαμε, αναπαριστά ένα “bit” του υπολογιστή (το bit είναι η συντομογραφία του “binary digit” που στα Αγγλικά σημαίνει “δυαδικό ψηφίο”). Ο δικός μας αλφαβητικός κώδικας, που χρησιμοποιήσαμε ως τώρα, μπορεί να αναπαρασταθεί χρησιμοποιώντας μόνο 5 χαρτιά, ή 5 “bits”. Όμως, οι υπολογιστές πρέπει να είναι σε θέση να ξεχωρίζουν τα μικρά από τα κεφαλαία γράμματα, τα γράμματα που έχουν τόνο, τους αριθμούς, τα σημεία στίξεως, και τα ειδικά σύμβολα όπως “\$” ή “%”.

Παρατηρήστε ένα πληκτρολόγιο και δοκιμάστε να υπολογίσετε πόσοι χαρακτήρες συνθέτουν την αλφαβήτα που ένας υπολογιστής πρέπει να αναπαραστήσει. Πόσα bit είναι, λοιπόν, απαραίτητα σε έναν υπολογιστή για να μπορεί να αναπαραστήσει όλα αυτά τα σύμβολα;

Η πλειοψηφία των σημερινών υπολογιστών χρησιμοποιεί μία στάνταρ αναπαράσταση, γνωστή με το όνομα ASCII (American Standard Code for Information Interchange, που μεταφραζόμενο ακούγεται κάτι σαν “Στάνταρ Αμερικανικός κώδικας για την ανταλλαγή πληροφοριών”), που βασίζεται σε αυτό τον αριθμό bit για κάθε χαρακτήρα. Αυτός ο κωδικός, που δημιουργήθηκε για την Αγγλική γλώσσα, ταιριάζει και στα Ιταλικά, τα Γαλλικά, τα Γερμανικά, τα Ισπανικά, κλπ., αλλά κάποιες γλώσσες διαθέτουν πιο πολλά σύμβολα και χρειάζονται κώδικες με περισσότερα bit.

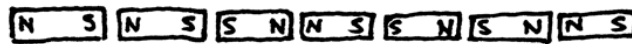


Τι σχέση έχουν όλα αυτά ;

Οι υπολογιστές χρησιμοποιούν το δυαδικό σύστημα για να αναπαραστήσουν την πληροφορία. Λέγεται δυαδικό γιατί διαθέτει μόνο δύο ψηφία. Λέγεται επίσης και “με βάση το δύο” (οι άνθρωποι συνήθως χρησιμοποιούν το δεκαδικό σύστημα, δηλαδή με βάση το δέκα). Κάθε ψηφίο (0 ή 1) ονομάζεται bit (binary digit). Ένα bit αναπαρίσταται στην κύρια μνήμη εργασίας ενός υπολογιστή σαν ένα τρανζίστορ που προκύπτει είτε αναμμένο είτε σβηστό ή πάλι από έναν πυκνωτή φορτισμένο ή άδειο.



Όταν τα δεδομένα πρέπει να μεταδοθούν από μία τηλεφωνική γραμμή, ή μέσω μίας ραδιοφωνικής συχνότητας, χρησιμοποιούνται τόνοι διαφορετικής συχνότητας, οξείς ή βαρείς, για να αναπαραστήσουν τα ψηφία 1 ή 0. Στους μαγνητικούς δίσκους (floppy ή σκληροί δίσκοι) και στις ταινίες, τα bit αναπαρίστανται σαν διευθύνσεις του μαγνητικού πεδίου επί μίας επιφάνειας καλυμμένης με μαγνητικό υλικό. Οι δύο τιμές απομνημονεύονται με μαγνητισμένα στοιχεία κατά τον άξονα Βορρά - Νότου ή Νότου - Βορρά.



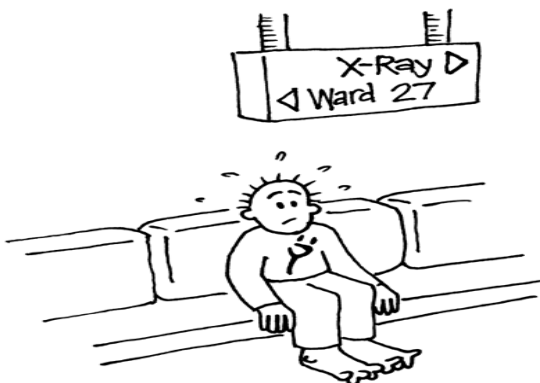
Τα μουσικά CD, τα CD-ROM και τα DVD, αποθηκεύουν τα bit με οπτικό τρόπο: τα τμήματα επιφάνειας που αντιστοιχούν σε ένα bit, αντανακλούν ή όχι το φως.



Ένα bit δεν μπορεί να αναπαραστήσει και πολλά πράγματα, γι' αυτό συνήθως τα bit ομαδοποιούνται ανά ομάδες των οκτώ. Κάθε τέτοια ομάδα των οκτώ bit, λέγεται byte και μπορεί να αναπαραστήσει αριθμούς από το 0 ως το 255.

Η ταχύτητα ενός υπολογιστή εξαρτάται και από το πόσα bit μπορεί να επεξεργασθεί ταυτόχρονα. Για παράδειγμα, ένας σημερινός υπολογιστής των “32 bit”, σε κάθε βήμα, επεξεργάζεται αριθμούς μέχρι και 32 bit. Οι υπολογιστές με 16 bit, όταν χρειασθεί να επεξεργασθούν αριθμούς με 32 bit, θα πρέπει να σπάσουν τα δεδομένα και να εκτελέσουν περισσότερες πράξεις, άρα, είναι πιο αργοί.

Τα bit και τα byte είναι τα μόνα στοιχεία που μεταχειρίζεται ένας υπολογιστής για να αποθηκεύσει και να μεταβιβάσει αριθμούς, κείμενο και όλες τις υπόλοιπες πληροφορίες. Σε αυτές τις διάφορες δραστηριότητες, θα σας δείξουμε, πιο εκεί μέσα στο βιβλίο, πως οι διάφοροι τύποι πληροφορίας μπορούν να αναπαρασταθούν από τον υπολογιστή.



ΠΡΟΣΟΧΗ!

Η δικ. Λαστιχοδάκτυλη είναι επαγγελματίας ακροβάτης! ΔΕΝ μπορούν όλοι να το κάνουν αυτό, έτσι εύκολα!

Λύσεις και υποδείξεις

Δυαδικοί αριθμοί (σελ. 5)

Το 3 αναπαρίσταται με τα χαρτιά 2 και 1

Το 12 αναπαρίσταται με τα χαρτιά 8 και 4

Το 19 αναπαρίσταται με τα χαρτιά 16, 2 και με το 1

Υπάρχει μόνο ένας τρόπος (μία αντιστοίχιση) για να φτιαχτεί ο κάθε αριθμός.

Ο μέγιστος αριθμός που μπορεί να αναπαρασταθεί είναι το 31, ενώ ο πιο μικρός είναι το 0. Είναι δυνατόν να αναπαρασταθούν όλοι οι φυσικοί αριθμοί που περιλαμβάνονται ανάμεσα στα δύο αυτά άκρα και υφίσταται για όλους μόνον μία μοναδική αναπαράσταση.

Extra για ειδικούς: Για να αυξήσουμε τον αριθμό κατά ένα, θα πρέπει να αναποδογυρίσουμε το κάθε χαρτί, ξεκινώντας από τα δεξιά, μέχρις ότου ένα χαρτί γυρίσει προς τα ίσια (αν το χαρτί που έδειχνε τις κουκκίδες του καλυφθεί, συνεχίζουμε, αν αντιθέτως ένα χαρτί που ήταν κρυφό, φανερώσει τις κουκκίδες του, η διαδικασία σταματά).

Δουλεύοντας με τους δυαδικούς αριθμούς (σελ. 7)

$$10101 = 21, 11111 = 31$$

Στέλνοντας κρυφά μηνύματα (σελ. 8)

Ορίστε το μήνυμα που έστειλε ο Tom: ΒΟΗΘΕΙΑ ΚΛΕΙΣΤΗΚΑ ΜΕΣΑ.

Μετράμε παραπάνω κι' από τον αριθμό 31 (σελ. 10)

Αν προσθέσουμε όλους τους αριθμούς από την αρχή, το άθροισμα θα είναι πάντοτε κατά μία μονάδα λιγότερο από τον αμέσως επόμενο αριθμό στη σειρά.

Η δεσποινίς λαστιχοδάκτυλη μπορεί να αναπαραστήσει $1024 \times 1024 = 1,048,576$ αριθμούς - από το 0 μέχρι το 1,048,575!

Περισσότερα σχετικά με τους δυαδικούς αριθμούς (σελ. 11)

Όταν προστεθεί ένα μηδέν στα δεξιά ενός δυαδικού αριθμού, τότε ο αναπαριστώμενος αριθμός διπλασιάζεται.

Όλες οι θέσεις που περιέχουν το 1 (δηλ. οι κουκκίδες που είναι ορατές στα χαρτιά) παίρνουν τώρα διπλάσια από την προηγούμενη αξία τους (πρέπει να αλλάξουμε το κάθε χαρτί με εκείνο που βρίσκεται στα αριστερά του), οπότε η συνολική αξία διπλασιάζεται. (Εάν δουλεύουμε με βάση το 10, τότε η προσθήκη ενός μηδενικού στα δεξιά του αριθμού, ισοδυναμεί με έναν πολλαπλασιασμό επί 10, που είναι και η βάση αυτού του συστήματος).

Ένας υπολογιστής χρειάζεται 7 bit για να καταγράψει όλους τους χαρακτήρες. Αυτό επιτρέπει μέχρι και 128 διαφορετικούς χαρακτήρες. Συνήθως, τα 7 bits αποθηκεύονται σε ένα byte των 8-bit, ενώ 1 bit παραμένει ανεκμετάλλευτο.