

## ΑΣΚΗΣΗ

Να λυθεί η εξίσωση  $\eta\mu^3x + \sigma\upsilon\nu^3x = 1$ .

(Προτάθηκε από Νίκος Καμπάς ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙ 8 Δεκεμβρίου στις 6:34 μ.μ.)

<https://www.facebook.com/groups/119060981470596/permalink/1228380467205303/>

## ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΥ ΠΡΟΔΡΟΜΟΣ

Μυτιλήνη, 11-12-2016

**Γενίκευση:** Να λυθεί η εξίσωση  $\eta\mu^{2v+1}x + \sigma\upsilon\nu^{2v+1}x = 1$ ,  $(1) v \in \mathbb{N}^*$ .

### Λύση

$$(1) \Leftrightarrow \eta\mu^{2v+1}x + \sigma\upsilon\nu^{2v+1}x = \eta\mu^2x + \sigma\upsilon\nu^2x \Leftrightarrow \eta\mu^{2v+1}x - \eta\mu^2x + \sigma\upsilon\nu^{2v+1}x - \sigma\upsilon\nu^2x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\eta\mu^2x(\eta\mu^{2v-1}x - 1) + \sigma\upsilon\nu^2x(\sigma\upsilon\nu^{2v-1}x - 1) = 0, (2)$$

Επειδή για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει  $\eta\mu^2x(\eta\mu^{2v-1}x - 1) \leq 0$  και  $\sigma\upsilon\nu^2x(\sigma\upsilon\nu^{2v-1}x - 1) \leq 0$

συμπεραίνουμε ότι:

$$(2) \Leftrightarrow (\eta\mu^2x(\eta\mu^{2v-1}x - 1) = 0 \text{ και } \sigma\upsilon\nu^2x(\sigma\upsilon\nu^{2v-1}x - 1) = 0) \Leftrightarrow$$

$$(\eta\mu x = 0 \text{ και } \sigma\upsilon\nu x = 1) \text{ ή } (\eta\mu x = 1 \text{ και } \sigma\upsilon\nu x = 0) \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu x = 1 \text{ ή } \eta\mu x = 1 \Leftrightarrow$$

$$x = 2k\pi \text{ ή } x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

### Σημείωση

Επειδή  $\eta\mu x \leq 1$  και  $\sigma\upsilon\nu x \leq 1$  για να ισχύει  $\eta\mu^{2v+1}x + \sigma\upsilon\nu^{2v+1}x = 1$ ,  $v \in \mathbb{N}^*$  πρέπει  $\eta\mu x \geq 0$  και  $\sigma\upsilon\nu x \geq 0$ .

### Σχόλιο

Το 1955 στις εισαγωγικές εξετάσεις της Σχολής Αρχιτεκτόνων του ΕΜΠ δόθηκε από τον καθηγητή Γ. Κακριδή η παρακάτω άσκηση:

**Να αποδείξετε ότι, αν  $\eta\mu^3x + \sigma\upsilon\nu^3x = 1$ , τότε είναι πάντοτε και  $\chi\eta\mu 2x = 0$ , ενώ το αντίστροφο δεν αληθεύει πάντοτε.**

Μπορείτε να βρείτε την παραπάνω άσκηση, μαζί με την προτεινόμενη λύση της, στην ηλεκτρονική διεύθυνση του συναδέλφου κ. Χρονόπουλου

<https://parmenides51.blogspot.gr/p/ethsia-deltia-toy-palla.html>

Υπάρχει στο ετήσιο δελτίο 1955 του καθηγητή Πάλλα στη σελίδα 19 (34 pdf).