



ΠΡΟΔΡΟΜΟΣ Π. ΕΛΕΥΘΕΡΙΟΥ

Μυτιλήνη, 11-1-2017

Λύση

$$\text{Είναι } \log_3 2 = \frac{\ln 2}{\ln 3} \text{ και } \log_4 3 = \frac{\ln 3}{\ln 4}.$$

$$\text{Θεωρούμε τη συνάρτηση } f(x) = \frac{\ln x}{\ln(x+1)}.$$

Είναι $f'(x) = \frac{(x+1)\ln(x+1) - x\ln x}{x(x+1)\ln^2(x+1)} > 0$, οπότε η f είναι γνησίως αύξουσα.

$$\text{Άρα } f(2) < f(3), \text{ δηλαδή } \frac{\ln 2}{\ln 3} < \frac{\ln 3}{\ln 4}.$$

$$\text{Επομένως } \log_3 2 < \log_4 3.$$