

ΜΟΥΣΙΚΟ ΣΧΟΛΕΙΟ ΜΥΤΙΑΛΗΝΗΣ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2013
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΤΑΞΗ : Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 21 /05 / 2013

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Να γράψτε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δυο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$. (6μ)
- A2.** Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου $\chi^2 + \psi^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(\chi_1, \psi_1)$ έχει εξίσωση $\chi \chi_1 + \psi \psi_1 = \rho^2$. (9μ)
- A3.** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά στις προτάσεις που ακολουθούν: (10μ)
1. Το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (\chi, \psi)$ με $\chi \neq 0$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = \dots\dots\dots$ και μέτρο $|\vec{\alpha}| = \dots\dots\dots$
 2. Η παραβολή με εξίσωση $\psi^2 = 2\rho\chi$ έχει εστία το σημείο $\dots\dots\dots$ και διευθετούσα την ευθεία με εξίσωση $\dots\dots\dots$
 3. Η απόσταση του σημείου $M(\chi_0, \psi_0)$ από την ευθεία ϵ με εξίσωση $A\chi + B\psi + \Gamma = 0$ δίνεται από τον τύπο $\dots\dots\dots$
 4. Η έλλειψη με εξίσωση $\frac{\chi^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$ έχει εκκεντροτητα $\epsilon = \dots\dots\dots$ η οποία είναι $\dots\dots\dots$ της μονάδας.
 5. Η εξίσωση της υπερβολής με εστίες τα σημεία $E'(-\gamma, 0)$, $E(\gamma, 0)$ και σταθερή διαφορά 2α δίνεται από τον τύπο $\dots\dots\dots$. Οι ασύμπτωτες αυτής της υπερβολής είναι οι ευθείες με εξισώσεις $\dots\dots\dots$ και $\dots\dots\dots$

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(6,5)$, $B(2,3)$ και $\Gamma(4,1)$.

- B1.** Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AM (6μ)
- B2.** Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $B\Delta$. (6μ)
- B3.** Να αποδείξετε ότι το σημείο τομής των παραπάνω ευθειών AM , $B\Delta$ είναι το $K(10/3, 7/3)$ (5μ)
- B4.** Να υπολογίσετε την απόσταση του σημείου K από την ευθεία $B\Gamma$. (8μ)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{v} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\vec{\omega} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 1$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 2\pi/3$

Γ1. Να δείξετε ότι το μέτρο του \vec{v} είναι $\sqrt{3}$ και το μέτρο του $\vec{\omega}$ είναι $\sqrt{21}$. (6μ)

Γ2. Να υπολογίσετε το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων \vec{v} και $\vec{\omega}$. (7μ)

Γ3. Να βρείτε τις συντεταγμένες των εστιών της έλλειψης με εξίσωση

$$\frac{\chi^2}{|\vec{\omega}|^2} + \frac{\psi^2}{|\vec{v}|^2} = 1$$

(5μ)

Γ4. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΕ όπου Ο η αρχή των αξόνων, Α(0,1)

και Ε η εστία της παραπάνω έλλειψης με $\gamma > 0$ (7μ)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση C: $\chi^2 + \psi^2 - 6\kappa\chi - 4\kappa\psi = 0$ (1), $\kappa \in \mathbb{R} - \{0\}$

Δ1. Να δείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει κύκλο για κάθε $\kappa \in \mathbb{R} - \{0\}$

(6μ)

Δ2. Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του παραπάνω κύκλου.

(6μ)

Δ3. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων C.

(5μ)

Δ4. Να δείξετε ότι οι κύκλοι C διέρχονται από το Ο(0,0) για κάθε $\kappa \in \mathbb{R} - \{0\}$

(4μ)

Δ5. Έστω C_1 ο κύκλος για $\kappa = 1$ και ε η ευθεία με εξίσωση $\psi = \lambda\chi + 5$. Να βρείτε το

$\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ευθεία ε να τέμνει τον κύκλο C_1 σε δυο σημεία Α, Β τέτοια ώστε

$\widehat{A\hat{O}B} = 90^\circ$.

(4μ)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Γ.ΑΘΑΝΑΣΙΟΥ

Η ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ

Α.ΒΑΡΟΥΤΙΔΟΥ