

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΤΑΞΗ : Β'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 21-5-2013

ΕΙΣΗΓΗΤΡΙΑ : Α. ΧΑΤΖΗΛΑΜΠΡΟΥ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :

Θέμα 1ο

A. Έστω μια ευθεία δ και ένα σημείο E εκτός της δ . Τι ονομάζουμε παραβολή με εστία E και διευθετούσα την ευθεία δ ;

B. Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη ϵ του κύκλου $C : x^2 + y^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του $A(x_1, y_1)$ έχει εξίσωση $xx_1 + yy_1 = \rho^2$

Γ. Να χαρακτηρίσετε Σωστές ή Λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

α) Αν $\vec{OA} = (x, y)$ τότε $A(x, y)$, όπου O η αρχή ενός ορθοκανονικού συστήματος

β) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0 \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$

γ) Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία όταν $A \neq 0$ και $B \neq 0$

δ) Ένας κύκλος λέγεται μοναδιαίος όταν έχει ακτίνα $\rho = 1$

ε) Αν ϵ η εκκεντρότητα της έλλειψης $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ τότε ισχύει $\frac{\beta}{\alpha} = \sqrt{\epsilon^2 - 1}$

(Μονάδες 5-10-10)

Θέμα 2ο

Αν $|\vec{\alpha}| = 1$, $|\vec{\beta}| = \sqrt{2}$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{4}$, να βρείτε:

α) Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$

β) Το μέτρο του διανύσματος $\vec{x} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$

γ) Τη γωνία των διανυσμάτων \vec{x} και $\vec{y} = 2\vec{\beta}$

(Μονάδες 5-8-12)

Θέμα 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $C : x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$.

- α) Να δείξετε ότι η C παριστάνει κύκλο του οποίου να βρεθεί το κέντρο του και η ακτίνα του.
- β) Να βρεθούν τα σημεία A και B τομής του κύκλου με τον άξονα $x'x$, καθώς και τα σημεία Γ και Δ τομής του κύκλου με τον άξονα $y'y$.
- γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $A\Gamma B\Delta$
- δ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο $(0, \sqrt{3})$
(Μονάδες 5-6-7-7)

Θέμα 4ο

Δίνεται ο κύκλος $x^2 + y^2 = 5$ και η παραβολή $y^2 = 4x$.

- α) Να δείξετε ότι τα κοινά σημεία του κύκλου και της παραβολής είναι $A(1,2)$ και $B(1,-2)$
- β) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας AB και να δείξετε ότι αυτή περνά από την εστία E της παραβολής
- γ) Να βρεθεί η εφαπτομένη ϵ της παραβολής στο σημείο A
- δ) Αν η εφαπτομένη ϵ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο Δ να δείξετε ότι ο κύκλος με διάμετρο την AE περνά από το Δ
(Μονάδες 5-5-5-10)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!!

Ο Διευθυντής

Η Καθηγήτρια

Νικόλαος Μάγειρας

Αγγελική Χατζηλάμπρου