ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΓΕΡΑΣ

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ 2013

ΤΡΙΤΗ 21 ΜΑΪΟΥ 2013

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΔΥΟ (2)

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$. **Μονάδες 4**

Β. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δεν είναι παράλληλα προς τον άξονα $y'y$ και λ_1, λ_2 είναι οι συντελεστές διεύθυνσης των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ αντιστοίχως, να αποδείξετε ότι:

$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1\lambda_2 = -1$ **Μονάδες 9**

Γ. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.*

α. Ένα διάνυσμα και μία ευθεία, αν έχουν τον ίδιο συντελεστή διεύθυνσης είναι παράλληλα.

β. Αν $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$ είναι η ορίζουσα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$, τότε ισχύει η ισοδυναμία: $\vec{\alpha} = \lambda\vec{\beta}$ με $\lambda \in R \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$.

γ. Αν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ είναι το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$, τότε ισχύει η ισοδυναμία: $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$.

δ. Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A^2+B^2-4\Gamma > 0$ παριστάνει κύκλο με κέντρο $K\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$. **Μονάδες 8**

Δ. Στη **Στήλη Α** δίνονται εξισώσεις κωνικών τομών και στη **Στήλη Β** εξισώσεις εφαπτομένων κωνικών τομών στο σημείο επαφής (x_1,y_1).
Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της **Στήλης Α** *και δίπλα σε κάθε γράμμα, τον αριθμό της* **Στήλης Β** *που αντιστοιχεί πάντα στη σωστή εξίσωση εφαπτομένης.*

Στήλη Α	**Στήλη Β**
α. $x^2 + y^2 = \rho^2$	**1.** $yy_1 = p(x + x_1)$
β. $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$	**2.** $xx_1 + yy_1 = \rho^2$
	3. $\frac{xx_1}{\alpha^2} + \frac{yy_1}{\beta^2} = 1$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2^{o}

Για τα διανύσματα $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ δίνεται ότι $|\vec{\alpha}|=1,\ |\vec{\beta}|=2$ και $\left(\vec{a},\vec{\beta}\right)=\frac{\pi}{3}$

Έστω τα διανύσματα $\vec{u}=2\vec{\alpha}+3\vec{\beta},\ \vec{v}=\vec{\alpha}-2\vec{\beta}$.

Να υπολογίσετε:

α. το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}$ **Μονάδες 5**

β. το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u}\cdot\vec{v}$ **Μονάδες 7**

γ. τα μέτρα $|\vec{u}|,|\vec{v}|$ των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$ **Μονάδες 8**

δ. το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$. **Μονάδες 5**

ΘΕΜΑ 3^{o}

Δίνεται η εξίσωση ε(λ) : $(\lambda^2-1)\chi+(\lambda^2-\lambda)\psi-2\lambda^2+\lambda+1=0$.

Α. Για ποιες τιμές του $\lambda \in R$ η ε(λ) παριστάνει

α. ευθείες; **Μονάδες 6**

β. ευθεία κάθετη στον χ΄χ ; **Μονάδες 3**

γ. ευθεία κάθετη στον ψ΄ψ; **Μονάδες 3**

δ. ευθεία παράλληλη στην $\psi=2\chi-4$ **Μονάδες 6**

Β. Να εξετάσετε αν όλες οι ευθείες ε(λ) διέρχονται από ένα σημείο και αν ναι να το βρείτε. **Μονάδες 7**

ΘΕΜΑ 4^{o}

Δίνονται οι κύκλοι $C_1:(x-2\alpha)^2+(y+3\alpha)^2=25$, $C_2: x^2+y^2=a^2$ και η ευθεία $\varepsilon: 3x-4y-11=0$, $\alpha>0$.

Α.

Α$_1$. Να βρείτε την απόσταση του κέντρου του κύκλου C_1 από την ευθεία ε ως συνάρτηση του α. **Μονάδες 5**

Α$_2$. Να βρείτε το α εάν η ευθεία ε: εφάπτεται του κύκλου C_1. **Μονάδες 5**

Β.

Για α=2

Β$_1$. Να βρείτε τις εφαπτόμενες ε_1 και ε_2 του κύκλου C_2 στα σημεία του Α($\sqrt{2},\sqrt{2}$) και Β($\sqrt{2},-\sqrt{2}$) αντίστοιχα. **Μονάδες 5**

Β$_2$. Να εξετάσετε αν οι ε_1 και ε_2 τέμνονται κάθετα πάνω στον άξονα χ΄χ. **Μονάδες 5**

Β$_3$. Αν ο κύκλος C_2 διέρχεται από τις εστίες της έλλειψης $\frac{x^2}{\alpha^2}+\frac{y^2}{2^2}=1,\ \alpha>2>0$, να βρείτε την εκκεντρότητα της έλλειψης (σε αριθμό). **Μονάδες 5**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

(Κώστας Χατζηκύρκου)