

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ

ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΒΟΡΕΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ

Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ Ν. ΛΕΣΒΟΥ

3^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ

Μυτιλήνη 23-05-2013

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ**ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2013****ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ****ΘΕΜΑ 1^ο**

A. Για δύο μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ όχι κάθετα στον $x'x$ να αποδείξετε την ισοδυναμία $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_{\vec{\alpha}} \lambda_{\vec{\beta}} = -1$, όπου $\lambda_{\vec{\alpha}}, \lambda_{\vec{\beta}}$ οι αντίστοιχοι συντελεστές διεύθυνσής τους. **Μονάδες 10**

B. Να δώσετε τον ορισμό της υπερβολής με εστίες τα σημεία E' και E .

Μονάδες 5

Γ. Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι **Σωστές** και ποιες **Λάθος**:

1) Για κάθε $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ισχύει $|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| |\vec{\beta}|$.

2) Αν $\vec{\alpha} \uparrow \vec{\beta}$ τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$

3) Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, A)$.

4) Η εκκεντρότητα της ισοσκελούς υπερβολής είναι $\varepsilon = \sqrt{2}$

5) Η ευθεία με εξίσωση $\psi = \psi_0$ είναι παράλληλη στον άξονα ψ' .

Μονάδες 10**ΘΕΜΑ 2^ο**

Δίδονται τα σημεία $A(-1, -2)$, $B(5, 1)$ και $\Gamma(-3, 2)$.

A) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

Μονάδες 8

B) Να βρεθεί η εξίσωση του ύψους AA' .

Μονάδες 7

Γ) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου E ώστε το $ΑΓΕΒ$ να είναι παραλληλόγραμμο.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3°

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{u} = (1, \sqrt{3})$, $\vec{v} = (1, 0)$, $\vec{\delta} = \vec{u} - 2\vec{v}$

A. Να βρείτε τη γωνία $\hat{\omega}$ των διανυσμάτων \vec{u} , \vec{v} και το $|\vec{\delta}|$

Μονάδες 8

B. Δίνεται η έλλειψη $\frac{x^2}{|\vec{\delta}|^2} + \frac{y^2}{|\vec{v}|^2} = 1$ με κορυφές A' , A , B , B'

α) Να βρείτε σημείο $M(x_1, y_1)$ της έλλειψης με $x_1 > 0$ και $y_1 > 0$, στο οποίο η εφαπτομένη είναι παράλληλη με την AB . **Μονάδες 9**

β) Αν $M\left(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου MBB'

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2\lambda x - 4\lambda y + 5\lambda^2 - 4 = 0$. (1)

A) Να δείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο , του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του . **Μονάδες 6**

B) Για $\lambda=0$ να βρεθεί η εξίσωση της χορδής του κύκλου που έχει μέσο το σημείο $M(1,1)$. **Μονάδες 7**

Γ) Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων των κύκλων που ορίζονται από την (1) , όταν $\lambda \geq 0$. **Μονάδες 5**

Δ) Να δείξετε ότι ο κύκλος που ορίζεται από την (1) εφάπτεται της ευθείας $2x - y - 2\sqrt{5} = 0$, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. **Μονάδες 7**

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΟΙ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ

ΚΑΤΡΑΚΑΖΑΣ ΣΑΒΒΑΣ

ΚΟΥΦΟΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

ΜΙΧΑΛΑΚΗΣ ΑΠΟΣΤΟΛΗΣ